年金数理（問題）

本問題においては、以下のとおりとする。
１．「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年１の年金を、退職時より終身にわたり年１回期初に支給する年金制度をいう。
２．「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式（特定年齢方式）をいう。
３．「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
４．特に断らない限り、予定利率iは正値を取るものとする。

問題１から15までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題16から20までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題１．年金資産F^Aおよび年金資産F^Bの時刻tにおける利力が、それぞれ$\sigma_t^A = 0.05 + 0.001t$および$\sigma_t^B = 0.02 + 0.004t$であるとする。時刻$t = 0$および時刻$t = n$のとき$F^A$と$F^B$が等しい場合、$n$の値に最も近いものは次のいずれか。なお、期間中の資金の収支はないものとする。（４点）

(A) 5.0　(B) 7.5　(C) 10.0　(D) 12.5　(E) 20.0

問題２．以下の脱退残存表から計算される、年齢 26 歳における絶対死亡率(q_{26})に最も近いものは次のいずれか。なお、脱退および死亡はそれぞれ独立で、一年を通じて一様に分布しているものとする。（４点）

年齢 (x)	残存数 $(l_x^{(T)})$	生存脱退数 $(d_x^{(w)})$	死亡脱退数 $(d_x^{(d)})$	生存脱退率 $(q_x^{(w)})$	死亡脱退率 $(q_x^{(d)})$
25	100,000	5,389	200	0.05389	
26			250		
27	89,000				

(A) 0.00250　(B) 0.00258　(C) 0.00265　(D) 0.00272　(E) 0.00280

問題３． $l_x = l\left(1 - e^{-0.2(30-x)}\right)$で定常人口にあった集団において$\left(\text{ただし、}0 \le x \le 30\text{、}l\text{：正の定数}\right)$、ある時点（$t_0$）から出生者数が減少を始め、時点（$t_0 + t$）における出生者数は定常状態の出生者数の$e^{-0.05t}$倍となった。この減少傾向が継続する場合、この集団の平均年齢の収束値として最も適切なものは次のいずれか。必要に応じて$e^3 = 20.085537$、$e^5 = 148.413159$を使用してもよい。（４点）

(A) 15.35　(B) 16.05　(C) 16.55　(D) 17.25　(E) 17.95

問題４．年 1 回期初払 60 歳支給開始終身年金に、以下の条件を付与した 55 歳時における年金現価率として最も近いものは次のいずれか。（４点）

・60 歳までの据置期間中に年金受給権者が死亡した場合には、死亡の翌期初から遺族に本人の 0.7 倍の年金を 15 年間支給する

・本人への年金支給開始後 15 年以内に年金受給権者が死亡した場合には、死亡の翌期初から遺族に本人の 0.4 倍の年金を 15 年間支給する

・予定利率：3.0%、$\ddot{a}_{\overline{15|}}^{(3.0\%)} = 12.29607$、計算基数は以下のとおり

x	D_x	N_x	C_x	M_x
55 歳	29,110.61853	546,708.91485	132.80481	13,383.40207
60 歳	24,414.29147	410,743.57367	174.40684	12,636.26961
75 歳	12,740.34309	129,797.58027	344.08960	9,093.23537

(A)14.3　(B) 14.6　(C) 14.9　(D) 15.2　(E) 15.5

問題５． $a_{x|y}$を表した次の算式のうち、正しいものの個数は次のいずれか。（４点）

① $\sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_tp_y \cdot \left(1 - {}_tp_x\right)$　② $a_y - a_{xy}$　③ $\sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_tp_{\overline{xy}}$　④ $\sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_tp_y - \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_tp_x \cdot {}_tp_y$

(A) 0 個　(B) 1 個　(C) 2 個　(D) 3 個　(E) 4 個

問題６． Trowbridge モデルの年金制度における定常状態の積立金を表した次の算式のうち、正しいものの個数は次のいずれか。なお、保険料は年 1 回期初払いとする。（４点）

① ${}^PF = 0$　② ${}^TF = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$　③ ${}^UF = S_{FS}^a + S^p$　④ ${}^LF = S^p + S^a - {}^LP \cdot G^a$

⑤ ${}^{In}F = S^p + \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x}$　⑥ ${}^{C_o}F = S$

