基礎数理Ⅱ（問題）

問題１．次の（１）から（１４）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号［(ア）から（ク）のうちいずれか１つ］を記入しなさい。
（84 点）

（１）$a_{\overline{m}|}^{(12)} = 27.07299$、$a_{\overline{n}|}^{(12)} = 35.94731$、$\ddot{a}_{\overline{m+n}|}^{(12)} = 40.28080$ のとき、予定利率 $i\ (>0)$の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、全ての確定年金の予定利率は同じとする。

（ア）2.23%　（イ）2.25%　（ウ）2.27%　（エ）2.29%
（オ）2.31%　（カ）2.33%　（キ）2.35%　（ク）2.37%

（２）ある年齢 x 歳において、生存確率 ${}_tp_x$ と死力 μ_{x+t} の間に ${}_tp_x \times \mu_{x+t} = 0.02 + a \times t\ \ (0 \le t \le 10)$ が成り立ち、$q_x = 0.0227$ であるとき、${}_{10}\mathring{e}_x$の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）3.6　（イ）4.5　（ウ）5.4　（エ）6.3
（オ）7.2　（カ）8.1　（キ）9.0　（ク）9.9

（３）$l_x = -50 \times x^2 + 2{,}000 \times x - 12{,}000$（$20 \le x \le 30$）であるとき、${}_{10}m_{20}$の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.055　（イ）0.061　（ウ）0.067　（エ）0.073
（オ）0.079　（カ）0.085　（キ）0.091　（ク）0.097

（４）死亡解約脱退残存表における x 歳の残存者数が $l_x = 100{,}000 - 1{,}000 \times x\ \ (0 \le x \le 100)$ で表され、かつ各年齢において解約率 q_x^w が死亡率 q_x の n 倍という関係にあるとする。いま、50歳における絶対死亡率 q_{50}^* が 0.001 のとき、n の値に最も近いのは次のうちどれか。
ただし、死亡と解約はそれぞれ独立かつ１年を通じて一様に発生するものとする。

（ア）7　（イ）9　（ウ）11　（エ）13
（オ）15　（カ）17　（キ）19　（ク）21

（５）25 歳加入、保険期間 40 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払で、次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

・第 t 年度 $(1 \leq t \leq 40)$で死亡した場合は、死亡保険金 $\dfrac{t}{40}$ を支払う

・満期まで生存した場合は、生存保険金として既払込純保険料を支払う

この保険の純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率 $i = 1.0\%$ 、$\ddot{a}_{25:\overline{40|}} = 32.246$ 、$(\mathrm{I}\ddot{a})_{25:\overline{40|}} = 608.072$ 、$A_{25:\overset{1}{\overline{40|}}} = 0.590$ とする。

（ア）0.0064　（イ）0.0066　（ウ）0.0068　（エ）0.0070
（オ）0.0072　（カ）0.0074　（キ）0.0076　（ク）0.0078

（６）x 歳加入、期間終身、保険料一時払、年金年度末支払、第 t 年度 $(t \geq 1)$ の年金額が $\displaystyle\sum_{s=1}^{t}(1+i)^{s-1}$ $\left(i\text{ は予定利率}\right)$である生命年金保険の純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率 $i = 1.5\%$、$p_x = 0.9737$、$e_{x+1} = 11.531$、$D_{x+1} = 25{,}386$、$N_{x+1} = 285{,}678.4$ とする。

（ア）93.73　（イ）93.83　（ウ）93.93　（エ）94.03
（オ）94.13　（カ）94.23　（キ）94.33　（ク）94.43

（７）x 歳加入、保険期間 n 年 $(n > 10)$ 、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険において、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 17.4982$、$\ddot{a}_{x+10:\overline{n-10|}} = 9.3388$、$q_{x+10} = 0.00192$ のとき、第 11 年度の危険保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.000909　（イ）0.000911　（ウ）0.000913　（エ）0.000915
（オ）0.000917　（カ）0.000919　（キ）0.000921　（ク）0.000923

（８）x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払で次の給付を行う保険の純保険料が 0.09651 となった。

