# 年金数理（問題）

本問題においては、各設問で特に断らない限り以下のとおりとする。
１．「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を、退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。
２．「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式（特定年齢方式）をいう。
３．「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
４．予定利率は正値を取るものとする。

問題１から15までは、それぞれの選択肢から、設問の答えとして正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題16から20までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題１．25 歳の給与が 300,000 円である被保険者について、35 歳時点の給与を動態的昇給率に基づいて予測したところ 420,000 円であった。この動態的昇給率が、以下の$x$歳における給与指数$b_x$をもつ静態的昇給率を基礎としている場合、$k$の値$(k > 0)$に最も近いものは次のいずれか。なお、ベースアップの要因による昇給率は 1.0%とする。また、ベースアップの要因による昇給率を$r$とした場合、$x$歳における静態的昇給率$R_x$を基礎とする動態的昇給率は$(1 + R_x) \times (1 + r) - 1$とする。（４点）

$$b_x = 1 + \frac{k}{2}(x - 15) \quad (x \geq 15)$$

(A) 0.065　　(B) 0.067　　(C) 0.069　　(D) 0.071　　(E) 0.073

問題２．定常人口の下にある人口総数が$L$の集団において、ある感染症が蔓延したため、ある時点から年間の 0 歳の出生数が従前の$\alpha_1$倍、死力が従前の$\beta$倍に変化し、その状態が$t_1$年間継続した。

その直後、年間の 0 歳の出生数が従前の$\alpha_2$倍に変化し、死力が従前に戻り、その状態が$t_2$年間継続した結果、集団の人口総数は従前の数まで回復した。このとき、$\alpha_2$は次のいずれか。なお、文中における「従前」とは、出生数が$\alpha_1$倍、死力が$\beta$倍に変化する前を指すものとし、本問における前提は以下のとおりとする。（４点）

・定常人口における$x$歳の人口$(l_x)$は、年齢に関して連続な関数で最終年齢はない。

・$x$歳の者が従前の死力で$n$年間生存する確率を${}_np_x$と表すものとする。

・$\alpha_1$は、$0 < \alpha_1 < 1$ を満たす定数とする。

・$\beta$は、$1 < \beta$を満たす定数とする。

(A) $\dfrac{\alpha_1 L}{\int_0^{t_2} l_x dx}$

(B) $\dfrac{L - \alpha_1 \int_{t_1}^{t_1+t_2} l_x \left({}_{x-t_1}p_0\right)^{\beta-1} dx - \int_{t_1+t_2}^{\infty} l_x \left({}_{t_1}p_{x-(t_1+t_2)}\right)^{\beta-1} dx}{\int_0^{t_2} l_x dx}$

(C) $\dfrac{L - \alpha_1 \int_{t_2}^{t_1+t_2} l_x \left({}_{x-t_2}p_0\right)^{\beta-1} dx - \int_{t_1+t_2}^{\infty} l_x \left({}_{t_1}p_{x-(t_1+t_2)}\right)^{\beta-1} dx}{\int_0^{t_2} l_x dx}$

(D) $\dfrac{L - \alpha_1 \int_{t_1}^{t_1+t_2} l_x \left({}_{x-t_1}p_0\right)^{\beta-1} dx - \int_{t_1+t_2}^{\infty} l_x \left({}_{t_1+t_2}p_{x-(t_1+t_2)}\right)^{\beta-1} dx}{\int_0^{t_2} l_x dx}$

(E) $\dfrac{L - \alpha_1 \int_{t_2}^{t_1+t_2} l_x \left({}_{x-t_2}p_0\right)^{\beta-1} dx - \int_{t_1+t_2}^{\infty} l_x \left({}_{t_1+t_2}p_{x-(t_1+t_2)}\right)^{\beta-1} dx}{\int_0^{t_2} l_x dx}$

問題３．以下の不等式のうち<u>正しいもの</u>の個数は次のいずれか。なお、$i$は予定利率、$\omega$は最終年齢、$\mathring{e}_x$は$x$歳の平均余命、$e_x = \frac{1}{l_x}(l_{x+1} + l_{x+2} + \cdots)$ （$x$歳の略算平均余命）とする。（４点）

① $i \leq \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n}|}} - \frac{1}{\ddot{s}_{\overline{n}|}}$

② $e_y \leq e_x$ （$x < y < \omega$とする。）

③ $x + \mathring{e}_x \leq y + \mathring{e}_y$ （$x < y < \omega$とする。）

④ $\bar{a}_{\overline{\mathring{e}_x}|} \leq \bar{a}_x$

⑤ $\frac{p_x}{q_x + i} \leq a_x$ （$p_x \geq p_{x+t}$（$t = 1, 2, \ldots$）とする。）

(A) 0 個　　(B) 1 個　　(C) 2 個　　(D) 3 個　　(E) 4 個

問題４．$x$ 歳の人が 4 人存在し、そのうち、$n$ 人 ($n = 1,2,3,4$) が生存しているとき $2^n$ を支払う期末払い連生年金の現価を 200.0 とする。$a_{xxx} = 12.0$ のとき、$a_x$ の値に最も近いものは次のいずれか。ただし、$x$ 歳の 4 人は全員同じ生命表にしたがうものとする。（４点）

