基礎数理Ⅱ（問題）

問題１．次の（１）から（１４）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号［(ア）から（ク）のうちいずれか１つ］を記入しなさい。
（84 点）

（１） $\ddot{s}_{\overline{n-1|}} = 10.1 \times \ddot{a}_{\overline{n+1|}}$ が成立するとき、$a_{\overline{n|}}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。
ただし、予定利率は 2.7%とする。

（ア）33.1　（イ）33.5　（ウ）33.9　（エ）34.3
（オ）34.7　（カ）35.1　（キ）35.5　（ク）35.9

（２） A 社は、額面 100、年利率 i（利息年１回年度末払）、償還されるまでの年数５年の公債を、利回りが年に j となる帳簿価格で第 t 年度始 $(t \geq 1)$ に購入した。A 社は、この公債を満期まで所有するものとし、毎年の利回りが j となるように、評価益を計上して帳簿価格を変更するものとする。
いま、$j - i = 2\%$ で、A 社が第 $(t+1)$ 年度末に計上すべき評価益が 1.7598 となったとすると、$i\ (> 0)$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.25%　（イ）0.50%　（ウ）0.75%　（エ）1.00%
（オ）1.25%　（カ）1.50%　（キ）1.75%　（ク）2.00%

（３） $l_x = \left(1 - \dfrac{x}{\omega}\right)^a \quad (0 \leq x \leq \omega、a > 0)$ のとき、 $\mu_x \times \mathring{e}_x$ を表す算式は次のうちどれか。

（ア）$\dfrac{1}{a-1}$　（イ）$\dfrac{a}{a-1}$　（ウ）$\dfrac{a+1}{a-1}$　（エ）$\dfrac{a-1}{a}$
（オ）$\dfrac{a+1}{a}$　（カ）$\dfrac{a-1}{a+1}$　（キ）$\dfrac{1}{a+1}$　（ク）$\dfrac{a}{a+1}$

（４）$l_x = a - x\ \left(0 \leq x \leq a、a > 0\right)$、$\mathring{e}_0 = b\ (> 65)$という定常状態の社会において、ある年以降、出生者数が定常状態の $\dfrac{1}{2}$ になった。

定常状態にあった時代の総人口 $T_0^{(0)}$ に占める 65 歳以上人口 $T_{65}^{(0)}$ の割合 $r_{65}^{(0)} = \dfrac{T_{65}^{(0)}}{T_0^{(0)}}$ と、

出生者数が 定常状態の$\dfrac{1}{2}$となってから$\dfrac{a}{2}$ 年後における 総人口 $T_0^{(1)}$ に占める 65 歳以上人口 $T_{65}^{(1)}$

の割合 $r_{65}^{(1)} = \dfrac{T_{65}^{(1)}}{T_0^{(1)}}$ との差 $r_{65}^{(1)} - r_{65}^{(0)}$ が 0.1477 であったとすると、b の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）65.5　　（イ）66.0　　（ウ）66.5　　（エ）67.0
（オ）67.5　　（カ）68.0　　（キ）68.5　　（ク）69.0

（５）ある集団が原因 A、B によって減少していく 2 重脱退表を考える。x 歳（$0 \leqq x < 128$）における原因 A による脱退力が $\mu_x^A = \dfrac{1}{128 - x}$、原因 Bによる脱退力が $\mu_x^B = 0.05$ であるとすると、e_0 の値に最も近いのは次のうちどれか。

必要であれば、$e^{-0.05} = 0.9512$ を用いなさい。

（ア）13.88　　（イ）14.38　　（ウ）14.88　　（エ）15.38
（オ）15.88　　（カ）16.38　　（キ）16.88　　（ク）17.38

（６）$A_x = 0.754$、$A_{x+1} = 0.762$、$e_x = 21.372$、$e_{x+1} = 20.553$ のとき予定利率の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）1.03%　　（イ）1.13%　　（ウ）1.23%　　（エ）1.33%
（オ）1.43%　　（カ）1.53%　　（キ）1.63%　　（ク）1.73%

（７）x 歳加入、保険期間 10 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払の保険（Ⅰ）から（Ⅲ）が下表のとおりであったとすると、$P_{x:\overset{\,1}{\overline{10|}}}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率及び予定死亡率は全ての保険で同じとする。

	給付内容		純保険料
	保険期間中に死亡したとき	満期まで生存したとき	
保険（Ⅰ）	何も支払わない	生存保険金 1 を支払う	$P_{x:\overset{\,1}{\overline{10|}}}$
保険（Ⅱ）	死亡保険金として既払込純保険料の元利合計額（利率は予定利率と同じ）の $\dfrac{1}{4}$ を支払う	生存保険金 1 を支払う	0.08752
保険（Ⅲ）	死亡保険金として既払込純保険料の元利合計額（利率は予定利率と同じ）の $\dfrac{1}{2}$ を支払う	生存保険金 1 を支払う	0.08977