(A) 1 個以下　(B) 2 個　(C) 3 個　(D) 4 個　(E) 5 個以上

問題７．ある年金制度において、第n年度の期初（特別保険料支払前、以下同じ）に 100,000 千円の未積立債務があったので、10 年の元利均等償却を行うものとし、特別保険料を設定した。第n年度期初から償却を開始して 3 年経過後（第$(n+3)$年度期初）に、未積立債務の償却方法を期初時点の未積立債務残高に 50%を乗じる定率償却に変更した。

初年度の保険料総額（標準保険料+特別保険料）が 18,000 千円であったとき、期初の償却前の未積立債務が初めて年間標準保険料を下回るのは次のいずれか。なお、財政方式は加入年齢方式とし、保険料は年 1 回期初払い、予定利率は 3.0%、$\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(3.0\%)}$＝8.78611 とする。また、標準保険料の年額は全期間を通じて同額とし、年金制度は予定通り推移するものとする。（４点）

(A) $(n+6)$年度期初　　(B) $(n+7)$年度期初　　(C) $(n+8)$年度期初
(D) $(n+9)$年度期初　　(E) $(n+10)$年度期初

問題８．定常人口にある Trowbridge モデルの年金制度を考える。制度発足時に既に退職している従業員に給付を行い、在職している従業員に過去の勤務期間を通算して給付を行う場合で、財政方式を閉鎖型総合保険料方式とする。また、保険料は毎年見直すものとし、年 1 回期初払いとする。発足時の積立金を ${}^{C}F_1=0$とし、第n年度期初の積立金を ${}^{C}F_n$とするとき、${}^{E}V-{}^{C}F_n<1$を満たすためのnの条件は次のいずれか。ただし、${}^{E}V$は加入年齢方式の責任準備金である。（４点）

(A) $n > 1 - \dfrac{\log {}^{E}V}{\log(1-\frac{L}{G^a})+\log(1+i)}$

(B) $n > 1 - \dfrac{\log {}^{E}V}{\log(1-\frac{dL}{vG^a})+\log(1+i)}$

(C) $n > 1 - \dfrac{\log {}^{E}V}{\log(1-\frac{L}{G^a})+\log v}$

(D) $n > 1 - \dfrac{\log {}^{E}V}{\log(1-\frac{dL}{vG^a})+\log v}$

(E) $n > 1 - \dfrac{\log {}^{E}V}{\log(1-\frac{L}{vG^a})+\log v}$

問題９．予定利率が 1.5%で、保険料および給付が年 1 回期初払いの年金制度は、責任準備金 178,967 千円、標準保険料 5,633 千円で定常状態に達していた。ある年度に、利差益が生じたことにより期末積立金が責任準備金を上回り、将来加入が見込まれる被保険者の分も含めた給付現価の 1%に相当する剰余金が発生した。この年度の運用利回りに最も近いものは次のいずれか。（４点）

(A) 3.0%　　(B) 3.5%　　(C) 4.0%　　(D) 4.5%　　(E) 5.0%

問題10．ある年金制度は既に定常人口になっているものとする。期初（新規加入後）の被保険者の総数をL、脱退残存表によるx歳の被保険者数をl_x、$\varepsilon_x = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} l_y}{l_x}$（$x_r$は定年年齢）とする。このとき、毎年度初に$x_1$歳と$x_2$歳および$x_3$歳で 4:2:1 の割合で新規加入があるとした場合、x_1歳の毎年の新規加入者数として最も適切なものは次のいずれか。（４点）

(A) $\dfrac{L}{\varepsilon_{x_1} + 2\varepsilon_{x_2} + 4\varepsilon_{x_3}}$　(B) $\dfrac{2L}{\varepsilon_{x_1} + 2\varepsilon_{x_2} + 4\varepsilon_{x_3}}$　(C) $\dfrac{L}{4\varepsilon_{x_1} + 2\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}$

(D) $\dfrac{4L}{\varepsilon_{x_1} + 2\varepsilon_{x_2} + 4\varepsilon_{x_3}}$　(E) $\dfrac{4L}{4\varepsilon_{x_1} + 2\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}$

問題11．以下の【制度内容】および【基礎率等】による年金制度がある。この年金制度のある年度末の単位積立方式による責任準備金として最も近いものは次のいずれか。（４点）

