

基礎数理Ⅰ（問題）

問題1. 次の（1）から（8）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答に最も近いものを選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入せよ。なお、必要であれば（付表）に記載された数値を用いよ。（40点）

- （1） 1個のバクテリアが1分後に2個、1個、0個になる確率が、それぞれ $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ であるとする。

1個のバクテリアが3分後に6個になっている確率は である。

- （ア） 0.021 （イ） 0.031 （ウ） 0.042 （エ） 0.052 （オ） 0.063
（カ） 0.073 （キ） 0.083 （ク） 0.094 （ケ） 0.104 （コ） 0.117

- （2） 確率変数 X は確率分布 $P(X = k) = \begin{cases} \frac{2}{e^\lambda + 1} & (k = 0) \\ \frac{\lambda^k}{(e^\lambda + 1)k!} & (k = 1, 2, \dots) \end{cases}$ に従うものとする。確率変数 X

の分散は である。なお、 λ は定数とし、 $\lambda > 0$ とする。

- （ア） $\frac{\lambda e^\lambda}{(e^\lambda + 1)^2}$ （イ） $\frac{\lambda + e^\lambda}{(e^\lambda + 1)^2}$ （ウ） $\frac{\lambda(\lambda + e^\lambda)}{(e^\lambda + 1)^2}$ （エ） $\frac{\lambda(\lambda - e^\lambda)}{(e^\lambda + 1)^2}$
（オ） $\frac{\lambda e^\lambda(\lambda + e^\lambda)}{(e^\lambda + 1)^2}$ （カ） $\frac{\lambda e^\lambda(\lambda - e^\lambda)}{(e^\lambda + 1)^2}$ （キ） $\frac{\lambda e^\lambda(\lambda + e^\lambda + 1)}{(e^\lambda + 1)^2}$ （ク） $\frac{\lambda e^\lambda(\lambda + e^\lambda - 1)}{(e^\lambda + 1)^2}$

- （3） データ使用量が3ギガバイト以下の場合には5,000円、3ギガバイトを超えた場合は1ギガバイト増加ごとに500円の使用料金が課せられるサービスがある。なお、1ギガバイト未満の端数は1ギガバイトに切り上げて使用料金を算出するものとする。1か月のデータ使用量が平均5ギガバイトの指数分布に従う場合、1か月の使用料金の期待値は 円である。

- （ア） $5,000 + 500 \cdot e^{-\frac{1}{5}}(1 - e^{-\frac{1}{5}})$ （イ） $5,000 + 500 \cdot e^{-\frac{1}{5}}(1 - e^{-\frac{1}{5}})^{-1}$
（ウ） $5,000 + 500 \cdot e^{-\frac{3}{5}}(1 - e^{-\frac{1}{5}})$ （エ） $5,000 + 500 \cdot e^{-\frac{3}{5}}(1 - e^{-\frac{1}{5}})^{-1}$
（オ） $5,000 + 500 \cdot (1 - e^{-\frac{1}{5}})$ （カ） $5,000 + 500 \cdot (1 - e^{-\frac{1}{5}})^{-1}$
（キ） $5,000 + 500 \cdot e^{-\frac{3}{5}}(1 - e^{-\frac{3}{5}})$ （ク） $5,000 + 500 \cdot e^{-\frac{3}{5}}(1 - e^{-\frac{3}{5}})^{-1}$

