年金数理（問題）

本問題においては、各設問で特に断らない限り以下のとおりとする。 １．「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年１の年金を、退職時より終身にわたり年１回期初に支給する年金制度をいう。 ２．「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式（特定年齢方式）をいう。 ３．「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。 ４．予定利率は正値を取るものとする。

問題１から15までは、それぞれの選択肢から、設問の答えとして正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題16から20までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題１．以下の関係式のうち、正しいものを全て選択した組み合わせとして最も適切なものは次のいずれか。（４点）

①$I\ddot{a}_{\overline{n|}} = \left(1+\frac{1}{i}\right)\ddot{a}_{\overline{n|}} - \frac{nv^n}{i}$

②$(D\ddot{a})_{x:\overline{n|}} = \frac{n\,N_x - (S_x - S_{x+n})}{D_x}$

③$\ddot{a}_{x|y} = \ddot{a}_{xy} - \ddot{a}_x$

(A) ①　(B) ②　(C) ③　(D) ①と②
(E) ①と③　(F) ②と③　(G) ①と②と③　(H) いずれにも該当しない

問題２．生存脱退と死亡脱退を脱退事由とする二重脱退残存表を考える。この二重脱退残存表において、生存脱退率$q_x^{(w)}$は全年齢で 0.05、死亡脱退数$d_x^{(d)}$は残存者数$l_x^{(T)}$を基に 40 歳以上で$k \cdot l_{40}^{(T)}$ と定められている。$l_\omega^{(T)} = 0$となる最小の年齢ωは 84 歳である。このとき、kの値として最も近いものは次のいずれか。必要であれば、$0.95^{44} = 0.10467$を使用しなさい。（４点）

(A) 0.001　(B) 0.002　(C) 0.003　(D) 0.004
(E) 0.005　(F) 0.006　(G) 0.007　(H) 0.008

問題３．$\bar{a}_{xyz}$に最も近いものは次のいずれか。なお、利力は 0.1、(x)の死力は 0.2、(y)の死力は 0.3、(z)の死力は 0.4 とする。（４点）

(A) 2.23　(B) 2.30　(C) 4.49　(D) 4.60
(E) 8.84　(F) 8.95　(G) 13.18　(H) 13.29

問題４．年 1 回期初払い 60 歳支給開始の年金額 1 の終身年金があり、60 歳支給開始前に給付対象者が死亡した場合は死亡の翌期初から遺族に年金額 0.8 の 15 年確定年金を支給し、60 歳支給開始後 15 年以内に受給権者が死亡した場合は死亡の翌期初から遺族に年金額 0.6 の 15 年確定年金を支給する。なお、60 歳到達前までに生存脱退した場合には、給付はないものとする。期初 55 歳時点の年金現価に最も近いものは次のいずれか。計算にあたっては、以下の【諸数値】を使用しなさい。（４点）

【諸数値】
・予定利率：2.0%
・15 年確定年金現価率（予定利率：2.0%）：13.10625
・基数表（予定利率：2.0%）

年齢	D_x	N_x	C_x (※)	M_x (※)
55 歳	7,268	112,977	54	3,524
60 歳	4,864	81,791	52	3,260
75 歳	2,616	24,342	113	2,139

(※)上表のC_xおよびM_xは、死亡脱退にかかるものとする。

(A) 12.6　(B) 12.8　(C) 13.0　(D) 13.2
(E) 13.4　(F) 13.6　(G) 13.8　(H) 14.0

問題５．x歳における静態的昇給率R_xおよび動態的昇給率R'_xがそれぞれ次のとおり定められているものとする。ただし、ベース・アップ等の要因による昇給率をrとする。

$$R_x = \frac{(1+k)(x+1)\cdot f(x+1)}{x\cdot f(x)} - 1 \quad ただし、\quad f(x) = \begin{cases} 25 \ (20 \le x < 30) \\ 45 \ (30 \le x \le 60) \end{cases}$$

$$R'_x = (1 + R_x)(1 + r) - 1$$

いま、経済環境の変化により$r = 2.5\%$となった。この状況で、給与が 240,000 円である 22 歳の被保険者について 38 歳時点の給与を動態的昇給率に基づいて予測したところ 580,000 円となった。この場合、kの値に最も近いものは次のいずれか。（４点）