【制度内容】
〇定年退職者に、退職時の加入期間に応じて年金または一時金を支給する
・年金の支給要件　：加入期間 20 年以上
・年金額　　　　　：加入期間×1 万円（即時支給開始期初払 15 年確定年金）
・一時金の支給要件：加入期間 20 年未満
・一時金額　　　　：加入期間×7 万円
・加入期間は年単位（端数月は切り捨て）とする

【基礎率等】
・定年年齢：60 歳（到達年度の期末脱退）
・$\ddot{a}_{\overline{15|}}$＝12.29607
・脱退残存表による計算基数

$$D_{55} = 29{,}111、D_{56} = 28{,}132、D_{57} = 27{,}173、D_{58} = 26{,}235、D_{59} = 25{,}315、D_{60} = 24{,}414$$

【年度末の加入者】以下の 3 名

加入者番号	年齢	加入期間
1	57 歳 0 月	18 年 0 月
2	59 歳 0 月	15 年 0 月
3	55 歳 0 月	20 年 0 月

なお、年齢および加入期間は年度末のものである。

(A) 496万円　(B) 506万円　(C) 526万円　(D) 546万円　(E) 566 万円

問題12．Trowbridge モデルの年金制度において財政再計算を実施した結果、脱退率が変動したため、財政再計算後の標準保険料が財政再計算前のk倍となった。再計算前の脱退残存表をl_x^A、再計算後の脱退残存表をl_x^Bとすると、両者に次の関係があった。このとき、kに最も近いものは次のいずれか。なお、定年年齢は 60 歳、財政方式は加入年齢方式（加入年齢 55 歳）で保険料は年 1 回期初払いとし、財政再計算により脱退率以外に基礎率の変更はないものとする。（４点）

$l_x^B = l_x^A \ (55 \leq x \leq 56)$

$l_x^B = 0.96 \times l_x^A \quad (x \geq 57)$

＜再計算前の脱退残存表に基づく基数＞

x	D_x	N_x
55	14.840	260.855
56	14.226	246.015
57	13.630	231.789
58	13.052	218.159
59	12.491	205.107
60	11.947	192.616

(A) 0.90　　(B) 0.94　　(C) 0.98　　(D) 1.02　　(E) 1.06

問題13．保険料および給付が年 1 回期初払いの年金制度が定常状態で推移している。ある年度（第 1 年度とする）からn年間保険料を当初の定常状態の保険料の$(1+k)$倍$\left(ただし k>0\right)$とした。第$(n+1)$年度から当初の定常状態の保険料の 2 分の 1 で定常状態が成立する場合、nとして正しいものは次のいずれか。なお、予定利率はiとし、n年間保険料を$(1+k)$倍、$(n+1)$年度以降の保険料を 2 分の 1 倍すること以外は全て予定通り推移するものとする。（４点）

(A) $\left[\dfrac{\log\left(1+\dfrac{1}{2k}\right)}{\log(1+i)}\right]+1$　　(B) $\left[\dfrac{\log(1+k)}{\log(1+2v)}\right]+1$　　(C) $\left[\dfrac{\log(1+v)}{\log\left(1+\dfrac{k}{2}\right)}\right]+1$

(D) $\left[\dfrac{\log\left(1+\dfrac{i}{2k}\right)}{\log(1+v)}\right]+1$　　(E) $\left[\dfrac{\log\left(1+\dfrac{v}{2}\right)}{\log(1+k)}\right]+1$

問題14．ある年金制度では割引く期間に応じて予定利率が異なっているが、給付現価を算定する際は、将来の給付額や給付が発生するまでの期間を反映した単一の予定利率を用いることとする。単一の予定利率を下記の方法①～③のいずれかにより算出する場合、それぞれの方法により算出した予定利率の大小関係について正しいものは次のいずれか。

なお、割引く期間tに応じて異なる予定利率i_tおよびt年後に発生する給付額B_tは下表のとおりとし、下表以外の給付は発生しない見込みである。また、方法②および方法③の計算の過程において「期間」は小数第2位までとし、年未満の端数に対応した予定利率は表の予定利率を直線補間するものとする。（4点）

期間 (t)	期間ごとの予定利率 (i_t)	給付額 (B_t)
1.0 年	0.00%	0
2.0 年	0.50%	50
3.0 年	1.50%	0
4.0 年	2.50%	100
5.0 年	3.00%	0