- (4) 確率変数 X は平均 λ のポアソン分布に従うものとする。 $E(X^3)$ は である。
- (ア) λ^3 (イ) $\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda$ (ウ) $\lambda^3 + 3\lambda^2$ (エ) $\lambda^3 + 3\lambda$
 (オ) $\lambda^3 + \lambda$ (カ) $\lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda$ (キ) $\lambda^3 + 2\lambda^2 + 3\lambda$ (ク) $\lambda^3 + 3\lambda^2 + \lambda$
- (5) ある特定銘柄の洗剤を使っている消費者の比率を推定したい。母集団比率 p は 0.7 と 0.8 の範囲にあることが分かっている、少なくとも 0.99 の確率で標本比率 \hat{p} と母集団比率 p との差を 0.02 以下にしたい場合、必要な最小の標本数は である。
- (ア) 409 (イ) 818 (ウ) 1,083 (エ) 1,327 (オ) 1,421
 (カ) 1,742 (キ) 2,165 (ク) 2,654 (ケ) 2,842 (コ) 3,484
- (6) ある業務の作業時間の平均は 120 分であり、標準偏差は 11 分とされていた。しかし、作業手順を変更したうえで作業を行い、作業時間を測定したところ、次の値を得た。
- 111, 121, 114, 123, 109, 117, 105, 124, 118, 107 (単位：分)
- この結果について、変更後の作業手順により、作業時間が短縮しているかについて検定を行う。また、変更後の作業手順により、作業時間のばらつきが減少しているかについても検定を行う。作業手順変更前後とも作業時間が正規分布に従うものとして検定を行った場合の結論は である。なお、作業手順変更後の作業時間の平均および標準偏差はいずれも未知であるものとする。
- (ア) 作業時間は有意水準 1%、5%ともに短縮していると言える。ばらつきは有意水準 1%、5%ともに減少していると言える。
- (イ) 作業時間は有意水準 1%、5%ともに短縮していると言える。ばらつきは有意水準 1%では減少しているとは言えないが、有意水準 5%では減少していると言える。
- (ウ) 作業時間は有意水準 1%、5%ともに短縮していると言える。ばらつきは有意水準 1%、5%ともに減少しているとは言えない。
- (エ) 作業時間は有意水準 1%では短縮しているとは言えないが、有意水準 5%では短縮していると言える。ばらつきは有意水準 1%、5%ともに減少していると言える。
- (オ) 作業時間は有意水準 1%では短縮しているとは言えないが、有意水準 5%では短縮していると言える。ばらつきは有意水準 1%では減少しているとは言えないが、有意水準 5%では減少していると言える。
- (カ) 作業時間は有意水準 1%では短縮しているとは言えないが、有意水準 5%では短縮していると言える。ばらつきは有意水準 1%、5%ともに減少しているとは言えない。
- (キ) 作業時間は有意水準 1%、5%ともに短縮しているとは言えない。ばらつきは有意水準 1%、5%ともに減少していると言える。
- (ク) 作業時間は有意水準 1%、5%ともに短縮しているとは言えない。ばらつきは有意水準 1%では減少しているとは言えないが、有意水準 5%では減少していると言える。

- (7) 確率変数 X は区間 $[0, \theta]$ ($\theta > 0$) の一様分布に従うものとする。この分布を持つ母集団から互いに独立な標本 (X_1, X_2, \dots, X_n) をとり、標本の最大値と最小値の差を確率変数 R としたとき、確率変数 R の期待値は である。なお、 n は3以上の自然数であるものとする。

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| (ア) $\frac{n-2}{n-1}\theta$ | (イ) $\frac{n-1}{n+1}\theta$ | (ウ) $\frac{n-1}{n}\theta$ | (エ) $\frac{n}{n+3}\theta$ |
| (オ) $\frac{n+1}{n(n-1)}\theta$ | (カ) $\frac{n-1}{n(n+1)}\theta$ | (キ) $\frac{n}{n+1}\theta$ | (ク) $\frac{n+1}{n+2}\theta$ |

- (8) ある保険会社（初期サープラスが100）は、個々のクレーム額が確率密度関数 $f(x) = \frac{1}{10}e^{-\frac{1}{10}x}$ ($x \geq 0$) に従うクレームを安全割増率25%の保険料で引き受けた。この場合、Lundberg モデルにおけるその破産確率は である。なお、 $e = 2.7$ とする。

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (ア) 0.05 | (イ) 0.06 | (ウ) 0.07 | (エ) 0.08 | (オ) 0.09 |
| (カ) 0.10 | (キ) 0.11 | (ク) 0.12 | (ケ) 0.13 | (コ) 0.14 |

問題2. 次の(1)から(8)までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、必要であれば(付表)に記載された数値を用いよ。(60点)

- (1) 大・小2つのサイコロを投げる試行を繰り返す。大のサイコロで初めて1の目が出るまでに、1以外の目が出た回数を X とし、小のサイコロで初めて1の目が出るまでに、1以外の目が出た回数を Y とする。また、 k は0以上の整数とする。

(i) $P(\min(X, Y) \geq k)$ は である。

(ii) $P(\min(X, Y) = k)$ は である。

(iii) $E(\min(X, Y))$ は である。

- (2) xy 平面全体で定義された同時確率密度関数 $f_{xy}(x, y) = ce^{-x^2+4xy-8y^2}$ を考える。なお、 c は定数とする。