（ア）0.08510　（イ）0.08516　（ウ）0.08521　（エ）0.08527
（オ）0.08532　（カ）0.08538　（キ）0.08543　（ク）0.08549

（８）$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 4.86504$、 $A^{\;1}_{x:\overline{n|}} = 0.00968$、$P_x = 0.02111$、 ${}_nV_x = 0.09974$ のとき、${}_{n|}\ddot{a}_x$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）24.868　（イ）25.068　（ウ）25.268　（エ）25.468
（オ）25.668　（カ）25.868　（キ）26.068　（ク）26.268

（９）20 歳の者、30 歳の者及び 40 歳の者の死亡はお互いに独立に発生し、共に死力 $\mu_x = \dfrac{1}{100-x}$ （$0 \leq x < 100$）に従うとき、${}_{10}q_{\underset{1}{20},\underset{2}{30},\overset{3}{40}}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.000496　（イ）0.000506　（ウ）0.000516　（エ）0.000526
（オ）0.000536　（カ）0.000546　（キ）0.000556　（ク）0.000566

（１０）保険期間終身、保険料年払、保険金額 1 の次の保険（Ⅰ）から（Ⅲ）を考える。

	被保険者数	加入年齢	保険料払込期間	保険金支払及び契約消滅時期	純保険料
保険（Ⅰ）	１人	x 歳	生存している間	死亡した場合は、その年度末に保険金を支払い、契約は消滅する	P_x
保険（Ⅱ）	２人	共に x 歳	２人とも生存している間	最初の１人が死亡した場合は、その年度末に保険金を支払い、契約は消滅する	P_{xx}
保険（Ⅲ）	２人	共に x 歳	１人でも生存している間	最後の１人が死亡した場合は、その年度末に保険金を支払い、契約は消滅する	$P_{\overline{xx}}$

いま、$P_{xx} - P_{\overline{xx}} = 1.59 \times P_x$ であるとき、予定利率 $i\ (0 < i < 1)$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、全ての保険の予定利率は同じで、全ての被保険者は同一の生命表に従い、その生命表は $q_{x+t} = \dfrac{i}{2}\ (t \geq 0)$ となっているものとする。

（ア）1.31%　（イ）1.35%　（ウ）1.39%　（エ）1.43%
（オ）1.47%　（カ）1.51%　（キ）1.55%　（ク）1.59%

（１１）就業者である被保険者の x 歳における瞬間死亡率を $\mu_x^{(aa)}$、就業不能者である被保険者の x 歳における瞬間死亡率を μ_x^i とする。

$\mu_{x+t}^i = 2.0 \times \mu_{x+t}^{(aa)}$、${}_tp_x^{aa} = e^{-0.004t}$、${}_tp_x^i = e^{-0.005t}$ $(t \geq 0)$ のとき、${}_tp_x^a$ を表す算式は次のうちどれか。

なお、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

（ア）$2.0 \times {}_tp_x^{aa} - 1.0 \times {}_tp_x^i$　（イ）$2.5 \times {}_tp_x^{aa} - 1.5 \times {}_tp_x^i$
（ウ）$3.0 \times {}_tp_x^{aa} - 2.0 \times {}_tp_x^i$　（エ）$3.5 \times {}_tp_x^{aa} - 2.5 \times {}_tp_x^i$
（オ）$4.0 \times {}_tp_x^{aa} - 3.0 \times {}_tp_x^i$　（カ）$4.5 \times {}_tp_x^{aa} - 3.5 \times {}_tp_x^i$
（キ）$5.0 \times {}_tp_x^{aa} - 4.0 \times {}_tp_x^i$　（ク）$5.5 \times {}_tp_x^{aa} - 4.5 \times {}_tp_x^i$

（１２）40 歳加入、保険料年払、保険期間 20 年の次の就業不能年金特約の純保険料が 0.020 であるとする。

【就業不能年金特約】

・就業不能となった場合、その年度末から保険期間満了時まで生存を条件に年金額 2 を支払う（最後の年金支払は保険期間満了時）

・死亡した場合、給付はない

・保険料は保険期間中に被保険者が就業している限り、毎年度始に払い込む

このとき、$\ddot{a}^{i}_{40:\overline{21}|}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、計算基数は下表のとおりとする。