(A) 13.0　　(B) 13.5　　(C) 14.0　　(D) 14.5　　(E) 15.0

問題５．次の＜年金制度 A＞、＜年金制度 B＞について、支給開始時点における年金現価が一致しているとする。

＜年金制度 A＞
・予定利率：2.0％
・支給開始年齢：60 歳
・支給時期：年 1 回期初払い
・支給期間：終身年金
・年金額：下表のとおり

| 年齢$(x)$ | 年金額 |
| --- | --- |
| $x \equiv 0\ (mod\ 4)$ | 年額 1 |
| $x \equiv 1\ (mod\ 4)$<br>$x \equiv 3\ (mod\ 4)$ | 年額 2 |
| $x \equiv 2\ (mod\ 4)$ | 年額 3 |

（注）整数$a, b, c$に対し、「$a \equiv b\ (mod\ c)$」とは、$(a-b)$が$c$で整除されることをいう。

＜年金制度 B＞
・予定利率：2.0％
・支給開始年齢：60 歳
・支給時期：年 1 回期初払い
・支給期間：10 年確定年金
・年金額：年額$K$

このとき、$K$の値に最も近いものは次のいずれか。なお、必要であれば、以下の諸数値を使用しなさい。（４点）

【諸数値】
・年 1 回期初払いの 10 年確定年金現価率（予定利率：2.0％）：9.16224
・基数表（予定利率：2.0％）

| 年齢（$x$） | $D_x$ | $N_x$ | $S_x$ |
| --- | --- | --- | --- |
| 60 | 31,545 | 273,306 | 1,503,168 |
| 61 | 29,998 | 241,761 | 1,229,862 |
| 63 | ? | ? | 776,338 |
| 65 | ? | ? | 436,998 |
| 67 | ? | ? | 200,921 |
| 69 | ? | ? | 58,232 |
| 71 | 0 | 0 | 0 |

(A) 1.84　　(B) 1.87　　(C) 1.90　　(D) 1.93　　(E) 1.96

問題６．ある年金制度において、ある一定の条件を満たした年金受給権者に対しては、Ａ基金より給付を行い、ほかの年金受給権者にはＢ基金より給付を行うものとする。一方、保険料は平準保険料によりＡ基金に払い込まれ、また、Ａ基金よりＢ基金に対しては、Ｂ基金からの年金給付のための原資を移管金として支払うものとする。年金制度が定常状態に達した場合のＡ、Ｂ両基金の期初積立金の比（Ａ基金の積立金／Ｂ基金の積立金）として正しいものは次のいずれか。なお、Ａ基金に払い込まれる保険料を$P$、Ａ基金が支払う年金給付を$S_A$、Ｂ基金が支払う年金給付を$S_B$、Ａ基金からＢ基金に支払う移管金を$Q$とし、Ａ基金およびＢ基金それぞれにおいて定常状態に達しているとする。保険料、年金給付は期初払い、移管金は期末払い、Ａ基金の予定利率は$2i$、Ｂ基金の予定利率は$i$とする。（４点）

(A) $2 \cdot \dfrac{(1+2i)(S_A - P) - Q}{(1+i)S_B - Q}$　(B) $2 \cdot \dfrac{(1+2i)(S_A - P) + Q}{(1+i)S_B - Q}$　(C) $2 \cdot \dfrac{(1+2i)(S_A - P) - Q}{(1+i)S_B + Q}$

(D) $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{(1+2i)(S_A - P) - Q}{(1+i)S_B - Q}$　(E) $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{(1+2i)(S_A - P) + Q}{(1+i)S_B - Q}$

問題７．Trowbridge モデルに基づくある年金制度の諸数値は以下のとおりであった。この時点で保険料率（標準保険料率＋特別保険料率）を算定したとき、（１）から（３）までの保険料率の大小関係として正しいものは次のいずれか。

なお、特別保険料は給与に比例して年１回期初に払い込みを行うものとし、必要に応じて下表の 10 年確定年金現価率（年１回期初払い）を使用しなさい。保険料率（標準保険料率または特別保険料率）の算定においてパーセント単位で小数第 3 位以下の端数が生じた場合、小数第 3 位を四捨五入しなさい。（４点）