(i) 定数 c は である。

(ii) 周辺確率密度関数 $f_x(x)$ は である。

(iii) 周辺確率密度関数 $f_y(y)$ は である。

- (3) サイコロを最大 n 回投げ、最後に出た目の数を得点とするゲームを考える。ゲームの途中で出た目を見て、その目の数を得点とし、以降のサイコロを投げずにゲームを終了する選択ができる。Aさんはこのゲームにおいて、ゲームの途中で出た目を見る度に、得点の期待値が最大になる選択をするものとする。すなわち、出た目と、ゲームを終了せずに引き続きサイコロを投げる場合の得点の期待値を比較し、前者が大きい場合はゲームを終了し、後者が大きい場合はゲームを継続する。このとき、Aさんの得点の期待値が5以上になるための最小の n は である。

- (4) 確率変数 X は確率密度関数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ に従うものとする。確率変数 X の平均は 、分散は である。なお、 μ, σ は定数とし、 $\sigma > 0$ とする。

- (5) 確率変数 X は区間 $[0, \theta]$ ($\theta > 0$) の一様分布に従うものとする。この分布を持つ母集団から互いに独立な標本 (X_1, X_2, \dots, X_n) をとる。

(i) パラメータ θ の不偏推定量として $c_n \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ を考えるとき、定数 c_n は である。

(ii) この不偏推定量 $c_n \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ の分散は である。

(iii) パラメータ θ のもう1つの不偏推定量 $2\bar{X} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ より $c_n \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ の方が有効な推定量となるための最小の自然数 n は である。

- (6) ある町の選挙に関連した区間推定を行う。小数第 4 位を四捨五入した数値を算出する。
- (i) 250 人の非高齢者 (65 歳未満の者) を調査したところ、120 人が保守系を支持した。非高齢者の保守系の支持率の信頼区間を信頼度 95% で求めると (,) である。
- (ii) 次に 300 人の高齢者 (65 歳以上の者) を調査したところ、195 人が保守系を支持した。「非高齢者の保守系の支持率 - 高齢者の保守系の支持率」の信頼区間を信頼度 95% で求めると (,) である。
- (iii) この町の非高齢者と高齢者の人数比は 3 : 4 である。この町の保守系の支持率の信頼区間を信頼度 95% で求めると (,) である。
- (7) ある保険会社は、ある町の 6 か月間のごみ回収について、毎月一定の保険料を徴収し、ごみ回収費用を負担することにした。毎月のごみ回収費用は、互いに独立で平均 900,000、標準偏差 200,000 の正規分布に従うものと想定している。毎月 930,000 の保険料を徴収するものとした場合について、累積密度関数の逆関数を用いる方法で、各月の純支払額 (= 各月のごみ回収費用 - 各月の保険料、マイナスとなる場合はゼロとする) のシミュレーションを行う。区間 $[0,1]$ の一様分布に従う確率変数の実現値として、次の値を得た。
- 0.512 0.117 0.003 0.834 0.719 0.352
- これを用いた 6 か月間の純支払額合計のシミュレーション結果は である。なお、小数第 1 位を四捨五入した数値を算出する。
- (8) ある保険会社は、クレーム額が平均 120 万円の指数分布に従うクレームの保険を引き受けている。この保険にエクセス方式 (免責金額を超える部分についてのみ支払の対象とする方式) による免責金額 15 万円を導入した場合の純保険料の割引率は % である。なお、 $e = 2.7$ とし、百分率表示で小数第 2 位を四捨五入した数値を算出する。

(付表)

1. 標準正規分布表 (上側 ε 点 $u(\varepsilon)$ から確率 ε を求める表)

	*=0	*=1	*=2	*=3	*=4	*=5	*=6	*=7	*=8	*=9
0.0*	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1*	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2*	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3*	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4*	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5*	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6*	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7*	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8*	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9*	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0*	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1*	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2*	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3*	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4*	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5*	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6*	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7*	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8*	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9*	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0*	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1*	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2*	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3*	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4*	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5*	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6*	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7*	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8*	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9*	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014

2. 逆標準正規分布表 (確率 ε から上側 ε 点 $u(\varepsilon)$ を求める表)