なお、死亡及び就業不能はそれぞれ独立に、かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	N_x^{aa}	N_x^{ii}
40	1,584,763	32,107
41	1,508,608	31,715
…	…	…
60	283,167	14,788
61	231,871	12,904

（ア）12.78　（イ）13.28　（ウ）13.78　（エ）14.28
（オ）14.78　（カ）15.28　（キ）15.78　（ク）16.28

（１３）x 歳加入、保険期間 10 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払の保険（Ⅰ）及び（Ⅱ）が下表のとおりであったとする。

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">予定利率</th><th colspan="2">給付内容</th></tr>
<tr><th>保険期間中に死亡したとき</th><th>満期まで生存したとき</th></tr>
<tr><td>保険（Ⅰ）</td><td>1.0%</td><td>死亡保険金として既払込営業保険料の元利合計額（利率は予定利率と同じ）を支払う</td><td>生存保険金 1 を支払う</td></tr>
<tr><td>保険（Ⅱ）</td><td>0.0%</td><td>死亡保険金として既払込営業保険料を支払う</td><td>生存保険金 S を支払う</td></tr>
</table>

いま、保険（Ⅰ）と保険（Ⅱ）の営業保険料が等しいとすると、S の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定新契約費は新契約時にのみ生存保険金 1 に対し 0.02、予定集金費は保険料払込のつど営業保険料 1 に対して 0.02、予定維持費は毎保険年度始に生存保険金 1 に対し 0.001 で、両保険とも同じとする。

また、予定死亡率は両保険とも同じであり、${}_{9}e_{x} = 8.9562$ 、${}_{10}e_{x} = 9.9452$ 、予定利率 1.0% の場合は $A^{1}_{x:\overline{10}|} = 0.0104$ とする。

（ア）0.899　（イ）0.909　（ウ）0.919　（エ）0.929
（オ）0.939　（カ）0.949　（キ）0.959　（ク）0.969

（１４）x 歳加入、保険期間終身、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の保険（Ⅰ）及び（Ⅱ）が下表のとおりであったとする。

	予定利率	予定死亡率	純保険料
保険（Ⅰ）	1.0%	$q_{x+t-1}\ (t \geq 1)$	0.04426
保険（Ⅱ）	1.0%	$q'_{x+t-1}\ (t \geq 1)$	P'_x

いま、保険（Ⅰ）と保険（Ⅱ）の予定死亡率の間に $q'_{x+t-1} = q_{x+t-1} + \dfrac{1}{10 \times \ddot{a}_{x+t}}\ (t \geq 1)$ という関係が成り立っているとすると、P'_x の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、$\ddot{a}_{x+t}$ の予定利率、予定死亡率は保険（Ⅰ）と同じとする。

（ア）0.04493　（イ）0.04560　（ウ）0.04627　（エ）0.04694
（オ）0.04761　（カ）0.04828　（キ）0.04895　（ク）0.04962

問題２．次の問（１）については、空欄①～⑫にあてはまる適切な１つの記号を指定の解答用紙の所定欄に記入し、次の問（２）については、空欄①～④にあてはまる適切な１つの記号、空欄⑤、⑥にあてはまる適切な数値及び空欄⑦にあてはまる（ア）から（ク）のうちのいずれか１つを指定の解答用紙の所定欄に記入しなさい。なお、同じ１つの記号を複数回用いてもよい。

１つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$、$D_x^{aa}$ 等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、${}_tp_x \times \mu_{x+t}$、$\sum_{t=0}^{\infty} v^t \times {}_{t|}q_x$、$N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。（16 点）

（１）親 x 歳、子 y 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払の連生保険において、純保険料を $P^{\#}_{xy:\overline{n}|}$ 、第 t 年度末の純保険料式責任準備金を ${}_tV^{\#}_{xy:\overline{n}|}$ とすると、次の再帰式が成立しているとき、この保険の純保険料を求めることを考える。

$$ {}_{t-1}V^{\#}_{xy:\overline{n}|} + P^{\#}_{xy:\overline{n}|} = v \times \left(\frac{t}{n} \times q_{y+t-1} + p_{y+t-1} \times q_{x+t-1} \times B_{y+t:\overline{n-t}|} \right) + v \times p_{x+t-1,y+t-1} \times {}_tV^{\#}_{xy:\overline{n}|} $$

$$ (t = 1, 2, \cdots, n) $$

ここで、

$$ B_{y+t:\overline{n-t}|} = \frac{1}{D_{y+t}} \times \frac{1}{n} \times \left(t \times M_{y+t} + R_{y+t} - R_{y+n} - n \times M_{y+n} + n \times D_{y+n} \right) $$

$$ {}_0V^{\#}_{xy:\overline{n}|} = 0 \text{、} \quad {}_nV^{\#}_{xy:\overline{n}|} = 1 $$