＜年金制度の諸数値＞

| | |
|---|---|
| 年金受給権者の給付現価($S^P$) | 600 百万円 |
| 在職中の被保険者の給付現価($S^a$) | 1,000 百万円 |
| 在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価($S^a_{FS}$) | 400 百万円 |
| 在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価($S^a_{PS}$) | 600 百万円 |
| 将来加入が見込まれる被保険者の給付現価($S^f$) | 400 百万円 |
| 新規加入者の加入時給付現価（単年度分） | 14 百万円 |
| 在職中の被保険者の給与現価($G^a$) | 4,000 百万円 |
| 将来加入が見込まれる被保険者の給与現価($G^f$) | 3,000 百万円 |
| 新規加入者の加入時給与現価（単年度分） | 105 百万円 |
| 積立金の残高($F$) | 800 百万円 |
| 給与総額 | 350 百万円 |

＜10 年確定年金現価率（年１回期初払い）＞

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 予定利率 | 3.0% | 3.1% | 3.2% | 3.3% | 3.4% | 3.5% | 3.6% | 3.7% | 3.8% | 3.9% |
| 現価率 | 8.786 | 8.750 | 8.714 | 8.678 | 8.643 | 8.608 | 8.573 | 8.538 | 8.504 | 8.469 |
| 予定利率 | 4.0% | 4.1% | 4.2% | 4.3% | 4.4% | 4.5% | 4.6% | 4.7% | 4.8% | 4.9% |
| 現価率 | 8.435 | 8.402 | 8.368 | 8.335 | 8.302 | 8.269 | 8.236 | 8.204 | 8.172 | 8.140 |

（１） 財政方式を加入年齢方式とし、未積立債務の償却期間を 10 年とした場合の「標準保険料率＋特別保険料率」

（２） 財政方式を閉鎖型総合保険料方式とした場合の保険料率

（３） 財政方式を開放基金方式とし、未積立債務の償却期間を 10 年とした場合の「標準保険料率＋特別保険料率」

(A) (1)＜ (2)＜ (3)　　(B) (1)＜ (3)＜ (2)　　(C) (2)＜ (1)＜ (3)

(D) (2)＜ (3)＜ (1)　　(E) (3)＜ (1)＜ (2)

問題８．ある年金制度は、加入時から脱退時までの給与の累積額に、年齢や加入期間によらない一定率を乗じた額を、定年到達による脱退時から終身年金で支給する制度であり、定年到達以外の脱退時の給付は行わない。財政方式は単位積立方式を採用しており、各年度に割り当てる「単位」を、加入期間が 1 年伸びることにより増加する年金額としている。このとき、ある年度の期初に年齢$x_e$歳で加入した被保険者について、「$(x+5)$歳の標準保険料÷$x$歳の標準保険料」（ただし、$x_e < x$、$x+5 < x_r$（$x_r$は定年年齢）とする）に最も近いものは次のいずれか。なお、給与は毎期末に 2.0%昇給するものとし、昇給後に給与が累積されるものとする。また、予定利率は 1.5%で、保険料の払い込みは年 1 回期初であり、期初には「新規加入→保険料の払い込み」の順番で発生するものとし、$x$歳の被保険者が 5 年後も被保険者である確率は 0.85 とする。（４点）

(A) 1.1　　(B) 1.2　　(C) 1.3　　(D) 1.4　　(E) 1.5

問題９．以下の【制度内容】および【基礎率等】による制度に対し財政再計算を実施したところ、1 人あたりの標準保険料は財政再計算前後で不変であった。このとき 1 人あたりの標準保険料は次のいずれか。（４点）

【制度内容】

・給付の種類　：一時金

・制度への加入時期　：年 1 回期初

・制度からの脱退時期　：定年（$x_r$歳）による脱退の場合

$x_r$歳到達翌年度期初

中途脱退の場合

年 1 回期末

ただし、期初に$(x_r-1)$歳の従業員は、期末に中途脱退および翌期初の定年脱退により全員脱退する。

・加入期間の計算　：脱退年度期初時点の年齢－加入時の年齢

・一時金の支給時期　：脱退翌期初

ただし、定年脱退の場合は定年脱退と同時

・一時金の額　：加入期間$T$年に対し、$T\cdot(1+i)^{T+1}$

ただし、定年脱退の場合は加入期間$T$年に対し、$T\cdot(1+i)^{T}$

・保険料の払い込み時期　：年 1 回期初（標準保険料を払い込む最終年齢は、$(x_r-1)$歳とする）

【基礎率等】

・財政方式　：特定年齢を$x_e$歳とする加入年齢方式

・予定利率　：$i$

・財政再計算前の脱退率　：${}_sq_x$（$x$歳の従業員が$s$年以内に脱退する確率）

・財政再計算後の脱退率

$(x_e+t)$歳：$1-1.1\times\left(1-\ q_{x_e+t}\right)$　　（ $q_{x_e+t}\ >\ \frac{0.1}{1.1}$ とする）