(A) -0.045　(B) -0.040　(C) -0.035　(D) -0.030
(E) -0.025　(F) -0.020　(G) -0.015　(H) -0.010

問題６．ある年金制度において、初期の未積立債務PSL_0を弾力償却により償却することとした。具体的には特別保険料を年 1 回期初払いとし、毎年度の特別保険料を$PSL_0/\ddot{a}_{\overline{10|}}$ 以上 $PSL_0/\ddot{a}_{\overline{5|}}$ 以下の範囲で各期初に決定し拠出することとした。償却開始の初年度を第 1 年度とすると、第 3 年度までは最小額の特別保険料を拠出し、第 4 年度は最大額の特別保険料を拠出した。第 5 年度以降は毎年度の特別保険料をPSL_0/Xとし、第 7 年度の拠出によりちょうど償却を完了した。このとき、Xの値に最も近いものは次のいずれか。なお、予定利率は 2.0%とし、償却期間中に差損益の発生はないものとする。また、必要であれば、以下の【諸数値】を使用しなさい。（４点）

【諸数値】

n	$\ddot{a}_{\overline{n|}}$	n	$\ddot{a}_{\overline{n|}}$
1	1.00000	6	5.71346
2	1.98039	7	6.60143
3	2.94156	8	7.47199
4	3.88388	9	8.32548
5	4.80773	10	9.16224

(A) 5.5　(B) 5.6　(C) 5.7　(D) 5.8
(E) 5.9　(F) 6.0　(G) 6.1　(H) 6.2

問題７．Trowbridge モデルの年金制度（保険料は年 1 回期初払い）が定常状態にあるとする（積立金F、保険料C、予定利率i）。X年度において運用環境が悪化したため、運用利回りが$j(<i)$となった。そこで、$X+1$年度以降、$C+\alpha F$を保険料として拠出することとしたところ、$X+m$年度末の積立金がF以上になったとした場合、mが満たす条件として最も適切なものは次のいずれか。なお、$X+1$年度以降の運用利回りはiとする。（４点）

(A) $\mathrm{m} \geq 1 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+i)}{(1+j)i+(1+i)\alpha i}$

(B) $\mathrm{m} \geq 1 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+i)}{(1+j)i+(1+i)(\alpha-i+\alpha i)}$

(C) $\mathrm{m} \geq 1 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+j)}{(1+j)i+(1+i)\alpha i}$

(D) $\mathrm{m} \geq 1 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+j)}{(1+j)i+(1+i)(\alpha-i+\alpha i)}$

(E) $\mathrm{m} \geq 2 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+i)}{(1+j)i+(1+i)\alpha i}$

(F) $m \geq 2 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+i)}{(1+j)i+(1+i)(\alpha-i+\alpha i)}$

(G) $\mathrm{m} \geq 2 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+j)}{(1+j)i+(1+i)\alpha i}$

(H) $\mathrm{m} \geq 2 + log_{1+i}\dfrac{\alpha(1+j)}{(1+j)i+(1+i)(\alpha-i+\alpha i)}$

問題８．極限方程式$C+\frac{iF}{1+i}=B$（積立金F、保険料C、予定利率i、給付額B）が成立している年金制度において、ある年度初に一律$(1+k)$倍$(k>0)$の給与改定が行われ保険料が$(1+k)C$となったが、その年度の給付はBのままで運用利回りもiのままであった。翌年度において、保険料が$(1+k)C$、給付が$(1+2k)B$、運用利回りがiとなり、年度末の積立金がFに戻ったという。このときのi、BおよびCの関係は次のいずれか。なお、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年 1 回期初払いとする。（４点）

(A) $(1+\frac{i}{2})C=B$　(B) $(1+\frac{2i}{3})C=B$　(C) $(1+\frac{i^2}{2})C=B$

(D) $(1+\frac{2i^2}{3})C=B$　(E) $(1+\frac{i}{2(1+i)})C=B$　(F) $\left(1+\frac{2i}{3(1+i)}\right)C=B$