とする。

再帰式の両辺に $\boxed{①} \times D_{y+t-1}$ を乗じ、$t = 1, 2, \cdots, n$ を代入して辺々加えて整理すると、

$$ P^{\#}_{xy:\overline{n}|} \times \sum_{t=1}^{n} \boxed{①} \times D_{y+t-1} $$

$$ = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^{n} t \times \boxed{①} \times \boxed{②} + \sum_{t=1}^{n} \boxed{③} \times \boxed{④} \times B_{y+t:\overline{n-t}|} + \boxed{⑤} \times D_{y+n} $$

$$ \cdots（Ⅰ） $$

ここで、（Ⅰ）の右辺の第１項に $\boxed{②} = \boxed{⑥} - \boxed{⑦}$ を代入し、第２項に与えられた

$B_{y+t:\overline{n-t}|}$ の式及び $\boxed{③} = \boxed{①} - \boxed{⑧}$ を代入して、整理すると、

（Ⅰ）の右辺

$$ = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^{n} \Big\{ t \times \left(\boxed{①} \times \boxed{⑥} - \boxed{⑧} \times \boxed{⑦} \right) + R_{y+t} \times \left(\boxed{①} - \boxed{⑧} \right) $$

$$ - \left(R_{y+n} + n \times M_{y+n} - n \times D_{y+n} \right) \times \left(\boxed{①} - \boxed{⑧} \right) \Big\} + \boxed{⑤} \times D_{y+n} $$

$$ = \boxed{⑨} \times D_y \times \left(\frac{1}{n} \times \boxed{⑩} + \boxed{⑪} \right) $$

一方で、（Ⅰ）の左辺 $= P^{\#}_{xy:\overline{n}|} \times \boxed{⑨} \times D_y \times \boxed{⑫}$

従って、$P^{\#}_{xy:\overline{n}|} = \dfrac{\frac{1}{n} \times \boxed{⑩} + \boxed{⑪}}{\boxed{⑫}}$ が求まる。

（２）次の年金保険の一時払営業保険料を求めることを考える。

【年金保険】

・x 歳加入、保険料一時払、年金支払即時開始、年金年度末支払、年金年額１の終身完全年金

ただし、死亡時に既払年金総額が一時払営業保険料未満の場合は、その差額を死亡時に支払う

・一時払営業保険料の 0.05 は付加保険料とする

> （注）完全年金とは、年度末支払の生命年金ではあるが、年度中の死亡に対しては前年度末から死亡までの端数期間に比例した年金額を死亡時に支払う年金をいう。

一時払営業保険料を A^* とし、加入時から経過 t 年 $(t \geq 0)$ で死亡したとすると、完全年金であるから、一時払営業保険料から既払年金総額を控除した額は $(A^* - t)$ である。従って、収支相等の式は、

$$0.95 \times A^* = \mathring{a}_x + A^* \times \boxed{①} - \boxed{②} \quad \cdots（Ⅰ）$$

となる。

$\mathring{a}_x = a_x + \sum_{t=0}^{\infty} \boxed{③} \times \boxed{④}$　であるから、これを（Ⅰ）に代入して、

$$a_x + \sum_{t=0}^{\infty} \boxed{③} \times \boxed{④} + \left(\boxed{①} - 0.95 \right) \times A^* - \boxed{②} = 0 \quad \cdots（Ⅱ）$$

となる。これを満たす A^* の値が求める一時払営業保険料である。

いま、利力が 0.0238、死力は年齢に関係なく 0.0762 で一定とし、$e^{-0.1} = 0.9048$ とすると、

（Ⅱ）は　$\boxed{⑤} - \boxed{⑥} \times A^* + (0.9048)^{A^*} = 0$　となる。

$\left(\boxed{⑤}、\boxed{⑥} \right.$ は小数第４位を四捨五入した数値とする。$\left. \right)$

ここで、次の表が与えられれば、A^* の値に最も近いのは次の（ア）から（ク）のうちの $\boxed{⑦}$（（ア）から（ク）のうちのいずれか１つを選択）であることがわかる。

s	$(0.9048)^s$	s	$(0.9048)^s$
13.29	0.265	17.29	0.177
14.29	0.239	18.29	0.160
15.29	0.217	19.29	0.145
16.29	0.196	20.29	0.131

（ア）13.29　（イ）14.29　（ウ）15.29　（エ）16.29

（オ）17.29　（カ）18.29　（キ）19.29　（ク）20.29