

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人 日本年金数理人会				

問題 1	問題 2	問題 3	問題 4	問題 5	問題 6	問題 7	問題 8
E	D	B	C	D	C	B	A
問題 9	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
D	E	B	C	A	D	C	

問 題 16	①	②	③	④
	$x_r - x_e$	$\frac{l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e}$	$\frac{x - x_e}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r}}{D_x} \ddot{a}_{x_r}$	x_r
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$(x - x_e)v^{x_r - x}$	$x_r - x_e$	$v \cdot (1 - v^{x_r - x_e})$	$l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$

問 題 17	①	②	③	④
	54	2,585	63	606
	⑤	⑥	⑦	⑧
	2,187	63	668	2,187

問 題 18	①	②	③	④
	$D_{x+\frac{t}{m}}$	$\frac{m+1}{2m}$	$\frac{7}{12}D_x$	$\frac{5}{12}D_x$
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$l_{x+t+\frac{2j-2}{12}} - l_{x+t+\frac{2j-1}{12}}$	$l_{x+t+\frac{2j-1}{12}} - l_{x+t+\frac{2j}{12}}$	\bar{C}_{x+t}	\bar{M}_x

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	-----------------

問題 19 ←問題番号を記入すること。

(1) 脱退時の加入期間 t 年の年金額を $A \cdot t$ とする。標準保険料を ${}^L P$ と置くと、

$${}^L P = \frac{A \cdot (x_r - x_e) \cdot D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$$

となる。標準加入者の x 歳時点($x > x_e$)の一人当たり責任準備金は、

$$\begin{aligned} \frac{A(x_r - x_e) D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^L P \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x} &= {}^L P \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y}{D_x} - {}^L P \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x} = {}^L P \frac{\sum_{y=x_e}^{x-1} D_y}{D_x} \\ &= {}^L P \sum_{y=x_e}^{x-1} \frac{l_y^{(T)}}{l_x^{(T)}} (1+i)^{x-y} \\ &> {}^L P \sum_{y=x_e}^{x-1} (1+i)^{x-y} \quad (y < x \text{ なので } l_y^{(T)} > l_x^{(T)}) \end{aligned}$$

となり、題意が示される。

(2) y 歳($y > x_e$)で加入した場合の加入時の責任準備金は、

$$\begin{aligned} \frac{A(x_r - y) D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_y} - {}^L P \frac{\sum_{x=y}^{x_r-1} D_x}{D_y} &= \frac{A(x_r - y) D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_y} - \frac{A(x_r - x_e) D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x} \frac{\sum_{x=y}^{x_r-1} D_x}{D_y} \\ &= \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_y} \left\{ A(x_r - y) - \frac{A(x_r - x_e) \sum_{x=y}^{x_r-1} D_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x} \right\} \end{aligned}$$

である。中カッコ内を通分した式の分子を考える。

$$\begin{aligned} &A(x_r - y) \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - A(x_r - x_e) \sum_{x=y}^{x_r-1} D_x \\ &= A(x_r - y) \left(\sum_{z=x_e}^{y-1} D_z + \sum_{z=y}^{x_r-1} D_z \right) - A\{(x_r - y) + (y - x_e)\} \sum_{x=y}^{x_r-1} D_x \\ &= A(x_r - y) \sum_{z=x_e}^{y-1} D_z - A(y - x_e) \sum_{x=y}^{x_r-1} D_x = A \left\{ \sum_{x=y}^{x_r-1} \sum_{z=x_e}^{y-1} D_z - \sum_{z=x_e}^{y-1} \sum_{x=y}^{x_r-1} D_x \right\} \\ &= A \sum_{x=y}^{x_r-1} \sum_{z=x_e}^{y-1} (D_z - D_x) > 0 \quad (z < x \text{ より}) \end{aligned}$$

したがって、 y 歳の加入時の責任準備金は正の値となり、後発債務（積立不足の要因）が生じる。

(注) 裏面には記載しないこと

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	-----------------

問題 20 ←問題番号を記入すること。

(1)

$${}^A P_x = \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y} \text{ より、 } \frac{x_r - x}{x_r - x_e} D_{x_r} \ddot{a}_{x_r} = {}^A P_x \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y$$

これを ${}^{OAN} P$ = $\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_{x_e}}}$ に代入すると、

$${}^{OAN} P = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} {}^A P_x \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} {}^A P_{x_e} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_{x_e}}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_{x_e}}} \text{ となる。}$$

これより、 ${}^{OAN} P$ は ${}^A P_x$ の加重平均の形で表される

(2)

$$\begin{aligned} {}^A P_{x+1} - {}^A P_x &= \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \left(\frac{x_r - x - 1}{\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y} - \frac{x_r - x}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y} \right) \\ &= \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \times \frac{(x_r - x - 1) \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y - (x_r - x) \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y}{\left(\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y \right) \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \right)} \\ &= \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \times \frac{(x_r - x - 1) D_x - \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y}{\left(\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y \right) \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \right)} \\ &= \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \times \frac{\sum_{y=x+1}^{x_r-1} (D_x - D_y)}{\left(\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y \right) \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \right)} > 0 \end{aligned}$$

なので、 ${}^A P_x$ は x の増加関数。したがって、 ${}^A P_{x_e} < {}^{OAN} P < {}^A P_{x_r-1}$

また、 ${}^I P_x = \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}$ と置くと、 ${}^I P_x$ は x の増加関数であり、 ${}^I P_{x_e} = {}^A P_{x_e} < {}^{OAN} P$ の関係がある。

したがって、 ${}^I P_x < {}^{OAN} P$ となるような最大の年齢を x' とすると、 $x \leq x'$ において在職中の被保険者一人当たりの責任準備金は、

$$\frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{OAN} P \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x} = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x} ({}^I P_x - {}^{OAN} P) < 0$$

となり、題意の通りとなる。

(注) 裏面には記載しないこと