(G) $(1+\frac{i^2}{2(1+i)})C=B$　(H) $(1+\frac{2i^2}{3(1+i)})C=B$

問題９．ある年金制度が発足するにあたり、財政方式の異なる保険料率や責任準備金について以下の【前提】を満たす。なお、当該制度発足時には受給権者は存在せず、積立金はないものとし、発足時の被保険者については過去勤務期間を通算して給付を行うものとする。 このとき、加入年齢方式の標準保険料率${}^{E}P$として最も近いものは次のいずれか。（４点）

【前提】

・閉鎖型総合保険料方式の保険料率${}^{C}P$は到達年齢方式の標準保険料率${}^{A}P$のちょうど 3 倍

・加入年齢方式による責任準備金${}^{E}V$は単位積立方式による責任準備金${}^{U}V$よりも 12.5%大きい

・到達年齢方式の標準保険料率${}^{A}P=0.20$

(A) 0.11　(B) 0.12　(C) 0.13　(D) 0.14

(E) 0.15　(F) 0.16　(G) 0.17　(H) 0.18

問題１０．年金制度Ａおよび年金制度Ｂがあり、両制度の予定利率および標準保険料率は一致しているものとする。このとき、予定利率の値に最も近いものは次のいずれか。（４点）

【前提】
・年金制度Ａと年金制度Ｂの前提は、特段の記載がない限り共通とする
・財政方式：加入年齢方式
・加入年齢：55 歳
・定年年齢：60 歳（年齢到達の年度末に脱退）
・給付：定年退職時のみ支給し、10 年確定年金（給付利率 2.0%）を定年退職の翌年度期初から支給開始する
・年金制度 A の定年退職時点における年金原資：退職時給与×1
・年金制度 B の定年退職時点における年金原資：退職時給与×1.04
・期初の標準保険料：給与×標準保険料率
・定年到達前の生存脱退率および死亡脱退率：0%
・定年退職時の給与：59 歳期初の給与と同額
・新規加入、昇給、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年度初に発生し、その順は「新規加入→昇給→保険料の払い込み→給付の支払い」とする
・期初年齢における昇給後の給与：下表のとおり

年齢	55	56	57	58	59
年金制度Ａ	100	100	100	100	105
年金制度Ｂ	100	100	100	100	100

【諸数値】
・$v=\frac{1}{1+i}$とする

予定利率i	1.0%	1.2%	1.4%	1.6%	1.8%	2.0%	2.2%	2.4%
v^4	0.96098	0.95341	0.94591	0.93848	0.93113	0.92385	0.91663	0.90949
v^5	0.95147	0.94210	0.93285	0.92370	0.91466	0.90573	0.89690	0.88818
$\ddot{a}_{\overline{5}\vert}$	4.90197	4.88282	4.86383	4.84498	4.82628	4.80773	4.78932	4.77105
$\ddot{a}_{\overline{10}\vert}$	9.56602	9.48293	9.40103	9.32029	9.24070	9.16224	9.08488	9.00860

(A) 1.0%　(B) 1.2%　(C) 1.4%　(D) 1.6%
(E) 1.8%　(F) 2.0%　(G) 2.2%　(H) 2.4%

問題１１．定年（60 歳）脱退時に一時金を即時に支給する制度を実施している企業が、この度、年金支給のオプションを追加する制度変更を予定している。給付現価の計算上の予定利率を 1.50%としたとき、以下に記載の給付利率および想定選択率（※）を前提とした場合の定年脱退時の給付現価について、(A)～(H)の中で、2 番目に大きい給付現価となるものはいずれか。

なお、年金は脱退時から年 1 回期初払いで支給され、n年確定年金の年金額は、「脱退時の一時金額÷給付利率を予定利率としたn年確定年金現価率」で計算されるものとし、m年保証期間付終身年金の年金額は、「脱退時の一時金額÷給付利率を予定利率としたm年確定年金現価率」で計算されるものとする。また、必要であれば、以下の【諸数値】を使用しなさい。（４点）

【諸数値】

	予定利率 1.50%		予定利率 2.50%	
	D_x	N_x	D_x	N_x
$x=60$	384,042	7,970,407	213,260	3,925,046
$x=70$	301,182	4,496,391	151,629	2,074,900
$x=80$	203,574	1,906,329	92,917	822,971

	予定利率 1.50%	予定利率 2.50%
$\ddot{a}_{\overline{10}\rvert}$	9.36052	8.97087
$\ddot{a}_{\overline{20}\rvert}$	17.42617	15.97889

