基礎数理Ⅱ（問題）

問題１．次の（１）から（１４）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号［(ア）から（ク）のうちいずれか１つ］を記入しなさい。（84 点）

（１）時刻 t ($0 \leq t \leq 1$) における B 社の資産 $B(t)$ 及び C 社の資産 $C(t)$ が、

$B(t) = a \times t^2 + b \times t + 1$、$C(t) = -a \times t^2 + c \times t + 1$　で表され、

$B\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times C\left(\dfrac{1}{2}\right)$、$B(1) = C(1) = 2$ であるとする。

いま、B 社及び C 社の $0 \leq t \leq 1$ における利息収入が同じであったとすると、$\dfrac{\delta_B}{\delta_C}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、δ_B は B 社の利力、δ_C は C 社の利力でそれぞれ一定とし、資産は常に利息を生むものとする。

（ア）0.586　（イ）0.596　（ウ）0.606　（エ）0.616
（オ）0.626　（カ）0.636　（キ）0.646　（ク）0.656

（２）$\dfrac{3}{5} \times \left\{ (Ia)_{\overline{16|}} + 16 \times {}_{16|}a_{\infty} \right\} = a_{\overline{16|}} \times \left(\ddot{a}_{\overline{16|}} + 2 \times {}_{16|}\ddot{a}_{\overline{16|}} \right)$ のとき、予定利率 $i\,(>0)$ の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、全ての年金の予定利率は同じとする。

（ア）1.56%　（イ）1.61%　（ウ）1.66%　（エ）1.71%
（オ）1.76%　（カ）1.81%　（キ）1.86%　（ク）1.91%

（３）$\mathring{e}_x = \dfrac{4}{5} \times (75 - x)$　$(0 \leq x < 75)$ のとき、${}_{30}p_0$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.850　（イ）0.860　（ウ）0.870　（エ）0.880
（オ）0.890　（カ）0.900　（キ）0.910　（ク）0.920

（4）ある集団が原因 A、B によって減少していく 2 重脱退残存表を考える。ここで、各脱退はそれぞれ独立に、かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。

いま、 $q_x^A = 0.35$、$q_x^B = 0.46$ のとき、q_x^{A*} の値に最も近いのは次のうちどれか。

なお、 q_x^A、q_x^B の値が小さくないので近似式を用いると、q_x^{A*} の真の値は求まらないことに注意すること。

（ア）0.4034　（イ）0.4204　（ウ）0.4375　（エ）0.4545
（オ）0.4716　（カ）0.4886　（キ）0.5057　（ク）0.5227

（5）50 歳加入、保険料年払 10 年払込、70 歳年金開始、年金年度始支払で次の給付を行う生命年金保険を考える。

【給付内容】

・保険料払込期間中の第 t 年度 ($1 \leq t \leq 10$) に死亡した場合は、$\dfrac{t}{10} \times F$ を死亡した年度末に支払う。ただし、F は年金開始時の年金現価とする

・保険料払込終了から年金開始時までの期間中に死亡した場合は、F を死亡した年度末に支払う

・年金開始から最初の 10 年間は生死に関係なく年金額 1 を支払い、それ以降の s 年目（ $s \geq 11$ ）については、年度始に生存している場合に限り年金額 $\{ 1 + 0.05 \times (s - 10)\}$ を支払う

この生命年金保険の純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率は 1.3%とし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	S_x	M_x	R_x
50	49,464	1,180,873	18,276,564	34,309	946,326
60	40,587	725,512	8,589,874	31,276	615,277
70	30,382	363,586	3,046,274	25,716	324,492
80	16,294	117,417	628,013	15,417	109,357

（ア）1.1895　（イ）1.1995　（ウ）1.2095　（エ）1.2195
（オ）1.2295　（カ）1.2395　（キ）1.2495　（ク）1.2595

（6）x 歳加入、保険期間 25 年、保険料連続払全期払込、保険金即時支払で次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

・災害により死亡したときは、死亡時に死亡保険金 a を支払う

・加入時から経過 t 年$(0 \leq t \leq 25)$で災害以外により死亡したときは、死亡時に死亡保険金$\frac{t}{25}$を支払う。ただし、t は 1 年未満の端数も考慮するものとする