$(x_e+2t-1)$歳：財政再計算後の脱退率による脱退残存表の$(x_e+2t)$歳の残存数が財政再計算前のそれと一致する脱退率

上記以外の年齢：財政再計算前と同じ脱退率

なお、$t$は$1<t<\frac{x_r-x_e+1}{2}$を満たす整数とする。

・死亡率　：死亡脱退は見込まないものとする。

(A) $\dfrac{\sum_{s=t}^{2t-1}\left(1-\ {}_sq_{x_e}\right)}{{}_{t|}\ddot{a}_{x_e:\overline{t|}}}$　(B) $\dfrac{\sum_{s=t-1}^{2t-1}\left(1-\ {}_sq_{x_e}\right)}{{}_{t-1|}\ddot{a}_{x_e:\overline{t-1|}}}$　(C) $\dfrac{\sum_{s=t-1}^{2t-1}\left(1-\ {}_sq_{x_e}\right)}{{}_{t-1|}\ddot{a}_{x_e:\overline{t+1|}}}$

(D) $\dfrac{\sum_{s=t+1}^{2t-1}\left(1-\ {}_sq_{x_e}\right)}{{}_{t+1|}\ddot{a}_{x_e:\overline{t-1|}}}$　(E) $\dfrac{\sum_{s=t+1}^{2t-1}\left(1-\ {}_sq_{x_e}\right)}{{}_{t+1|}\ddot{a}_{x_e:\overline{t+1|}}}$

問題１０．加入年齢方式を採用する、定常人口に達したある最終給与比例方式（保険料および給付はともに給与に比例する）の年金制度について以下の問いに答えよ。（４点）

＜数値($n$年度末再計算後（保険料の額と給付額は$n$年度））＞

| | |
|---|---|
| 年金受給権者の給付現価（$S^p$） | 0 千円 |
| 在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価（$S^a_{FS}$） | 150,000 千円 |
| 在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価（$S^a_{PS}$） | 250,000 千円 |
| 将来加入が見込まれる被保険者の給付現価（$S^f$） | 150,000 千円 |
| 在職中の被保険者の給与現価（$G^a$） | 3,000,000 千円 |
| 将来加入が見込まれる被保険者の給与現価（$G^f$） | 2,000,000 千円 |
| 積立金残高（$F$） | 200,000 千円 |
| 給与合計 | 120,000 千円 |
| 保険料の額（$n$年度（年額）） | 9,000 千円 |
| 給付額（$n$年度（年額）） | 12,000 千円 |
| 予定利率 | 2.0 ％ |
| 5 年確定年金現価率（$\ddot{a}_{\overline{5}|}$） | 4.8077 |

・$n$年度末において、特別保険料率は設定されていない。

・当年金制度においては、脱退者から年金受給権者への移行は発生せず、常に$S^p = 0$である。

（問）

$n$年度末に保険料を再計算した直後、$(n+1)$年度の期初より、以降毎年期初に、給与合計が前年度末の 1.2 倍に変動（ベースアップ）した。

下記の前提で財政運営を行った結果、$n$年度末から何年か経過したところで、初めて再計算を行うことになった。「その再計算における標準保険料率と特別保険料率の合計」÷「$n$年度末の再計算における標準保険料率」に最も近いものは次のいずれか。

【前提】

・$(n+1)$年度以降に実施する再計算は、年度末の未積立債務が同年度末における責任準備金の 15％を超過した年度の期末にのみ行い、それ以外の年度には行わない。

・再計算において、給与指数は静態的に算定（将来のベースアップは見込まない）。

・再計算で用いる基礎率は、$n$年度末の再計算の基礎率と同じ。

・$(n+1)$年度以降、給与のベースアップ以外に、基礎率と実績に乖離は生じない。

・保険料と給付は年 1 回期初払い（期初のベースアップは反映される）。

・特別保険料は予定償却期間 5 年の元利均等償却とし、給与に将来のベースアップは見込まない。

・標準保険料率および特別保険料率はそれぞれ、パーセント単位で小数第 2 位を四捨五入する。

(A) 1.60　　(B) 1.80　　(C) 2.00　　(D) 2.20　　(E) 2.40

問題１１．未積立債務を償却期間 3 年以上 7 年以下の弾力償却（特別保険料は年 12 回期初払い）にて償却するものとする。$(n+1)$年度と$(n+2)$年度は償却期間 7 年の特別保険料、$(n+3)$年度と$(n+4)$年度は償却期間 3 年の特別保険料、$(n+5)$年度以降は償却期間 5 年の特別保険料によって償却するものとする。なお、償却期間$k$年の特別保険料とは、$n$年度末における未積立債務を予定利率に対応する$k$年確定年金現価率で除したものとする。

この場合、$n$年度末からの償却期間に最も近いものは次のいずれか。ただし、ここで求める償却期間は特別保険料収入現価の合計が未積立債務を下回らない範囲で最も短い期間とする。なお、予定利率は 2.0%とし、必要であれば、以下の確定年金現価率（年 12 回期初払い）を使用しなさい。（４点）