【給付内容】

・第 t 年度 $(1 \leq t \leq n)$ に死亡した場合は、死亡保険金として１と死亡した年度末の純保険料式責任準備金の合計額を支払う

・満期まで生存した場合は、生存保険金として５を支払う

このとき、予定利率 $i\,(> 0)$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、$v^n = 0.5323$、予定死亡率は $q_{x+t-1} = \dfrac{0.01 \times (1+i\,)^{t-1}}{n}$ とする。

（ア）1.589%	（イ）1.630%	（ウ）1.673%	（エ）1.719%
（オ）1.767%	（カ）1.818%	（キ）1.872%	（ク）1.929%

（９）$p_x = 0.99914$、$A^{1}_{x:\overline{1}|} = 0.00085$、$A^{1}_{x:\overline{2}|} = 0.00170$、${}_2V_x = 0.03061$ のとき、P_x の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.01587	（イ）0.01607	（ウ）0.01627	（エ）0.01647
（オ）0.01667	（カ）0.01687	（キ）0.01707	（ク）0.01727

（１０）親 x 歳、子 y 歳加入、保険料一時払、年金年度始支払、年金開始即時で次の給付を行う年金保険の純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

【給付内容】

・第１年度から第 10 年度までは親子の生死に関わらず年金額１を支払う

・第 11 年度以降は親子のうち少なくとも１人が生存している限り年金額１を支払う

ただし、予定利率 $i = 1.5\%$、${}_{10}p_x = 0.977$、${}_{10}p_y = 0.996$、$\ddot{a}_{x+10} = 24.423$、$\ddot{a}_{y+10} = 39.039$、$\ddot{a}_{x+10,y+10} = 23.978$ とする。

（ア）42.466	（イ）42.588	（ウ）42.710	（エ）42.832
（オ）42.953	（カ）43.075	（キ）43.197	（ク）43.319

（１１）x 歳の被保険者を(x)という記号で表すこととする。(x)と(x)は同一の生命表

$l_x = l_0 \times \left(1 - \dfrac{x}{\omega}\right)\ (0 \leq x \leq \omega)$ に従い、その死亡はお互いに独立に発生するとき、$\mathring{e}_{\overline{xx}}$ を表す算式は次のうちどれか。

（ア）$\dfrac{\omega - x}{3}$　（イ）$\dfrac{(\omega - x)^2}{3}$　（ウ）$\dfrac{2 \times (\omega - x)}{3}$　（エ）$\dfrac{2 \times (\omega - x)^2}{3}$

（オ）$\dfrac{\omega - x}{4}$　（カ）$\dfrac{(\omega - x)^2}{4}$　（キ）$\dfrac{3 \times (\omega - x)}{4}$　（ク）$\dfrac{3 \times (\omega - x)^2}{4}$

（１２）就業者である x 歳の被保険者が、保険期間終身で次の（Ⅰ）から（Ⅲ）の条件を満たす介護保険に加入した場合について考える。

（Ⅰ）要介護状態になった時から死亡するまでの間、年額１の連続払生命年金を支払う。

（Ⅱ）要介護状態で死亡した場合は、死亡保険金１を即時に支払う。

（Ⅲ）要介護状態にならずに死亡した場合は、死亡保険金１を即時に支払う。

利力 δ 、要介護状態にならずに死亡する場合の死力 μ^{ad}、要介護状態の瞬間発生率 μ^{ai}、要介護状態となったのち死亡する場合の死力 μ^{id} をそれぞれ定数とした場合、一時払純保険料を表わす算式は次のうちどれか。

ただし、要介護者でない者は就業者であり、要介護者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

（ア）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{id}}{\delta - \mu^{id}} \times \mu^{ai} + \mu^{ad}\right)$　（イ）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{id}}{\delta + \mu^{id}} \times \mu^{ai} + \mu^{ad}\right)$

（ウ）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{id}}{\delta - \mu^{ai}} \times \mu^{ai} + \mu^{ad}\right)$　（エ）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{id}}{\delta + \mu^{ai}} \times \mu^{ai} + \mu^{ad}\right)$

（オ）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{ai}}{\delta - \mu^{ai}} \times \mu^{id} + \mu^{ad}\right)$　（カ）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{ai}}{\delta + \mu^{ai}} \times \mu^{id} + \mu^{ad}\right)$