・満期まで生存した場合、生存保険金 1 を支払う

この保険の純保険料が 0.039 であるとき、a の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、利力 $\delta = 0.02$、$0 \leq s \leq 25$ で死力$\mu_{x+s} = 0.02$、災害死力 $\mu_{x+s}^{ad} = 0.01$ とする。

なお、死力μ_{x+s}の対象は災害による死亡と災害以外による死亡の両方の死亡とし、災害死力μ_{x+s}^{ad}の対象は災害による死亡のみとする。必要であれば、$e^{-1} = 0.3679$ を用いなさい。

（ア）0.80　（イ）0.85　（ウ）0.90　（エ）0.95
（オ）1.00　（カ）1.05　（キ）1.10　（ク）1.15

（7）$A_{x:\overline{t|}}^{\ 1} = 0.9240$、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 9.3207$、${}_tV_{x:\overline{n|}}^{1} = 0.0009$、${}_tV_{x:\overline{n|}}^{\ \ 1} = 0.4795$ のとき、$P_{x:\overline{n|}}^{\ \ 1}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）0.08343　（イ）0.08543　（ウ）0.08743　（エ）0.08943
（オ）0.09143　（カ）0.09343　（キ）0.09543　（ク）0.09743

（8）40 歳加入、保険期間終身、保険料年払終身払込、保険金年度末支払で次の給付を行う保険がある。

【給付内容】

・70 歳に達する前に死亡した場合は死亡保険金 1 を支払い、70 歳に達した以降に死亡した場合は死亡保険金 2 を支払う

この保険の第 30 年度末の純保険料式責任準備金の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率 1.0% 、予定死亡率 $q_x = \dfrac{1}{103 - x}$（$0 \leq x < 103$）とする。

（ア）1.044　（イ）1.059　（ウ）1.074　（エ）1.089
（オ）1.104　（カ）1.119　（キ）1.134　（ク）1.149

（９） $a_{\frac{2}{90,90},90|\overline{90:\,1}|}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率は 1.0% 、90 歳の予定死亡率は各被保険者とも同一の生命表によるもので $q_{90}=0.20$ とし、また各被保険者の死亡はお互いに独立に発生するものとする。

（ア）0.00362　　（イ）0.00372　　（ウ）0.00382　　（エ）0.00392
（オ）0.00402　　（カ）0.00412　　（キ）0.00422　　（ク）0.00432

（１０）下表のような異なる死力の生命表（Ⅰ）及び（Ⅱ）がある。いま、生命表（Ⅰ）に属するある 65 歳の被保険者と、生命表（Ⅱ）に属する別の 65 歳の被保険者 2 人の $\mathring{e}_{\overline{65,65}}$ の値が 35 であったとすると a の値に最も近いのは次のうちどれか。

	死力
生命表（Ⅰ）	$\mu_x^{(I)}=\dfrac{1}{a-x}\,(0\leqq x<a、a>0)$
生命表（Ⅱ）	$\mu_x^{(II)}=\dfrac{2}{a-x}\,(0\leqq x<a、a>0)$

（ア）121　　（イ）122　　（ウ）123　　（エ）124
（オ）125　　（カ）126　　（キ）127　　（ク）128

（１１）予定利率 1.0%のとき、次の死亡・就業不能脱退残存表に基づく $a_{61:\overline{3}|}^{a(i:\overline{2}|)}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

なお、死亡及び就業不能はそれぞれ独立に、かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。

また、就業不能でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
61	82,760	1,139	552	3,457	139
62	81,069	1,207	637	3,870	164
63	79,225	1,275	738	4,343	193
64	77,212	1,343	858	4,888	229

（ア）0.03192　　（イ）0.03292　　（ウ）0.03392　　（エ）0.03492
（オ）0.03592　　（カ）0.03692　　（キ）0.03792　　（ク）0.03892

（１２）保険期間 25 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 300 万円、予定事業費が表１のとおりの被保険者を生存者とする養老保険がある。いま、40 歳の就業者がこの保険に加入し、同時に就業不能になればそれ以降の営業保険料の払込を免除する保険料払込免除特約を付けた。この保険料払込免除特約の年払純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、最終年度に発生する就業不能に対しては、免除すべき保険料がないため、最終年度の保険料払込免除特約の保険料の払い込みはないものとする。