＜予定利率 2.0%における年 12 回期初払いの確定年金現価率（年金月額 1 に対する乗率）＞

| 月／年 | 0 年 | 1 年 | 2 年 | 3 年 | 4 年 | 5 年 | 6 年 | 7 年 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 ヵ月 | - | 11.89177 | 23.55037 | 34.98037 | 46.18625 | 57.17241 | 67.94315 | 78.50271 |
| 1 ヵ月 | 1.00000 | 12.87216 | 24.51154 | 35.92269 | 47.11010 | 58.07814 | 68.83113 | 79.37327 |
| 2 ヵ月 | 1.99835 | 13.85094 | 25.47112 | 36.86346 | 48.03242 | 58.98238 | 69.71763 | 80.24239 |
| 3 ヵ月 | 2.99506 | 14.82810 | 26.42913 | 37.80268 | 48.95322 | 59.88512 | 70.60268 | 81.11008 |
| 4 ヵ月 | 3.99012 | 15.80365 | 27.38555 | 38.74035 | 49.87250 | 60.78638 | 71.48626 | 81.97634 |
| 5 ヵ月 | 4.98354 | 16.77759 | 28.34039 | 39.67647 | 50.79027 | 61.68615 | 72.36839 | 82.84118 |
| 6 ヵ月 | 5.97532 | 17.74993 | 29.29366 | 40.61105 | 51.70652 | 62.58444 | 73.24907 | 83.70458 |
| 7 ヵ月 | 6.96547 | 18.72066 | 30.24536 | 41.54409 | 52.62127 | 63.48125 | 74.12829 | 84.56657 |
| 8 ヵ月 | 7.95398 | 19.68979 | 31.19549 | 42.47559 | 53.53450 | 64.37658 | 75.00606 | 85.42713 |
| 9 ヵ月 | 8.94087 | 20.65733 | 32.14405 | 43.40555 | 54.44623 | 65.27043 | 75.88239 | 86.28627 |
| 10 ヵ月 | 9.92613 | 21.62327 | 33.09105 | 44.33398 | 55.35646 | 66.16281 | 76.75727 | 87.14400 |
| 11 ヵ月 | 10.90976 | 22.58761 | 34.03649 | 45.26088 | 56.26518 | 67.05372 | 77.63071 | 88.00031 |

(A) 4 年 1 ヵ月　(B) 4 年 2 ヵ月　(C) 4 年 3 ヵ月　(D) 4 年 4 ヵ月　(E) 4 年 5 ヵ月

問題１２．ある年金制度では定年退職による脱退時に 20 年保証期間付き終身年金、または一時金を選択することができる。年金は脱退の翌年度から年 1 回期初払いで支給され、一時金は脱退の翌年度期初に支給される。定年年齢は 60 歳とし、給付利率は 5.0%、20 年保証期間付き終身年金の年金額は脱退時の一時金額÷予定利率 5.0%の 20 年確定年金現価率（年 1 回期初払い）で計算されるものとする。責任準備金は予定利率 2.0%、全員が年金を選択するものとして計算する。
ある年度において、定年退職による脱退者の 30%が一時金を選択し、その一時金総額が 50,000 であるとき、定年退職による脱退者の一時金選択により発生した年金財政上の差益に最も近いものは次のいずれか。なお、必要であれば、以下の諸数値を使用しなさい。（４点）

【諸数値】

・$\ddot{a}_{\overline{20|}}(2.0\%) = 16.67846$

・$\ddot{a}_{\overline{20|}}(5.0\%) = 13.08532$

・基数表（予定利率 2.0%）

| 年齢（$x$） | $D_x$ | $N_x$ |
|---|---|---|
| 60 | 28,363 | 549,108 |
| 80 | 13,600 | 117,852 |

(A) 10,000　　(B) 15,000　　(C) 20,000　　(D) 25,000　　(E) 30,000

問題１３．平準積立方式で運営されている年金制度が$n$年度末時点で定常状態に達している。この年金制度では、被保険者であった期間の給与の累計に比例した終身年金を、定年退職者のみに支払うものとする。このとき、以下の文章のうち正しいものの個数は次のいずれか。なお、給付および保険料は年 1 回期初払い、保険料は払い込み時点の被保険者の給与に比例した額を支払うものとし、特に断りがない限り、被保険者・年金受給権者は予定通り推移するものとし、積立金の運用も予定通りに行われるものとする。（４点）

① $(n+1)$年度、$(n+2)$年度の 2 年続けて、実際の運用利回りが予定利率を 1.0%上回った場合、$(n+2)$年度の利差損益の方が$(n+1)$年度の利差損益よりも必ず大きくなる。

② $(n+1)$年度において新規加入者がいなかった場合、新規加入差損益が発生することはない。

③ $(n+1)$年度期初の被保険者の給与が予定の 1.1 倍であった場合、当該者に係る$(n+1)$年度末の責任準備金も必ず予定より 10%増加することになり、この分が差損益の要素となる。なお、昇給は保険料の払い込み、給付の支払い後に発生するものとする。