	*=0	*=1	*=2	*=3	*=4	*=5	*=6	*=7	*=8	*=9
0.00*	∞	3.0902	2.8782	2.7478	2.6521	2.5758	2.5121	2.4573	2.4089	2.3656
0.01*	2.3263	2.2904	2.2571	2.2262	2.1973	2.1701	2.1444	2.1201	2.0969	2.0749
0.02*	2.0537	2.0335	2.0141	1.9954	1.9774	1.9600	1.9431	1.9268	1.9110	1.8957
0.03*	1.8808	1.8663	1.8522	1.8384	1.8250	1.8119	1.7991	1.7866	1.7744	1.7624
0.04*	1.7507	1.7392	1.7279	1.7169	1.7060	1.6954	1.6849	1.6747	1.6646	1.6546
0.05*	1.6449	1.6352	1.6258	1.6164	1.6072	1.5982	1.5893	1.5805	1.5718	1.5632
0.06*	1.5548	1.5464	1.5382	1.5301	1.5220	1.5141	1.5063	1.4985	1.4909	1.4833
0.07*	1.4758	1.4684	1.4611	1.4538	1.4466	1.4395	1.4325	1.4255	1.4187	1.4118
0.08*	1.4051	1.3984	1.3917	1.3852	1.3787	1.3722	1.3658	1.3595	1.3532	1.3469
0.09*	1.3408	1.3346	1.3285	1.3225	1.3165	1.3106	1.3047	1.2988	1.2930	1.2873
0.10*	1.2816	1.2759	1.2702	1.2646	1.2591	1.2536	1.2481	1.2426	1.2372	1.2319
0.11*	1.2265	1.2212	1.2160	1.2107	1.2055	1.2004	1.1952	1.1901	1.1850	1.1800
0.12*	1.1750	1.1700	1.1650	1.1601	1.1552	1.1503	1.1455	1.1407	1.1359	1.1311
0.13*	1.1264	1.1217	1.1170	1.1123	1.1077	1.1031	1.0985	1.0939	1.0893	1.0848
0.14*	1.0803	1.0758	1.0714	1.0669	1.0625	1.0581	1.0537	1.0494	1.0450	1.0407
0.15*	1.0364	1.0322	1.0279	1.0237	1.0194	1.0152	1.0110	1.0069	1.0027	0.9986
0.16*	0.9945	0.9904	0.9863	0.9822	0.9782	0.9741	0.9701	0.9661	0.9621	0.9581
0.17*	0.9542	0.9502	0.9463	0.9424	0.9385	0.9346	0.9307	0.9269	0.9230	0.9192
0.18*	0.9154	0.9116	0.9078	0.9040	0.9002	0.8965	0.8927	0.8890	0.8853	0.8816
0.19*	0.8779	0.8742	0.8705	0.8669	0.8633	0.8596	0.8560	0.8524	0.8488	0.8452
0.20*	0.8416	0.8381	0.8345	0.8310	0.8274	0.8239	0.8204	0.8169	0.8134	0.8099
0.21*	0.8064	0.8030	0.7995	0.7961	0.7926	0.7892	0.7858	0.7824	0.7790	0.7756
0.22*	0.7722	0.7688	0.7655	0.7621	0.7588	0.7554	0.7521	0.7488	0.7454	0.7421
0.23*	0.7388	0.7356	0.7323	0.7290	0.7257	0.7225	0.7192	0.7160	0.7128	0.7095
0.24*	0.7063	0.7031	0.6999	0.6967	0.6935	0.6903	0.6871	0.6840	0.6808	0.6776
0.25*	0.6745	0.6713	0.6682	0.6651	0.6620	0.6588	0.6557	0.6526	0.6495	0.6464
0.26*	0.6433	0.6403	0.6372	0.6341	0.6311	0.6280	0.6250	0.6219	0.6189	0.6158
0.27*	0.6128	0.6098	0.6068	0.6038	0.6008	0.5978	0.5948	0.5918	0.5888	0.5858
0.28*	0.5828	0.5799	0.5769	0.5740	0.5710	0.5681	0.5651	0.5622	0.5592	0.5563
0.29*	0.5534	0.5505	0.5476	0.5446	0.5417	0.5388	0.5359	0.5330	0.5302	0.5273
0.30*	0.5244	0.5215	0.5187	0.5158	0.5129	0.5101	0.5072	0.5044	0.5015	0.4987
0.31*	0.4959	0.4930	0.4902	0.4874	0.4845	0.4817	0.4789	0.4761	0.4733	0.4705
0.32*	0.4677	0.4649	0.4621	0.4593	0.4565	0.4538	0.4510	0.4482	0.4454	0.4427
0.33*	0.4399	0.4372	0.4344	0.4316	0.4289	0.4261	0.4234	0.4207	0.4179	0.4152
0.34*	0.4125	0.4097	0.4070	0.4043	0.4016	0.3989	0.3961	0.3934	0.3907	0.3880
0.35*	0.3853	0.3826	0.3799	0.3772	0.3745	0.3719	0.3692	0.3665	0.3638	0.3611
0.36*	0.3585	0.3558	0.3531	0.3505	0.3478	0.3451	0.3425	0.3398	0.3372	0.3345
0.37*	0.3319	0.3292	0.3266	0.3239	0.3213	0.3186	0.3160	0.3134	0.3107	0.3081
0.38*	0.3055	0.3029	0.3002	0.2976	0.2950	0.2924	0.2898	0.2871	0.2845	0.2819
0.39*	0.2793	0.2767	0.2741	0.2715	0.2689	0.2663	0.2637	0.2611	0.2585	0.2559
0.40*	0.2533	0.2508	0.2482	0.2456	0.2430	0.2404	0.2378	0.2353	0.2327	0.2301
0.41*	0.2275	0.2250	0.2224	0.2198	0.2173	0.2147	0.2121	0.2096	0.2070	0.2045
0.42*	0.2019	0.1993	0.1968	0.1942	0.1917	0.1891	0.1866	0.1840	0.1815	0.1789
0.43*	0.1764	0.1738	0.1713	0.1687	0.1662	0.1637	0.1611	0.1586	0.1560	0.1535
0.44*	0.1510	0.1484	0.1459	0.1434	0.1408	0.1383	0.1358	0.1332	0.1307	0.1282
0.45*	0.1257	0.1231	0.1206	0.1181	0.1156	0.1130	0.1105	0.1080	0.1055	0.1030
0.46*	0.1004	0.0979	0.0954	0.0929	0.0904	0.0878	0.0853	0.0828	0.0803	0.0778
0.47*	0.0753	0.0728	0.0702	0.0677	0.0652	0.0627	0.0602	0.0577	0.0552	0.0527
0.48*	0.0502	0.0476	0.0451	0.0426	0.0401	0.0376	0.0351	0.0326	0.0301	0.0276
0.49*	0.0251	0.0226	0.0201	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025