方法①　期間ごとの予定利率で計算した給付現価と、単一の予定利率で計算した給付現価が等しくなるような予定利率とする方法

方法②　給付のデュレーション（給付の発生までの年数を給付現価で加重平均した期間で算式は以下の通り）に対応した予定利率とする方法

$$\left(\text{デュレーション} = \sum_t t \times \frac{B_t}{(1+i_t)^{t+1}} \Bigg/ \sum_t \frac{B_t}{(1+i_t)^t} \right)$$

方法③　給付の発生までの年数を給付額で加重平均した期間に対応した予定利率とする方法

(A) ①＜②＜③　　(B) ①＜③＜②　　(C) ②＜①＜③　　(D) ②＜③＜①　　(E) ③＜②＜①

問題15．以下の【制度内容】および【基礎率等】による年金制度がある。この年金制度の標準保険料に最も近いものは次のいずれか。（４点）

【制度内容】

・年金の支給要件　：加入期間 20 年以上
・年金の支給開始時期および支給期間
　：60 歳支給開始年 1 回期初払いの 10 年確定年金
・年金額の計算方法　：脱退年度の期初（昇給後）の給与の額×$1.025^{据置期間}$
　÷年 1 回期初払い 10 年確定年金現価率
　※据置期間とは、脱退時点から支給開始までの期間
・一時金の支給要件　：加入期間 3 年以上かつ 20 年未満
・脱退一時金の支給時期　：脱退と同時に支給
・一時金の額　：脱退年度の期初（昇給後）の給与の額
・加入年数の計算　：加入年数は年未満切り捨てとする
・制度への加入時期　：年 1 回期初
・制度からの脱退時期　：定年脱退以外　年 1 回期初（死亡脱退は発生しない）
　定年脱退　定年年齢（60 歳）到達年度の翌期初
・昇給時期　：年 1 回期初
・保険料の支払時期　：年 1 回期初

※期初には「昇給→新規加入→脱退→標準保険料の払い込み」の順番で発生する
定年脱退者についても期初に昇給した後に脱退するものとする

【基礎率等】

・財政方式　：加入年齢方式（加入年齢 20 歳）
・保険料の計算方法　：標準保険料×給与の額
・予定利率および給付利率　：2.5%
・予定脱退率　：$q_x = \frac{1}{120-x}$
・予定昇給率　：2.5%

(A) 2.95%　(B) 3.00%　(C) 3.05%　(D) 3.10%　(E) 3.15%

問題16．以下の空欄にあてはまる適切な算式を解答用紙の所定欄へ記入せよ。（８点）

Trowbridge モデルにおいて、単位積立方式におけるx歳の１人当たり保険料（年１回期初払い）は、

$$^{U}P_x = \left(\frac{1}{\boxed{①}}\right) \cdot \left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\right)$$

となり、制度全体の保険料は、

$$^{U}C = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot {}^{U}P_x = \boxed{②} \cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{x_r-x} = \boxed{②} \cdot \frac{v \cdot (1-v^{x_r-x_e})}{d}$$

となる。ここで、^{U}Fを以下のように置き、^{U}Fが極限方程式$^{U}C + d \cdot {}^{U}F = B$を満たすことを確認する。

$$^{U}F \equiv S_{PS}^{a} + S^{p} = \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \boxed{③} + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$$

まず、退職時年金現価積立方式の積立金と保険料の関係において$S^p = {}^{T}C + {}^{T}F$となるので、

$$^{U}C + d \cdot {}^{U}F - \left({}^{T}C + d \cdot {}^{T}F\right) = {}^{U}C + d \cdot \left(S_{PS}^{a} + {}^{T}C\right) - {}^{T}C \quad \cdots（\text{Ⅰ}）$$

ここで、dに掛かる括弧内は、

$$S_{PS}^{a} + {}^{T}C = \sum_{x=x_e+1}^{\boxed{④}} l_x^{(T)} \cdot \boxed{③} = \boxed{②} \times \sum_{x=x_e+1}^{\boxed{④}} \boxed{⑤}$$