		(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)	(H)
給付利率		－	1.50%	1.50%	1.50%	2.50%	2.50%	2.50%	2.50%
想定選択率（※）	一時金	100%	30%	70%	30%	30%	30%	70%	30%
	10 年確定年金		35%			70%			
	20 年確定年金		35%				70%		
	10 年保証期間付終身年金			30%				30%	
	20 年保証期間付終身年金				70%				70%

（※）想定選択率とは、例えば(B)の場合、定年脱退者X人に対して、$X\times 30\%$の人が一時金を、$X\times 35\%$の人が 10 年確定年金を、$X\times 35\%$の人が 20 年確定年金を選択することを想定しているものとする。

問題１２．ある最終給与比例制、加入年齢方式の年金制度で、n年度末と$n+1$年度末の貸借対照表、$n+1$年度の損益計算書、および$n+1$年度の未積立債務変動要因分析が以下のとおりであった。$n+1$年度末の給付の支払い後に、給与が一律$(1+\alpha)$倍のベース・アップが実施されており、αが予定利率と同率であった場合、$n+1$年度の運用利回りβに対するαの値(α/β)として最も近いものは次のいずれか。なお、年金受給権者は存在せず、保険料の払い込みは年 1 回期初払い、給付の支払いは年 1 回期末払いとする。また、責任準備金の計算において動態的昇給率は織り込んでいないため、ベース・アップ後の責任準備金とベース・アップ前の責任準備金との差額を「ベース・アップによる差損益」としている。（４点）

【n年度末貸借対照表】

積立金	6,500	責任準備金	7,400
未積立債務	900		

【$n+1$年度末貸借対照表】

積立金	6,945	責任準備金	7,650
未積立債務	705		

【$n+1$年度損益計算書】

給付金	300	標準保険料	250
$n+1$年度末責任準備金	7,650	特別保険料	150
未積立債務減少	195	運用収益	?
		n年度末責任準備金	7,400

【$n+1$年度未積立債務変動要因分析】

未積立債務期初残高	900
未積立債務期初残高にかかる利息相当額	a
運用利差益	$-b$
責任準備金にかかる発生不足金	$c-3$
（ベース・アップによる差損益）	(c)
（脱退差）	(-3)
その他（特別保険料収入等）	$-d$
未積立債務期末残高	705

(A) 0.4　(B) 0.5　(C) 0.6　(D) 0.7

(E) 0.8　(F) 0.9　(G) 1.0　(H) 1.1

問題１３．中途脱退者および定年退職者に対して脱退時に「脱退時のポイント累計×ポイント単価×退職時に応じた乗率」の一時金を支払う制度を考える。以下の【前提】のとき、標準保険料率に最も近いものは次のいずれか。（４点）

【前提】

- この制度は定常状態に達しているものとする
- 財政方式：加入年齢方式
- 加入年齢：55 歳
- 定年年齢：60 歳
- 予定利率：3.0%
- 退職時に応じた乗率：定年前退職時は 0.5、定年退職時は 1.0
- ポイント単価：10,000 円
- 標準保険料の払い込み：「単年度ポイント×ポイント単価」比例
- 昇給、新規加入および保険料の払い込みは年 1 回期初に発生し、その順は「昇給→新規加入→保険料の払い込み」とする
- 脱退および給付の支払いは年 1 回期末に発生し、その順は「脱退→当該脱退者への給付の支払い」とする
- 期初に 59 歳の被保険者は期末に定年年齢到達により脱退する
- 予定脱退率（脱退には加入中の死亡を含む）および単年度ポイント

年齢	予定脱退率	単年度ポイント
55	0.2	10
56	0.1	20
57	0.1	30
58	0.0	40
59	−	50

(A) 73.0%　(B) 77.1%　(C) 81.2%　(D) 85.3%

(E) 89.4%　(F) 93.5%　(G) 97.6%　(H) 101.7%

問題１４．定年退職者に対して定年時給与に比例した終身年金を支払うある年金制度を考える。この年金制度においてn年度末に財政再計算を行った。以下の【前提】のとき、この年金制度全体の財政再計算後の責任準備金に最も近いものは次のいずれか。なお、計算過程において標準保険料率に小数第 4 位以下の端数が生じた場合、小数第 4 位を四捨五入しなさい。また、必要であれば、$1.02^{40} = 2.20804$、$1.03^{40} = 3.26204$を使用しなさい。（４点）