（キ）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{ai}}{\delta - \mu^{id}} \times \mu^{id} + \mu^{ad}\right)$　（ク）$\dfrac{1}{\delta + \mu^{ad} + \mu^{ai}} \times \left(\dfrac{1 + \mu^{ai}}{\delta + \mu^{id}} \times \mu^{id} + \mu^{ad}\right)$

（１３）50 歳加入、保険期間 10 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険の営業保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、計算の基礎は下表のとおりとする。

予定死亡率	$q_x = \dfrac{1}{100 - x}\ (0 \leq x < 100)$
予定利率	3.0%
予定新契約費	新契約時のみ、保険金額 1 に対して 0.025
予定集金費	保険料払込のつど営業保険料 1 に対して 0.03
予定維持費	毎年度始に保険金額 1 に対して 0.0035

（ア）0.101　（イ）0.103　（ウ）0.105　（エ）0.107

（オ）0.109　（カ）0.111　（キ）0.113　（ク）0.115

（１４）x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込で表１の給付を行う災害入院保障保険（以降、原契約と呼ぶ）を考える。

＜表１＞

給付種類	災害入院給付金
給付内容	入院日額 1,000 円で、入院日数×入院日額を支払う。 ただし、不担保期間は 20 日で、支払限度日数は 100 日とする。

ここで、「不担保期間」とは、その期間以内の入院日数を支払の対象外とするものであり、「支払限度日数」とは、一度の入院で支払われる最大の給付日数である。たとえば、原契約において、120 日間入院した場合、(120－20)×入院日額を支払うが、121 日以上入院した場合でも、100×入院日額を支払う。

いま、原契約の給付内容について次の①及び②の変更のみを行った。

①不担保期間を原契約の 20 日から 0 日とし、入院日数が 1 日から給付を行う

②支払限度日数を原契約の 100 日から短縮して s 日（s は整数）とする

①及び②の変更を行った後の契約の純保険料が原契約の純保険料以下であるとき、s の最大値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、計算の基礎は表２のとおりで、原契約と①及び②の変更を行った後の契約で同じとする。

＜表２＞

予定利率	1.0%
予定発生率	入院日数が i 日の災害入院の発生率 $q^{ahi}=\begin{cases}0.0001 & (1\le i\le 140)\\ 0 & (141\le i)\end{cases}$ $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty}q^{ahi}=q^{ah}$

なお、災害入院の発生および災害入院給付金の支払は入院日数によらず年央に発生するものとし、災害入院は１年間に 2 回以上発生しないものとする。

（ア）63　（イ）65　（ウ）67　（エ）69

（オ）71　（カ）73　（キ）75　（ク）77

問題２．次の問（１）については、空欄①～⑬にあてはまる適切な１つの記号及び空欄⑭にあてはまる適切な数値を指定の解答用紙の所定欄に記入し、次の問（２）については、空欄にあてはまる適切な１つの記号を指定の解答用紙の所定欄に記入しなさい。なお、同じ記号を複数回用いてもよい。

１つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$、$D_x^{aa}$ 等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、 ${}_tp_x \times \mu_{x+t}$、 $\sum_{t=0}^{\infty} v^t \times {}_{t|}q_x$ 、$N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。（16 点）

（１）40 歳の者、50 歳の者、60 歳の者及び 70 歳の者の死亡はお互いに独立に発生し、共に死力 $\mu_x = 10^{-3} \times 2^{\frac{x}{10}}\ (x \geq 0)$ に従うとき、${}_{\infty}q^{2:3}_{\underset{1}{40},50,60,70}$ の値を求める。

まず、 ${}_tq^{2:3}_{\underset{1}{40},50,60,70}$ は条件付生命確率を用いて

$${}_tq^{2:3}_{\underset{1}{40},50,60,70} = \boxed{①} + \boxed{②} + \boxed{③}$$ と分解できる。

右辺の $\boxed{①} = \dfrac{\boxed{④}}{7} - \dfrac{\boxed{⑤}}{15}$ である。

次に $0 \leq s \leq t$ で、 ${}_{t-s}q^{\ \ 1}_{40+s,50+s} = \dfrac{\boxed{⑥}}{3}$、${}_{t-s}q^{\ \ 1}_{40+s,60+s} = \dfrac{\boxed{⑦}}{5}$ であるから

