2020 年 10 月 7 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
E	A	B	B	D	B	D	D
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
D	A	D	E	B	C	D	

問題 16	①	②	③	④
	${}^{T}C$	${}^{In}C$	${}^{U}C$	${}^{In}C$
	⑤	⑥	⑦	⑧
	${}^{U}C$	単位積立方式	賦課方式	退職時年金現価 積立方式

問題 17	①	②	③	④
	$\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$	$(1+i)^{\frac{1}{m}}$	$\log(1+i)$	$log\ \ l_x$
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$log\ \ D_x$	$xlogv$　（$logv^x$も可）	$\ddot{a}_x-\frac{1}{2}$　（$a_x+\frac{1}{2}$も可）	$\mu_x+\delta$

問題 18	①	②	③	④
	345	390.5	355.98	34.52
	⑤	⑥	⑦	⑧
	35.5	28.4	3	6.12

2020 年 10 月 7 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

（1）$P_{x_e} = \frac{b_{x_r} D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (b_y D_y)}$

（2）まず、

$$\frac{b_x^B}{b_x^A} = \frac{\beta \cdot a(x - x_e) + b_{x_e}}{a(x - x_e) + b_{x_e}} = \beta - \frac{(\beta - 1) b_{x_e}}{a(x - x_e) + b_{x_e}}$$

であるので$\frac{b_x^B}{b_x^A}$はxについて単調増加である。

$$\frac{P_{x_e}^B}{P_{x_e}^A} = \frac{b_{x_r}^B D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (b_y^B D_y)} \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (b_y^A D_y)}{b_{x_r}^A D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}} = \frac{b_{x_r}^B}{b_{x_r}^A} \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (b_y^A D_y)}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (b_y^B D_y)}$$

$\frac{b_x^B}{b_x^A}$が単調増加であることから、

$$\frac{b_{x_r}^B}{b_{x_r}^A} > \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^B}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^A}$$

$\frac{b_x^A}{b_x^B}$が単調減少かつD_yが単調減少であるから、

$$\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^B D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^B} < \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^A D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^A}$$

また、

$$\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^B D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^A D_y} < \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^B}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y^A} < \frac{b_{x_r}^B}{b_{x_r}^A}$$

これらのことから、

$$\frac{P_{x_e}^B}{P_{x_e}^A} > 1$$

となり、

$$P_{x_e}^B > P_{x_e}^A$$

（注）裏面には記載しないこと

2020 年 10 月 7 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20 ←問題番号を記入すること。

（1）x歳で脱退した人の退職時年金現価積立方式の保険料（全員分）を${}^{T}C_x$とおくと、${}^{T}C_x$は脱退時点における年金現価で、${}^{T}C_x = B_x v^{60-x} \ddot{a}_{\overline{10|}}$。したがって、

$${}^{T}C = \sum_{x=40}^{60} B_x v^{60-x} \ddot{a}_{\overline{10|}}$$

また、ある年齢の年金受給者に支払われる 1 年間の年金支払総額は、期初 40～60 歳で脱退した人の 1 年あたりの年金額の合計であり、年金額の変動のない 10 年確定年金であるので、

$$B = \sum_{y=61}^{70} \sum_{x=40}^{60} B_x = 10 \sum_{x=40}^{60} B_x$$

（2）定義より、

$$F^A(y,x) = {}^{T}C_x (1+i)^{y-x} = B_x v^{60-y} \ddot{a}_{\overline{10|}}$$

$$F^B(y,x) = {}^{T}C_x (1+i)^{y-x} - B_x \ddot{s}_{\overline{y-60|}} = B_x (1+i)^{y-60} \ddot{a}_{\overline{10|}} - B_x \ddot{s}_{\overline{y-60|}} = B_x \ddot{a}_{\overline{70-y|}}$$

（3）右辺の第 1 項をF_1、第 2 項をF_2とすると、

$$F_1 = \sum_{y=41}^{60} \sum_{x=40}^{y-1} B_x v^{60-y} \ddot{a}_{\overline{10|}} = \sum_{x=40}^{59} \sum_{y=x+1}^{60} B_x v^{60-y} \ddot{a}_{\overline{10|}} = \sum_{x=40}^{59} B_x \frac{1-v^{60-x}}{d} \ddot{a}_{\overline{10|}}$$

$$= \sum_{x=40}^{60} B_x \frac{1-v^{60-x}}{d} \ddot{a}_{\overline{10|}} \qquad (\because x = 60 \text{ のとき } \Sigma \text{ の中はゼロ})$$

よって、

$$dF_1 + {}^{T}C = \sum_{x=40}^{60} B_x \ddot{a}_{\overline{10|}}$$

また、

$$F_2 = \sum_{y=61}^{69} \sum_{x=40}^{60} B_x \ddot{a}_{\overline{70-y|}} = \sum_{y=61}^{69} \sum_{x=40}^{60} B_x \frac{1-v^{70-y}}{d} = \sum_{y=61}^{70} \sum_{x=40}^{60} B_x \frac{1-v^{70-y}}{d}$$

$$dF_2 - B = \sum_{y=61}^{70} \sum_{x=40}^{60} B_x (1-v^{70-y}) - 10 \sum_{x=40}^{60} B_x$$

$$= -\sum_{y=61}^{70} \sum_{x=40}^{60} B_x v^{70-y} = -\sum_{x=40}^{60} B_x \ddot{a}_{\overline{10|}} = -dF_1 - {}^{T}C$$

よって、$dF_2 - B = -dF_1 - {}^{T}C$となり、極限方程式（$dF + {}^{T}C = B$）が成立する。

（注）裏面には記載しないこと