【前提】

- 財政方式：加入年齢方式
- 加入年齢：20 歳
- 定年年齢：60 歳
- 予定利率：2.0%
- n年度末財政再計算時点では定常人口であるものとする
- 予定脱退率は過去から定年年齢以外の全ての年齢で$1 - \frac{1}{1.03}$（脱退には加入中の死亡を含む）であり、実績も予定どおり推移している
- 予定昇給率は過去から定年年齢以外の全ての年齢で 3.0%であり、実績も予定どおり推移している
- 新規加入者の加入時給与総額（新規加入者の全員分）の見込みは過去から 100,000 であり、実績も見込みどおり推移している
- 標準保険料、特別保険料の払い込みは給与比例である
- 脱退、昇給、新規加入、保険料の払い込みは年度初に発生し、その順は「脱退→昇給→新規加入→保険料の払い込み」とする
- n年度末財政再計算後に、加入年齢で加入する新規加入者の加入時の給付現価（新規加入者の全員分）は 50,488 である

(A) 1,800,000	(B) 1,900,000	(C) 2,000,000	(D) 2,100,000
(E) 2,200,000	(F) 2,300,000	(G) 2,400,000	(H) 2,500,000

問題１５．定年退職者に対して年金額 1 の 10 年保証期間付終身年金（年 1 回期初払い）を支給する年金制度について、(X＋1) 年度の期初で定年年齢を 60 歳から 65 歳に変更した。なお、期初に年金受給権者への給付内容は変更せず、その他の前提も変更しない。このとき、本制度変更で発生する責任準備金の減少額に最も近いものは次のいずれか。なお、計算過程において被保険者 1 人あたりの保険料に小数第 4 位以下の端数が生じた場合、小数第 4 位を四捨五入しなさい。計算にあたっては、以下の【諸数値】を使用しなさい。（４点）

【前提】
- 財政方式：加入年齢方式
- 加入年齢：20 歳
- 予定利率：2.0%
- 予定死亡率：被保険者、年金受給権者ともに、65 歳以下のすべての年齢で 2.0%
- 中途退職による脱退：年 1 回期央に死亡脱退のみ発生し、生存脱退は発生しない
- 定年退職による脱退：年 1 回期末に発生
- 期初に「定年年齢－1」歳の被保険者は、期央の中途退職と期末の定年退職により脱退する
- 新規加入および保険料の払い込みは年 1 回期初に発生し、その順は「新規加入→保険料の払い込み」とする。なお、保険料の払い込みは加入年齢から「定年年齢－1」歳まで発生する

【諸数値】
- x歳支給開始で年 1 回期初払いの終身年金現価率$\ddot{a}_x$および 10 年有期年金現価率$\ddot{a}_{x:\overline{10|}}$は【表１】のとおりとする
- 制度変更前後の諸数値（X年度の定年退職による脱退後、X＋1年度の新規加入前かつ給付の支払い前）は【表２】のとおりとする
- $\ddot{a}_{\overline{10|}} = 9.16224$、$0.98^{40}$ ＝0.44570、0.98^{45} ＝0.40288、1.02^{40} ＝2.20804、1.02^{45} ＝2.43785

【表１】

年齢（x）	$\ddot{a}_x$	$\ddot{a}_{x:\overline{10|}}$
60	13.17352	8.26443
65	10.44400	7.27990

【表２】

項目		制度変更前	制度変更後
S^p	年金受給権者の給付現価	200	200
S^a	在職中の被保険者の給付現価	400	?
G^a	在職中の被保険者の人数現価	2,000	2,560

(A) 4　　(B) 19　　(C) 34　　(D) 49

(E) 64　　(F) 79　　(G) 94　　(H) 109

問題１６．以下の空欄に当てはまる適切な式または数値を解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、番号の異なる空欄に同じ式または数値が当てはまることもあるものとする。（８点）