④ $(n+1)$年度において中途脱退者が予定より多く発生した場合、中途脱退者の年齢によらず必ず脱退による差益が発生する。

⑤ $(n+1)$年度において年金受給権者のある年齢での死亡が予定より多く発生した。この場合、死亡が予定より多く発生した年金受給権者の年齢によらず必ず死亡による差益が発生する。

(A) 1個　　(B) 2個　　(C) 3個　　(D) 4個　　(E) 5個

問題１４．最終給与比例方式（保険料および給付はともに給与に比例する）のある年金制度について、$n$年度末において積立過不足がなく定常状態にあった。ここで、$(n+1)$年度以降の毎年度の期初に1.0％のベースアップがあったとする。保険料率を見直さなかった場合、『$(n+20)$年度末の積立金／$n$年度末積立金』の値に最も近いものは次のいずれか。保険料および給付は年 1 回期初払いとし、予定利率は 3.0％とする。また、利差損益は発生しないものとし、ベースアップがあった年の保険料の払い込みおよび給付の支払いはベースアップ後の給与に基づき行なわれるものとする。なお、必要であれば以下の諸数値を使用しなさい。（４点）

【諸数値】

$1.01^{20} = 1.22019$、$1.03^{20} = 1.80611$

(A) 91%　　(B) 92%　　(C) 93%　　(D) 94%　　(E) 95%

問題１５．最終給与比例方式（保険料および給付はともに給与に比例する）の 2 つの年金制度 A および B が合併することになった。合併直前の両制度の状況は以下のとおりである。

①B の被保険者数および総給与は A の 60％で、勤続年数および年齢の構成比は A と等しい

②B の給付水準は A の 150％、B の積立金残高は A の 60％

③A の未積立債務は A の給付現価の 10％であり、A の特別保険料率は合併直前における A の総給与がその後一定という前提で$n$年償却するように算定されている

合併にあたり、A の給付水準はそのままとし、合併後の特別保険料率が合併前の A における特別保険料率と同水準となるように B の給付水準を一律に引き下げた。B の変更前の給付水準に対する変更後の給付水準の比率に最も近いものは次のいずれか。なお、財政方式は合併前後とも加入年齢方式とし、合併後の計算基礎率および標準保険料率は合併前の A のそれを使用する。また、未積立債務は合併後の総給与がその後一定という前提で$n$年償却するように総給与に対する特別保険料率を算定する。（４点）

(A) 60%　　(B) 63%　　(C) 67%　　(D) 70%　　(E) 74%

問題１６．Trowbridge モデルで定常状態にある年金制度について、年金受給権者の給付現価（$S^p$)、在職中の被保険者の給付現価（$S^a$)、将来加入が見込まれる被保険者の給付現価（$S^f$）の合計が、制度全体の給付現価（$S$）に等しいことを示したい。以下の空欄に当てはまる適切な式を解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、番号の異なる空欄に同じ式が当てはまることもあるものとする。（８点）

必要であれば、次の記号を用いること。

$S^p$：年金受給権者の給付現価

$S^a$：在職中の被保険者の給付現価

$S^f$：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

$l_x$ ：$x$歳の者の人数

$x_e$：被保険者の加入年齢

$x_r$：被保険者の定年年齢

$\omega$：生存最終年齢

$B$ ：毎年度の給付額

$i$：予定利率

$v = \frac{1}{1+i}$ 、$d = 1 - v$

（１）制度全体の給付現価

毎年度の給付額 $B$ が将来のすべての期間にわたって支給されるので、期初における、制度全体の給付現価は、次のとおり表すことができる。

$$S = \sum_{t=0}^{\infty} Bv^t = B\frac{1}{1-v} = \frac{B}{d}$$

（２）年金受給権者の給付現価

$x$ 歳の年金受給権者１人に必要な年金原資は$\ddot{a}_x$なので、$x$ 歳の年金受給権者の人数$l_x$人の現価は、$l_x\ddot{a}_x$ である。したがって、年金受給権者の給付現価 $S^p$ は次のとおりである。

$$S^p = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\,\ddot{a}_x = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\left(\sum_{y=x}^{\omega}\frac{l_y}{l_x}v^{\boxed{①}}\right) = \sum_{x=x_r}^{\omega}\left(\sum_{y=x}^{\omega} l_y v^{\boxed{①}}\right) = \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y\left(\sum_{t=0}^{\boxed{②}} v^t\right)$$

（３） 在職中の被保険者の給付現価

$x$ 歳の被保険者$l_x$人のうち、将来、年金受給権者になる人数は$l_{x_r}$ 人なので、$x$ 歳の被保険者$l_x$人の現価は、$l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}v^{\boxed{③}}$ である。したがって、在職中の被保険者の給付現価 $S^a$ は次のとおりである。

$$S^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r}\ddot{a}_{x_r} v^{\boxed{③}} = l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{\boxed{③}}$$

$$= l_{x_r}\left(\sum_{x=x_r}^{\omega}\frac{l_x}{l_{x_r}}v^{x-x_r}\right)\sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{\boxed{③}}$$

$$= \left(\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x v^{x-x_r}\right)\sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{\boxed{③}}$$

$$= \sum_{n=1}^{x_r-x_e} v^n\left(l_{x_r} + l_{x_r+1}v + \cdots + l_\omega v^{\omega-x_r}\right)$$

$$= \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y\left(\sum_{t=\boxed{④}}^{\boxed{⑤}} v^t\right)$$