上式内の$\sum_{x=x_e+1}^{\boxed{④}} \boxed{⑤}$をKとすると、$K - v \cdot K = \boxed{⑥} - \frac{\boxed{⑦}}{d}$となることから、

$$K = \frac{1}{d} \cdot \left\{\boxed{⑥} - \frac{\boxed{⑦}}{d}\right\}$$

したがって、（Ⅰ）式の右辺は、

$$^{U}C + d \cdot \left(S_{PS}^{a} + {}^{T}C\right) - {}^{T}C$$

$$= \boxed{②} \cdot \frac{v \cdot (1-v^{x_r-x_e})}{d} + \boxed{②} \cdot \left\{\boxed{⑥} - \frac{\boxed{⑦}}{d}\right\} - \boxed{⑧} = 0$$

このことから、$^{U}C + d \cdot {}^{U}F - \left({}^{T}C + d \cdot {}^{T}F\right) = 0$ が示せたので、$^{U}C + d \cdot {}^{U}F = {}^{T}C + d \cdot {}^{T}F$ となる。退職時年金現価積立方式において極限方程式$^{T}C + d \cdot {}^{T}F = B$がなりたつので、$^{U}C + d \cdot {}^{U}F = B$となり、$^{U}F$は単位積立方式における極限方程式を満たす積立金額を与える式であることが確認できた。

問題17．以下の空欄にあてはまる適切な数値を解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、解答にあたって、1人当たりの保険料および責任準備金は千円未満を四捨五入して千円単位とし、責任準備金は端数処理後の標準保険料を使用して計算するものとする。（８点）

下記の年金制度で、財政再計算に伴い制度変更を検討している。

〇現行の制度内容

加入時期	: 年 1 回期初加入
年金の受給資格	: 加入期間 20 年以上で定年脱退 （中途脱退、加入期間 20 年未満の脱退には年金または一時金の支払はない）
年金の支給開始時期および支給期間	: 脱退時から年 1 回期初払いの 10 年確定年金
年金額の計算方法	:「加入期間 1 年につき 10 千円」の年金額
脱退時期	: 年 1 回期初脱退（死亡脱退は発生しない） 定年（60 歳）脱退は定年到達年度の翌期初
保険料	: 年 1 回期初払い（期初脱退者の拠出はなし。定年脱退時の拠出もなし）
財政方式	: 加入年齢方式（加入年齢 30 歳）
予定利率	: 2.0%

〇諸数値および脱退残存表（期初、新規加入および脱退後の残存数）

i	v^5	v^{10}	v^{15}	v^{20}	v^{30}	$\ddot{a}_{\overline{5}\rceil}$	$\ddot{a}_{\overline{10}\rceil}$
2.0%	0.90573	0.82035	0.74301	0.67297	0.55207	4.80773	9.16224

x	20～34	35～39	40～49	50～59	60（定年）
$l_x^{(T)}$	100,000	95,000	85,000	70,000	0

〇加入者の構成（期初、保険料の拠出前。年金受給権者は存在しない）
・加入者Ａ：20 歳加入、現在年齢 30 歳
・加入者Ｂ：30 歳加入、現在年齢 55 歳

（１） 30 歳の 1 人当たりの人数現価は 19.64946 であり、標準保険料は［ ① ］千円、制度全体の責任準備金は［ ② ］千円である。

（２） 年金の受給資格を 20 年以上（中途脱退を含む）とした場合、1 人当たり標準保険料は［ ③ ］千円、加入者Ａの責任準備金は［ ④ ］千円、加入者Ｂの責任準備金は［ ⑤ ］千円となる。

（３） （２）の変更に加えて、年金の受給資格を 20 年から 15 年に短縮した場合、1 人当たり標準保険料は［ ⑥ ］千円、加入者Ａの責任準備金は［ ⑦ ］千円、加入者Ｂの責任準備金は［ ⑧ ］千円となる。

問題18. 以下の空欄にあてはまる適切な算式を解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、①③④⑦⑧は計算基数を用いた算式とし、⑧については解答に総和記号（Σ）を用いないこと。（８点）

年金給付が年６回期末払いで、死亡の際には、死亡した日の属する月までの給付が次回の年金支払時期に支払われる終身年金現価率の近似式を、計算基数を用いて表現する。

（１） まず、年m回期末生存者に支払う分割払年金の現価$a_x^{(m)}$は以下のように表すことができる。

$$a_x^{(m)} = \sum_{t=1}^{m(\omega-x)} \frac{1}{m} \cdot v^{\frac{t}{m}} \cdot {}_{\frac{t}{m}}p_x = \frac{1}{mD_x} \sum_{t=1}^{m(\omega-x)} \boxed{\quad ① \quad}$$