Trowbridge モデルの年金制度（保険料は年１回期初払い）において、開放基金方式の保険料と単位積立方式の保険料の関係について考察する。開放基金方式の一人あたりの保険料${}^{OAN}P$は、次のように表される。

$$
{}^{OAN}P=\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\frac{\boxed{①}}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\cdot\boxed{②}+\boxed{③}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot l_{x_e}\right)
$$

$$
\div\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\frac{N_x-N_{x_r}}{D_x}\cdot\boxed{②}+\boxed{③}\cdot\frac{N_{x_e}-N_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot l_{x_e}\right)
$$

・・・（＊）

ここで、単位積立方式において、x歳の一人の被保険者の保険料${}^{U}P_x$は、

$$
{}^{U}P_x=\frac{\boxed{④}}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}
$$

である。また、${}^{A}P_x$を以下のとおり定義する。

$$
{}^{A}P_x=\frac{\boxed{①}}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_x-N_{x_r}}
$$

これらより、

$$
{}^{A}P_x=\sum_{y=x}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{⑤}\div\sum_{y=x}^{x_r-1}D_y
$$

と表すことができる。ここで、（＊）の式の分子は、${}^{A}P_x$と${}^{U}P_x$を用いると、

$$
\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\frac{\boxed{①}}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\cdot\boxed{②}+\boxed{③}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot l_{x_e}
$$

$$
=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}{}^{A}P_x\cdot\left(N_x-N_{x_r}\right)\cdot\frac{1}{D_x}\cdot\boxed{②}+\boxed{③}\cdot{}^{A}P_{x_e}\cdot\left(N_{x_e}-N_{x_r}\right)\frac{1}{D_{x_e}}\cdot l_{x_e}
$$

$$
=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\sum_{y=x}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{⑤}\div\sum_{y=x}^{x_r-1}D_y\times\frac{N_x-N_{x_r}}{D_x}\cdot\boxed{②}\right)+\boxed{③}\cdot\sum_{y=x_e}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{⑤}
$$

$$
\div\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y\times\frac{N_{x_e}-N_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot l_{x_e}
$$

$$= \sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\sum_{y=x}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{\text{⑤}}\times\frac{1}{v^x}\right)+\boxed{\text{③}}\cdot\sum_{y=x_e}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{\text{⑤}}\times\frac{1}{v^{x_e}}$$

$$= \sum_{y=x_e}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{\text{⑤}}\cdot\boxed{\text{⑥}}\cdot\boxed{\text{⑦}}$$

$$= \sum_{y=x_e}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{\text{⑧}}\cdot\boxed{\text{⑦}}$$

となる。また、（＊）の式の分母も同様の式展開で、

$$\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\frac{N_x-N_{x_r}}{D_x}\cdot\boxed{\text{②}}+\boxed{\text{③}}\cdot\frac{N_{x_e}-N_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot l_{x_e}$$

$$= \sum_{y=x_e}^{x_r-1}\boxed{\text{⑧}}\cdot\boxed{\text{⑦}}$$

となる。これらから、

$${}^{OAN}P = \sum_{y=x_e}^{x_r-1}{}^{U}P_y\cdot\boxed{\text{⑧}}\div\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\boxed{\text{⑧}}$$

と表されることから、${}^{OAN}P$は${}^{U}P$の加重平均値で表されることが分かる。

問題１７．Ａ社およびＢ社が共同で実施している年金制度（以下、分割前制度）について、年金制度を分割し、Ａ社とＢ社が別々の年金制度を実施することになった。このとき、以下の空欄に当てはまる適切な数値を解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、保険料率の計算結果にパーセント単位で小数第 2 位以下の端数が生じた場合、小数第 2 位を四捨五入することとし、責任準備金の計算においても端数処理後の保険料率を使用すること。また、①、②、④の計算結果に百万円未満の端数が生じた場合、百万円未満を四捨五入した数値とすること。（８点）

【前提】

・Ａ社の被保険者および年金受給権者の規模（被保険者の総人数・総給与）はＢ社の 4 倍

・Ａ社とＢ社の被保険者および年金受給権者の年齢構成、加入期間構成、年齢別給与構成は互いに等しい（すなわち、Ａ社とＢ社は規模が異なるだけで被保険者および年金受給権者の構成割合は等しい）