3. χ^2 分布表 (自由度 m の上側 ε 点 $\chi_m^2(\varepsilon)$ を求める表)

m	ε									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.0 ⁴ 393	0.0 ³ 157	0.0 ³ 982	0.0 ² 393	0.0158	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.5966
3	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8382
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8603
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.6757	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	2.8331	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9550
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5894
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1882
11	2.6032	3.0535	3.8157	4.5748	5.5778	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7568
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.5650	4.1069	5.0088	5.8919	7.0415	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8195
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	31.3193
15	4.6009	5.2293	6.2621	7.2609	8.5468	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.2648	7.0149	8.2307	9.3905	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1565
19	6.8440	7.6327	8.9065	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1909	38.5823
20	7.4338	8.2604	9.5908	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.0337	8.8972	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	41.4011
22	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7957
23	9.2604	10.1957	11.6886	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6384	44.1813
24	9.8862	10.8564	12.4012	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9279
26	11.1602	12.1981	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8785	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9629	49.6449
28	12.4613	13.5647	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3371	44.4608	48.2782	50.9934
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5570	45.7223	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	53.6720
31	14.4578	15.6555	17.5387	19.2806	21.4336	41.4217	44.9853	48.2319	52.1914	55.0027
32	15.1340	16.3622	18.2908	20.0719	22.2706	42.5847	46.1943	49.4804	53.4858	56.3281
33	15.8153	17.0735	19.0467	20.8665	23.1102	43.7452	47.3999	50.7251	54.7755	57.6484
34	16.5013	17.7891	19.8063	21.6643	23.9523	44.9032	48.6024	51.9660	56.0609	58.9639
35	17.1918	18.5089	20.5694	22.4650	24.7967	46.0588	49.8018	53.2033	57.3421	60.2748
36	17.8867	19.2327	21.3359	23.2686	25.6433	47.2122	50.9985	54.4373	58.6192	61.5812
37	18.5858	19.9602	22.1056	24.0749	26.4921	48.3634	52.1923	55.6680	59.8925	62.8833
38	19.2889	20.6914	22.8785	24.8839	27.3430	49.5126	53.3835	56.8955	61.1621	64.1814
39	19.9959	21.4262	23.6543	25.6954	28.1958	50.6598	54.5722	58.1201	62.4281	65.4756
40	20.7065	22.1643	24.4330	26.5093	29.0505	51.8051	55.7585	59.3417	63.6907	66.7660
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7643	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5345	37.4849	40.4817	43.1880	46.4589	74.3970	79.0819	83.2977	88.3794	91.9517
70	43.2752	45.4417	48.7576	51.7393	55.3289	85.5270	90.5312	95.0232	100.4252	104.2149
80	51.1719	53.5401	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.8795	106.6286	112.3288	116.3211
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2911	107.5650	113.1453	118.1359	124.1163	128.2989
100	67.3276	70.0649	74.2219	77.9295	82.3581	118.4980	124.3421	129.5612	135.8067	140.1695