Wool house の公式を用いて

$$a_x^{(m)} = \frac{1}{mD_x}\left(\sum_{t=0}^{m(\omega-x)} \boxed{\quad ① \quad} - D_x \right) \fallingdotseq \frac{1}{D_x}\left(\sum_{t=0}^{\omega-x} D_{x+t} - \boxed{\quad ② \quad} D_x \right)$$

となる。ここで$m=6$を代入して、

$$a_x^{(6)} \fallingdotseq \frac{1}{D_x}\left(\sum_{t=0}^{\omega-x} D_{x+t} - \boxed{\quad ③ \quad} \right) = \frac{1}{D_x}\left(N_{x+1} + \boxed{\quad ④ \quad} \right)$$

【Wool house の公式】

$f(x)$は$[a,b]$で定義された無限回微分可能な関数とする。

$$f(a) + f\left(a+\frac{1}{n}\right) + f\left(a+\frac{2}{n}\right) + \cdots + f\left(b-\frac{1}{n}\right) + f(b)$$

$$\fallingdotseq n\{ f(a) + f(a+1) + \cdots + f(b)\} - \frac{n-1}{2}\{f(a)+f(b)\}$$

（２） 一方、死亡者に対する給付現価は以下のように表すことができる。

$$\frac{1}{12l_x} \sum_{t=0}^{\omega-x} \sum_{j=1}^{6} \left\{ \left(\boxed{\quad ⑤ \quad} \right) + 2\left(\boxed{\quad ⑥ \quad} \right) \right\} v^{t+\frac{2j}{12}}$$

$(x+t, x+t+1)$の死亡は一様に発生すると考えれば、

$$\boxed{\quad ⑤ \quad} = \boxed{\quad ⑥ \quad} = \frac{1}{12}(l_{x+t} - l_{x+t+1}) = \frac{d_{x+t}}{12}$$

となる。また、$\sum_{j=1}^{6} v^{t+\frac{2j}{12}} \fallingdotseq 6v^{t+\frac{1}{2}}$ とすると、

【次ページに続く】

$$\frac{1}{12l_x}\sum_{t=0}^{\omega-x}\sum_{j=1}^{6}\left\{\left(\boxed{\quad ⑤ \quad}\right)+2\left(\boxed{\quad ⑥ \quad}\right)\right\}v^{t+\frac{2j}{12}}$$

$$\fallingdotseq \frac{1}{48l_x}\sum_{t=0}^{\omega-x}d_{x+t}\cdot 6v^{t+\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{1}{8D_x}\sum_{t=0}^{\omega-x}\boxed{\quad ⑦ \quad}$$

$$=\frac{1}{8D_x}\boxed{\quad ⑧ \quad}$$

よって、求める年金現価率は（1）と（2）の合計となり、

$$\frac{1}{D_x}\left(N_{x+1}+\boxed{\quad ④ \quad}+\frac{1}{8}\boxed{\quad ⑧ \quad}\right)$$

となる。

問題19．定年退職者に対して、加入期間に比例した年金額を終身にわたって支給する定額制の年金制度がある。この制度の標準保険料および責任準備金に関して、以下の問いに答えよ。なお、この制度は、財政方式を加入年齢方式で運営しており、保険料および給付は年1回期初払いとする。（8点）

（1）　脱退率が0ではない場合、標準加入者の標準保険料の積立終価は、積立段階のどの時点をとっても、その時の責任準備金を常に下回ることを示せ。なお、標準加入者とは標準保険料を算定する基礎となった加入年齢（x_e）で加入した者をいう。

（2）　x_eより大きい年齢で制度への新規加入があった場合、新規加入によって後発債務（積立不足の要因）が生じることを示せ。

問題20．定常状態で推移しているTrowbridgeモデルの年金制度に関して、以下の問いに答えよ。保険料は年1回期初払いとし、加入年齢はx_eとする。（8点）

（1）　開放基金方式の標準保険料$\left({}^{OAN}P\right)$は、年齢別将来期間対応保険料$\left({}^{A}P_x\right)$の加重平均の形で表されることを示せ。

（2）　年金制度が開放基金方式で運営されているとき、1人当たりの責任準備金が0より小さくなる年齢があることを示せ。なお、定年までのすべての年齢で$p_x > 0$とする。

以上