・分割前においてＡ社、Ｂ社の年金受給権者であった者は、すべて分割後のＡ社の年金制度へ移るものとする

・分割後のＡ社、Ｂ社の年金制度はともに分割前制度の計算基礎率を使用する

・分割前制度の積立金は、まず、年金受給権者の給付現価と同額を分割後のＡ社の年金制度に配分し、次に、残った積立金を分割前制度のＡ社の被保険者にかかる責任準備金（※）と、Ｂ社の被保険者にかかる責任準備金（※）の比で按分し、それぞれ分割後のＡ社およびＢ社の年金制度に配分する

※按分に使用する責任準備金は、年金受給権者にかかる給付現価は含まないものとし、また、責任準備金の計算に用いる標準保険料率は「分割前の諸数値等」に記載の数値に基づき算出される数値を使用するものとする

・保険料は給与比例、給付は最終給与比例であり、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年 1 回期初に行われる

・Ａ社、Ｂ社ともに未積立債務を総給与の一定割合で償却（元利均等償却）するものとし、償却期間は 10 年とする

・分割前制度および分割後のＡ社の年金制度は開放基金方式で運営し、分割後のＢ社の年金制度は加入年齢方式で運営する

【分割前制度の諸数値等】

項目		数値
S^P	年金受給権者の給付現価	300 百万円
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	840 百万円
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	900 百万円
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	600 百万円
G^a	在職中の被保険者の給与現価	25,000 百万円
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	20,000 百万円
F	積立金	1,450 百万円
$\sum LB$	給与総額	400 百万円
$\ddot{a}_{\overline{10}\rceil}$	10 年の期初払い年金現価率	8.97087

（1）積立金の按分に使用する分割前制度のＡ社の被保険者にかかる責任準備金（※）は ① 百万円、Ｂ社の被保険者にかかる責任準備金（※）は ② 百万円である。
※前提に記載の通り、年金受給権者にかかる給付現価は含まないものとする。

（2）分割後のＡ社の標準保険料率は ③ %である。また、分割後のＢ社に配分される積立金は、 ④ 百万円である。

（3）分割後のＡ社の年金制度において、給与を一律$(1+\frac{\alpha}{100})$倍することを検討している。αを整数とするとき、特別保険料率が標準保険料率を上回らない最大の整数αは ⑤ である。また、このときの標準保険料率は ⑥ %となる。

（4）分割後のＢ社の年金制度において、給付を一律$(1+\frac{\beta}{100})$倍することを検討している。βを整数とするとき、特別保険料が発生しない最大の整数βは ⑦ であり、特別保険料率が標準保険料率を上回らない最大の整数βは ⑧ である。

問題１８．定常状態にある Trowbridge モデルの年金制度（保険料は年 1 回期初払い）において 1 年間の財政運営が行われた場合の責任準備金と積立金の推移について考える。

ここで、「1 年間の責任準備金の推移」および「1 年間の積立金の推移」とはそれぞれ「期初（新規加入者が加入した直後、かつ、保険料の払い込みおよび給付の支払いが発生する直前の時点）から期末（次のそれらが起こる直前の時点）までの 1 年間において予定通りの財政運営に基づく推移」とし、「1 年間の責任準備金の変動額」および「1 年間の積立金の変動額」とはそれぞれ「1 年間の推移による増減額」とし、「損益」とは「1 年間の積立金の変動額－1 年間の責任準備金の変動額」とする。

また、財政方式は標準保険料を適用した平準保険料方式とし、各記号の意味は次のとおりとする。

【記号】

x_e	加入年齢（期初に加入）
x_r	定年年齢
ω	最終年齢$(\omega > x_r)$
l_x	x歳の定常人口時の人数
S_x	x歳の者l_x人の給付現価
G_x	x歳の者l_x人の人数現価
P	被保険者 1 人あたりの保険料
F	積立金の額（保険料・給付の発生直前の積立金）
i	予定利率

このとき、期初にx歳の者に対する 1 年間の責任準備金の変動額、1 年間の積立金の変動額および損益は、下表の区分に応じて次のとおり表すことができる。以下の空欄にあてはまる適切な算式を解答用紙の所定欄に記入せよ。（８点）

区分	1 年間の責任準備金の変動額	1 年間の積立金の変動額	損益
期初現在の被保険者 $(x_e \leq x \leq x_r - 1)$	①	②	③
将来加入予定の被保険者	?	④	?
期初現在の受給権者 $(x_r \leq x \leq \omega - 1)$	⑤	⑥	⑦
期初の積立金（保険料・給付の発生直前の積立金）から生ずる利息収入		⑧	⑧