（４） 将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

現在より$t$ 年後に加入（年齢$x_e$）する被保険者の、加入時点における給付現価は $l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}v^{\boxed{⑥}}$なので、これの現在における現価は、$v^t l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}v^{\boxed{⑥}}$ である。したがって、将来加入が見込まれる被保険者の給付現価 $S^f$ は、次のとおりである。

$$S^f = \sum_{t=1}^{\infty} v^t\left(l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}v^{\boxed{⑥}}\right)$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t\left(l_{x_r}\left(\sum_{y=x_r}^{\omega}\frac{l_y}{l_{x_r}}v^{y-x_r}\right)v^{\boxed{⑥}}\right)$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t\left(\sum_{y=x_r}^{\omega} l_y v^{\boxed{⑦}}\right)$$

$$= \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y\left(\sum_{t=\boxed{⑧}}^{\infty} v^t\right)$$

（5） （1）、（2）、（3）、（4）より、

$$S^p + S^a + S^f = \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \left( \sum_{t=0}^{\boxed{②}} v^t \right) + \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \left( \sum_{t=\boxed{④}}^{\boxed{⑤}} v^t \right) + \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \left( \sum_{t=\boxed{⑧}}^{\infty} v^t \right)$$

$$= \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \left( \sum_{t=0}^{\infty} v^t \right)$$

$$= B \frac{1}{1-v}$$

$$= \frac{B}{d}$$

$$= S$$

（6） 以上により、年金受給権者、在職中の被保険者、および、将来加入が見込まれる被保険者の３区分のそれぞれの給付現価を合計した額は、制度全体の給付現価に等しくなることがわかる。

問題１７．加入年齢方式によって財政運営を行っている年金制度において、財政再計算を行うこととなった。財政再計算前後の諸数値は下表のとおりであるとき、以下の空欄に当てはまる数値を解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、（１）から（３）において、標準保険料率および特別保険料率は、パーセント単位で小数第 4 位以下の端数が生じた場合、小数第 4 位を四捨五入した率を使用することとし、責任準備金の計算においては当該四捨五入後の数値を用い、責任準備金に小数点以下の端数が生じた場合、小数第 1 位を四捨五入した値とすること。（８点）

【財政再計算前後の諸数値】

| 項目 | | 財政再計算前 | 財政再計算後（給付改善前） |
|---|---|---|---|
| $S^p$ | 年金受給権者の給付現価 | 1,000 | 1,200 |
| $S^a_{FS}$ | 在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価 | 1,200 | 1,300 |
| $S^a_{PS}$ | 在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価 | 1,500 | 1,700 |
| $S^f$ | 将来加入が見込まれる被保険者の給付現価 | 800 | 850 |
| $G^a$ | 在職中の被保険者の給与現価 | 25,000 | 28,000 |
| $G^f$ | 将来加入が見込まれる被保険者の給与現価 | 20,000 | 22,000 |
| $F$ | 積立金 | 2,800 | 2,800 |
| $M$ | 年金制度上の剰余金 | ？ | 次の（A）または（B）のとおり |

上表のとおり、年金制度の剰余金があるため、財政再計算時に、次を検討の選択肢として考えている。

（A）　年金制度上の剰余金を温存し、保険料率を設定する。

（B）　年金制度上の剰余金を全額使用し、財政再計算時点で将来加入が見込まれる被保険者および在職中の被保険者の給付を一律$\alpha$％改善する。

なお、財政再計算前は特別保険料の設定はなかったものとし、財政再計算後の特別保険料は（A）、（B）ともに償却年数の等しい元利均等償却方式（給与の一定率による償却）によって算定するものとし、標準保険料の引き下げは行わないものとする。

（１）財政再計算前の標準保険料率は ① ％、財政再計算前の責任準備金は ② 、剰余金は ③ である。

（２）財政再計算時に財政方式を変更せず、（A）を選択した場合、財政再計算後の標準保険料率は ④ ％、責任準備金は ⑤ である。

（３）財政再計算時に開放基金方式に変更し、（A）を選択した場合、財政再計算後の標準保険料率は $\boxed{\text{⑥}}$ %、責任準備金は $\boxed{\text{⑦}}$ である。

（４）財政再計算時に開放基金方式に変更する場合を考える。標準保険料率と特別保険料率（存在する場合）の合計率は（A）の場合、財政再計算前の保険料率に対して 50%増加したが、（B）では財政再計算前の保険料率に対し 60%増加した。このとき、$\alpha$は $\boxed{\text{⑧}}$ （パーセント単位で小数第 2 位四捨五入）である。