年金現価は表２のとおりとし、$A^{1}_{40:\overline{25|}} = 0.1513$ とする。

【表１】

予定新契約費	・新契約時に、営業保険料１に対し 0.5 ・第２回目の保険料払込時に、営業保険料１に対し 0.3
予定維持費	・毎年度始に、保険金額１に対し 0.003 ・死亡保険金支払時に、保険金額１に対し 0.002 ・満期時の生存保険金支払時に、保険金額１に対し 0.001
予定集金費	・保険料払込のつど、営業保険料１に対し 0.02

【表２】

年齢	40 歳			41 歳
期間	24 年	25 年	26 年	24 年
年金現価	$\ddot{a}_{40:\overline{24|}} = 20.4316$	$\ddot{a}_{40:\overline{25|}} = 21.0905$	$\ddot{a}_{40:\overline{26|}} = 21.7303$	$\ddot{a}_{41:\overline{24|}} = 20.3262$
	$\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{24|}} = 20.1805$	$\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{25|}} = 20.8033$	$\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{26|}} = 21.4024$	$\ddot{a}^{aa}_{41:\overline{24|}} = 20.0448$
	$\ddot{a}^{a}_{40:\overline{24|}} = 20.4465$	$\ddot{a}^{a}_{40:\overline{25|}} = 21.1065$	$\ddot{a}^{a}_{40:\overline{26|}} = 21.7475$	$\ddot{a}^{a}_{41:\overline{24|}} = 20.3427$

なお、死亡及び就業不能はそれぞれ独立に、かつ１年を通じて一様に発生するものとする。

また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

（ア）1,660 円　（イ）1,700 円　（ウ）1,740 円　（エ）1,780 円
（オ）1,820 円　（カ）1,860 円　（キ）1,900 円　（ク）1,940 円

（１３）40 歳加入、保険期間終身、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の保険（Ⅰ）及び（Ⅱ）が表 1 のとおりであったとする。

【表１】

	予定利率	予定死亡率	純保険料
保険（Ⅰ）	$i\ (>0)$	$q_{40+t-1}\ (t \geq 1)$	0.0207
保険（Ⅱ）	$i\ (>0)$	$q'_{40+t-1}\ (t \geq 1)$	P'_{40}

いま、保険（Ⅰ）と保険（Ⅱ）の予定死亡率の間に

$$q'_{40+t-1} = \begin{cases} q_{40+t-1} & (t \neq 6) \\ q_{40+t-1} + 0.1 & (t = 6) \end{cases}$$

という関係が成り立っているとすると、P'_{40} の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率 i 及び予定死亡率 q_{40+t-1} に基づく計算基数は表 2 のとおりとする。

【表２】

x	D_x	N_x
40	57,774	1,721,220
41	56,938	1,663,445
42	56,102	1,606,508
43	55,271	1,550,406
44	54,443	1,495,135
45	53,617	1,440,692
46	52,792	1,387,075

（ア）0.0232　（イ）0.0237　（ウ）0.0242　（エ）0.0247
（オ）0.0252　（カ）0.0257　（キ）0.0262　（ク）0.0267

（１４）x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、予定事業費が下表のとおりの養老保険があり、この保険の営業保険料 $P^*_{x:\overline{n|}} = 0.14639$ であるとする。

いま、この保険においてチルメル割合 α（予定新契約費率と同一）の全期チルメル式責任準備金を積み立てたところ、第 1 保険年度末の責任準備金が 0 となった。このとき、p_xの値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率 1.8%、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 6.7887$ とする。

予定新契約費	新契約時に、保険金額 1 に対し $\alpha\ (>0)$
予定維持費	毎年度始に、保険金額 1 に対し 0.003
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

（ア）0.8933　（イ）0.9033　（ウ）0.9133　（エ）0.9233
（オ）0.9333　（カ）0.9433　（キ）0.9533　（ク）0.9633

問題２．次の問（1）については、空欄①～⑭にあてはまる適切な１つの記号を指定の解答用紙の所定欄に記入し、次の問（2）については、空欄①～⑨にあてはまる適切な１つの記号を指定の解答用紙の所定欄に記入しなさい。なお、同じ１つの記号を複数回用いてもよい。

１つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$、$D_x^{aa}$ 等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、${}_tp_x \times \mu_{x+t}$、$\sum_{t=0}^{\infty} v^t \times {}_{t|}q_x$、$N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。（16 点）