問題１９．ある企業に Trowbridge モデルに基づく年金制度を導入する。この企業の脱退残存表（死亡を含む）によるx歳の残存率p_x $(x_e \le x < x_r)$は、xについて狭義単調増加であるとする。加入年齢方式に基づく責任準備金を以下のとおり定義するとき、以下の問いに答えよ。（８点）

① 保険料を年 1 回期初払いとするときの責任準備金：$V^{(1)}$

② 保険料を年 2 回期初払いとするときの責任準備金：$V^{(2)}$

【前提】

・年金制度の予定利率に基づく割引率：v

・年金制度の予定利率に基づくx歳支給開始の期初払い終身年金現価率：$\ddot{a}_x$

・この企業のx歳の従業員数：L_x

・加入年齢（特定年齢）：x_e

・定年年齢：x_r

・脱退（死亡を含む）は年度を通じて一様に発生する。

・保険料は定額とする。

（１） 脱退残存表によるx歳の計算基数をD_xとするとき、$D_{x+\frac{1}{2}}$ をD_x, p_x, vを用いて表せ。

（２） $\overline{D}_x = D_x + D_{x+\frac{1}{2}}$ とするとき、年 2 回期初払いの保険料 ${}^{E}P^{(2)}$を求めよ。

（３） $V^{(1)} \ge V^{(2)}$が成り立つことを証明せよ。

なお、必要であれば以下の不等式が成り立つことを証明せずに使用して良い。

自然数n、正値の実数a_k, b_k $(k = 1,2,\cdots,n)$ に対し、$\frac{b_k}{a_k}$ がkについて狭義単調増加であるとき、

$$\frac{\sum_{k=1}^{n} b_k}{\sum_{k=1}^{n} a_k} < \frac{\sum_{k=2}^{n} b_k}{\sum_{k=2}^{n} a_k} < \cdots < \frac{b_n}{a_n}$$

が成立する。

問題２０．定常状態の Trowbridge モデルにおいて、2 つの脱退残存イメージ A および B を考える。また、各記号の上付き文字 A･B は、それぞれ脱退残存イメージ A･B に係るものであることを表す。次の問いに答えよ。（８点）

$l_x(x_e \leqq x \leqq x_r)$について、次の関係式が成り立つとする。
$l_x^A = l_{x_e} - k^A(x - x_e)$
$l_x^B = l_{x_e} - k^B(x - x_e)$
$k^A > k^B$
$l_{x_r}^A > 0$
$l_{x_r}^B > 0$

ただし、保険料の払い込みは年 1 回期初に行われるものとし、脱退残存イメージ A、B ともに加入年齢はx_e歳、定年年齢はx_r歳とする。また、受給権者は脱退残存イメージによらず同一の生命表に基づくものとする。ここで、各脱退残存イメージに基づく計算基数をそれぞれD_x^A、D_x^Bとする。
なお、必要であれば以下の不等式が成り立つことを証明せずに使用して良い。

自然数n、正値の実数a_k, b_k $(k = 1,2,\cdots,n)$ に対し、$\frac{b_k}{a_k}$ がkについて狭義単調減少であるとき、

$$\frac{b_n}{a_n} < \cdots < \frac{\sum_{k=2}^{n} b_k}{\sum_{k=2}^{n} a_k} < \frac{\sum_{k=1}^{n} b_k}{\sum_{k=1}^{n} a_k}$$

が成立する。

（１） $S_{x_e}^A$および$G_{x_e}^A$を計算基数D_x^Aおよびx歳支給開始の期初払い終身年金現価率$\ddot{a}_x$を用いて表せ。

（２） $x_e \leqq x \leqq x_r$のとき、$\frac{D_x^A}{D_x^B}$がxについて狭義単調減少であることを示せ。

（３） 財政方式が加入年齢方式の場合の標準保険料率P_{x_e}について、$P_{x_e}^A$と$P_{x_e}^B$の大小関係を示せ。ただし、加入年齢方式における特定年齢をx_e歳とする。

（４） 財政方式が開放基金方式の場合の保険料${}^{OAN}C$について、${}^{OAN}C^A$と${}^{OAN}C^B$の大小関係を示せ。

以上