問題１８．ある年金制度は定常状態に達しており、給付および保険料は年１回期初払いで、定常状態における積立金の額（給付の支払いおよび保険料の払い込み前の額）は$F$、年間の給付額は$B$、年間の保険料の額は$C$である。ある時期の積立金の運用実績が予定利率$i$（$0 < i < 1$とする）を上回ったため、$X$年度期初における積立金の額（給付の支払いおよび保険料の払い込み前の額）が $(1+\alpha)F$（$\alpha > 0$）となったとする。この制度において、$(X+1)$年度以降、次の（ア）～（エ）の前提で毎年給付額の改定を行うものとするとき、以下の空欄に当てはまる適切な式を解答用紙の所定欄に記入せよ。（８点）

(ア) $(X+n)$年度（$n \geqq 0$）期初の積立金の額（給付の支払いおよび保険料の払い込み前の額）を$F_n$、給付額を$B_n$と表記する

(イ) $X$年度以降の年間の保険料の額は$C$で一定とする

(ウ) $X$年度以降の積立金の利回りは予定利率$i$と同じとする

(エ) $(X+n+1)$年度期初の給付額$B_{n+1}$は、$(X+n)$年度期初の財政状況に基づき、次の式を満たすものとして決定する

（$(X+n)$年度期初の給付現価）＋$\alpha F$ =（$(X+n)$年度期初の保険料収入現価）＋$F_n$

※$(X+1)$年度以降の実際の給付額は毎年改定されるが、この式における（$(X+n)$年度期初の給付現価）は、$(X+n)$年度以降の全ての年度における年間の給付額が$B_{n+1}$であったとした場合の給付現価として計算する

なお、解答は$F$、$B$、$C$、$\alpha$、$n$、$i$のうち必要なものを用いて表記すること。

(1) 定常状態において、$B = \boxed{①} F + C$ が成り立つ。

(2) $F_{n+1} = (1+i)(F_n - B_n + \boxed{②})$ である。

(3) $F_0 = (1+\alpha)F$、$B_0 = B$より$F_1 = \boxed{③} F$ である。

(4) （エ）より、$\boxed{④} \times B_{n+1} + \alpha F = \boxed{④} \times C + F_n$ である。

(5) (2) (4) から$F_n$の漸化式を導くと、

$$F_{n+2} = \left(\boxed{⑤}\right) F_{n+1} - \left(\boxed{⑥}\right) F_n + \left(\boxed{⑦}\right) F \quad \left(\boxed{⑤}、\boxed{⑥}\text{および}\boxed{⑦}\text{は定数}\right)$$

(6) (5) で、定数 $x$、$r$ を $x = \boxed{⑧} \times F$、$r = \boxed{⑨}$ と定めると

$F_{n+2} - F_{n+1} - x = r(F_{n+1} - F_n - x)$

と変形できる。これと (3) より、

$$F_{n+1} - F_n = x - \boxed{⑩} \times r^n F \quad \left(\boxed{⑩}\text{は定数}\right)$$

(7) (6) と$F_0 = (1+\alpha)F$より、

$$F_n = (1+\alpha)F + nx - \boxed{⑩} \times \frac{1-r^n}{1-r} F$$

問題１９．定年退職者のみに年金を支給する年金制度を考える。財政方式は、加入年齢方式（特定年齢方式）とし、保険料は定額で年 1 回期初払い、脱退率は全ての年齢で 0 より大きいものとする。その場合、ある年度の期初に特定年齢で加入した者について、積立段階の各期初（加入初年度を除く）において、保険料の元利合計（利率は、予定利率 $i$ と同じ）がその時の責任準備金を下回ることを示せ。（８点）

問題２０．定常状態に達した年金制度が、次のような給付改善を行うものとする。

- 期初の被保険者、年金受給権者に対し、給付水準を前期末の一律$(1+r)$倍（$r>0$）する
- 給付改善によって生じた未積立債務を償却するための特別保険料として、給付改善を行う度に、その直後の未積立債務の一定割合$k(0<k<1)$を直ちに払い込むものとする。
- 上記の給付改善を$m$年間毎期初に繰り返す。
- 最初の給付改善を行う直前の未積立債務は 0 とし、未積立債務は給付改善に伴うもの以外に発生しないものとする。

最初の給付改善を行う直前の責任準備金を$V_0$、$t$回目の給付改善を行った直後（償却前）の未積立債務を$U_t$、予定利率を$i$（$(1-k)(1+i)<1$）とするとき、以下の問いに答えよ。（８点）

（１）$U_t$ を求めよ。

（２）$i=2.5\%$、$r=0.1$、$k=0.2$とする。単年度の特別保険料が、最初の給付改善を行う直前の責任準備金の 0.1 倍を上回らないようにするとき、$m$の最大値を求めよ。

以上