（１）x 歳加入、年金即時開始、年金年度始支払の変動年金の現価 $(D_{\overline{n}|}\ddot{a})_x$ を、x 歳加入、保険金年度末支払の色々な保険の一時払純保険料（例えば、$A_{x:\overline{n}|}$、$(DA)^1_{x:\overline{n}|}$、A_x 等）を用いて表すことを考える。

$(D_{\overline{n}|}\ddot{a})_x$ で、第 t 年度($t \geq 1$)の死亡に対する支払総額の第１年度始の現価を $S(t)$ とすると、

$$(D_{\overline{n}|}\ddot{a})_x = \sum_{t=1}^{\infty} S(t) \times \boxed{①} \quad \cdots（Ⅰ）$$ となる。

ここで、

$$S(t) = \begin{cases} \left(\boxed{②} - \dfrac{\boxed{④}}{\boxed{③}}\right) \times \boxed{⑤} + \dfrac{\boxed{⑥}}{\boxed{③}} \times v^t & (1 \leq t \leq n) \\ S(n) + v^n \times \boxed{⑦} & (t \geq n+1) \end{cases}$$

であるから、これを（Ⅰ）に代入すると、

$$(D_{\overline{n}|}\ddot{a})_x = \sum_{t=1}^{n} \left\{ \left(\boxed{②} - \frac{\boxed{④}}{\boxed{③}}\right) \times \boxed{⑤} + \frac{\boxed{⑥}}{\boxed{③}} \times v^t \right\} \times \boxed{①}$$
$$+ \sum_{t=n+1}^{\infty} \left(S(n) + v^n \times \boxed{⑦} \right) \times \boxed{①} \quad \cdots（Ⅱ）$$

となる。（Ⅱ）の右辺第２項を整理すると、

$$\sum_{t=n+1}^{\infty} \left(S(n) + v^n \times \boxed{⑦} \right) \times \boxed{①}$$
$$= \left\{ \left(\boxed{②} - \frac{\boxed{④}}{\boxed{③}}\right) \times \boxed{⑧} + v^n \times \left(\frac{\boxed{②}}{\boxed{③}} + \boxed{⑨} \right) \right\} \times \boxed{⑩}$$

となるので、これより

$$(D_{\overline{n}|}\ddot{a})_x = \frac{1}{\boxed{③}} \left\{ \left(\boxed{②} - \frac{\boxed{④}}{\boxed{③}}\right) \times \left(1 - \boxed{⑪}\right) + \frac{\boxed{⑫}}{\boxed{③}} - \boxed{⑬} + \boxed{⑭} \right\}$$

と、x 歳加入、保険金年度末支払の色々な保険の一時払純保険料で表すことが出来ることが分かる。

（2）x 歳の被保険者を (x) という記号で表すこととする。同一の生命表に従う (x)、(y)、(z)、(w) の 4 人が次の内容の条件付連生保険に加入した場合について考える。ただし、(x)、(y)、(z)、(w) の死亡はお互いに独立に発生するものとする。

【条件付連生保険】

・保険期間 n 年

・保険期間内に (w)、(z)、(y)、(x) の順、又は (w)、(z)、(x) の順に死亡すれば (x) が死亡した年度末に死亡保険金 1 を支払い、この保険は消滅する

・保険期間が満了した場合、又は上記以外の順に死亡が発生した場合は、何も支払わずにこの保険は消滅する

・保険料は年払全期払込で、この保険が消滅しない限り払い込む

このとき、この保険の純保険料 P を求める。

まず、この保険の一時払純保険料を A とすると、

$$A = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \times \boxed{①} \quad \cdots（\mathrm{I}）$$

と表されるが、この右辺の $\boxed{①}$ を ${}_tp_x$ 、${}_{t+1}p_x$ を用いた形で表すと、

$$\boxed{①} = \boxed{②} + {}_tp_x \times \boxed{③} - {}_{t+1}p_x \times \boxed{④}$$

となる。これを（Ｉ）に代入して変形すると、

$$A = \boxed{⑤} - d \times \boxed{⑥} - \boxed{⑦} \times \boxed{⑧}$$

となる。

一方で、この保険が消滅しない限り保険料を払い込むので、加入時の収入の現価は

$$P \times \left(\boxed{⑥} + \boxed{⑨} \right)$$

となる。

よって、求める純保険料は

$$P = \frac{\boxed{⑤} - d \times \boxed{⑥} - \boxed{⑦} \times \boxed{⑧}}{\boxed{⑥} + \boxed{⑨}}$$

となる。