4. F 分布表 (分母の自由度 n 、分子の自由度 m の F 分布の上側 ε 点 $F_n^m(\varepsilon)$ を求める表) $\varepsilon = 0.050$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	18.5128	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.3710	19.3848	19.3959
3	10.1280	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	5.9644
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990	4.0600
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	3.6365
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782

 $\varepsilon = 0.025$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	38.5063	39.0000	39.1655	39.2484	39.2982	39.3315	39.3552	39.3730	39.3869	39.3980
3	17.4434	16.0441	15.4392	15.1010	14.8848	14.7347	14.6244	14.5399	14.4731	14.4189
4	12.2179	10.6491	9.9792	9.6045	9.3645	9.1973	9.0741	8.9796	8.9047	8.8439
5	10.0070	8.4336	7.7636	7.3879	7.1464	6.9777	6.8531	6.7572	6.6811	6.6192
6	8.8131	7.2599	6.5988	6.2272	5.9876	5.8198	5.6955	5.5996	5.5234	5.4613
7	8.0727	6.5415	5.8898	5.5226	5.2852	5.1186	4.9949	4.8993	4.8232	4.7611
8	7.5709	6.0595	5.4160	5.0526	4.8173	4.6517	4.5286	4.4333	4.3572	4.2951
9	7.2093	5.7147	5.0781	4.7181	4.4844	4.3197	4.1970	4.1020	4.0260	3.9639
10	6.9367	5.4564	4.8256	4.4683	4.2361	4.0721	3.9498	3.8549	3.7790	3.7168

 $\varepsilon = 0.010$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	98.5025	99.0000	99.1662	99.2494	99.2993	99.3326	99.3564	99.3742	99.3881	99.3992
3	34.1162	30.8165	29.4567	28.7099	28.2371	27.9107	27.6717	27.4892	27.3452	27.2287
4	21.1977	18.0000	16.6944	15.9770	15.5219	15.2069	14.9758	14.7989	14.6591	14.5459
5	16.2582	13.2739	12.0600	11.3919	10.9670	10.6723	10.4555	10.2893	10.1578	10.0510
6	13.7450	10.9248	9.7795	9.1483	8.7459	8.4661	8.2600	8.1017	7.9761	7.8741
7	12.2464	9.5466	8.4513	7.8466	7.4604	7.1914	6.9928	6.8400	6.7188	6.6201
8	11.2586	8.6491	7.5910	7.0061	6.6318	6.3707	6.1776	6.0289	5.9106	5.8143
9	10.5614	8.0215	6.9919	6.4221	6.0569	5.8018	5.6129	5.4671	5.3511	5.2565
10	10.0443	7.5594	6.5523	5.9943	5.6363	5.3858	5.2001	5.0567	4.9424	4.8491

 $\varepsilon = 0.005$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	198.5013	199.0000	199.1664	199.2497	199.2996	199.3330	199.3568	199.3746	199.3885	199.3996
3	55.5520	49.7993	47.4672	46.1946	45.3916	44.8385	44.4341	44.1256	43.8824	43.6858
4	31.3328	26.2843	24.2591	23.1545	22.4564	21.9746	21.6217	21.3520	21.1391	20.9667
5	22.7848	18.3138	16.5298	15.5561	14.9396	14.5133	14.2004	13.9610	13.7716	13.6182
6	18.6350	14.5441	12.9166	12.0275	11.4637	11.0730	10.7859	10.5658	10.3915	10.2500
7	16.2356	12.4040	10.8824	10.0505	9.5221	9.1553	8.8854	8.6781	8.5138	8.3803
8	14.6882	11.0424	9.5965	8.8051	8.3018	7.9520	7.6941	7.4959	7.3386	7.2106
9	13.6136	10.1067	8.7171	7.9559	7.4712	7.1339	6.8849	6.6933	6.5411	6.4172
10	12.8265	9.4270	8.0807	7.3428	6.8724	6.5446	6.3025	6.1159	5.9676	5.8467

5. t 分布表 (自由度 m の上側 ε 点 $t_m(\varepsilon)$ を求める表)

m	ε					
	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500