これを活用して、右辺の残りの２項は

$$\boxed{②} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{\boxed{④}}{7} - \frac{\boxed{⑤}}{15} \right) - \frac{\boxed{⑧}}{3} \times \left(\boxed{⑨} - \frac{\boxed{⑩}}{3} \right)$$

$$\boxed{③} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{\boxed{④}}{7} - \frac{\boxed{⑤}}{15} \right) - \frac{\boxed{⑪}}{5} \times \left(\boxed{⑫} - \frac{\boxed{⑬}}{5} \right)$$

となる。よって、

$${}_tq^{2:3}_{\underset{1}{40},50,60,70} = \frac{41}{15} \times \left(\frac{\boxed{④}}{7} - \frac{\boxed{⑤}}{15} \right) - \frac{\boxed{⑧}}{3} \times \left(\boxed{⑨} - \frac{\boxed{⑩}}{3} \right) - \frac{\boxed{⑪}}{5} \times \left(\boxed{⑫} - \frac{\boxed{⑬}}{5} \right)$$

となる。ここで、$t \to \infty$ とすれば

${}_{\infty}q^{2:3}_{\underset{1}{40},50,60,70} = \boxed{⑭}$ (小数第４位四捨五入) が求まる。

（２）就業者である x 歳の被保険者が、次の保険に加入した場合について考える。

【保険】

・保険期間 n 年

・保険料年払全期払込で、被保険者が就業している場合に払い込む

・保険期間中に就業不能にならずに満期まで生存していた場合は、満期時に保険金 1 を支払う

・保険期間中に就業不能にならずに死亡した場合は、その年度末に保険金 1 を支払う

・保険期間中に就業不能になった場合は、その年度末に保険金 0.5 を支払うとともに、その年度から保険期間中、被保険者が生存している場合は毎年度末に年金額 0.1 を支払う

ただし、就業不能者でない者は就業者であり、就業不能者が回復して就業者になることはないものとする。

まず、この保険の純保険料を P 、第 s 年度末の就業者の純保険料式責任準備金を ${}_sV^{aa}_{x:\overline{n|}}$、就業不能者の純保険料式責任準備金を ${}_sV^{i}_{x:\overline{n|}}$ （第 s 年度末の年金額 0.1 支払い後）とする。

このとき、第 $(t+1)$ 年度始$(0 \leq t \leq n-1)$ に被保険者が就業者である場合の責任準備金の再帰式は、

$$
{}_tV^{aa}_{x:\overline{n|}} + P - v \times \left(\boxed{\quad ① \quad} + 0.5 \times \boxed{\quad ② \quad} \right)
$$

$$
= v \times \left\{ \boxed{\quad ③ \quad} \times \left(0.1 + {}_{t+1}V^{i}_{x:\overline{n|}} \right) + \boxed{\quad ④ \quad} \times {}_{t+1}V^{aa}_{x:\overline{n|}} \right\}
$$

となり、第 $(t+1)$ 年度始に被保険者が就業不能者である場合の責任準備金の再帰式は、

$$
{}_tV^{i}_{x:\overline{n|}} = v \times \boxed{\quad ⑤ \quad} \times \left(0.1 + {}_{t+1}V^{i}_{x:\overline{n|}} \right)
$$

となる。

ここで、$\boxed{\quad ③ \quad} = \dfrac{\boxed{\quad ⑦ \quad} - \boxed{\quad ⑧ \quad} \times \boxed{\quad ⑤ \quad}}{\boxed{\quad ⑥ \quad}}$ であること、及び上記の 2 つの責任準備金の再帰式を活用して、Pを求めると

$$
P = \frac{1}{N^{aa}_x - N^{aa}_{x+n}} \left\{ M^{aa}_x - M^{aa}_{x+n} + D^{aa}_{x+n} + 0.5 \times \left(\boxed{\quad ⑨ \quad} - \boxed{\quad ⑩ \quad} \right) + 0.1 \times \boxed{\quad ⑪ \quad} \times \boxed{\quad ⑫ \quad} \right\}
$$

となる。