2025年10月1日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
Ｈ	Ｆ	Ｃ	Ｂ	Ｂ	Ｂ	Ｂ	Ａ
問題９	問題10	問題11	問題12	問題13	問題14	問題15	
Ｅ	Ｆ	Ｃ	Ａ	Ｅ	Ｃ	Ｆ	

問題16	①	②	③	④
	$x_r - x$	l_x	v/d	1
	⑤	⑥	⑦	⑧
	D_y	$1/v^y$	$1/(1-v)$	l_y

問題17	①	②	③	④
	720	180	3.2	230
	⑤	⑥	⑦	⑧
	46	3.2	16	30

問題18	①	②	③	④
	$iS_x - iPG_x + (1+i)Pl_x$	$(1+i)Pl_x$	$iPG_x - iS_x$	0
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$iS_x - (1+i)l_x$	$-(1+i)l_x$	$-iS_x$	iF

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会
問題 19	←問題番号を記入すること。		

（1）　$D_{x+\frac{1}{2}} = D_x\left(\frac{1+p_x}{2}\right)v^{\frac{1}{2}}$

（2）　${}^{E}P^{(2)} = \frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\bar{D}_x}$

（3）　給付現価 S は、保険料の支払回数に依らず、

$$S = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot \frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x}$$

年 1 回払いの人数現価を$G^{(1)}$、年 2 回払いの人数現価を$G^{(2)}$とすると、

$$G^{(1)} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x}\ ,G^{(2)} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} \bar{D}_y}{D_x}\ ,$$

よって、$V^{(1)}$は次の通りとなる。

$$V^{(1)} = S - {}^{E}P^{(1)}\cdot G^{(1)}$$

$$= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot \frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{E}P^{(1)}\cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x}\ ,$$

$$= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{L_x}{D_x}\cdot\left(D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r} - {}^{E}P^{(1)}\cdot\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)$$

なお、${}^{E}P^{(1)} = \frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x}$である。

また、,$V^{(2)}$も同様に

$$V^{(2)} = S - {}^{E}P^{(2)}\cdot G^{(2)}$$

$$= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{L_x}{D_x}\cdot\left(D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r} - {}^{E}P^{(2)}\cdot\sum_{y=x}^{x_r-1} \bar{D}_y\right)$$

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

従って、$V^{(1)} \geq V^{(2)}$を示すためには、任意のxに対し、

$$D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} - {}^{E}P^{(1)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \geq D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} - {}^{E}P^{(2)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y$$

$$\leftrightarrow \ {}^{E}P^{(1)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \ \leq \ {}^{E}P^{(2)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y \quad \cdots ①$$

を示せばよい。

ここで、

$$\frac{{}^{E}P^{(1)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{{}^{E}P^{(2)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y} = \frac{\dfrac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} D_z}}{\dfrac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} \overline{D}_z}} \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{\sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y}$$

$$= \left(\frac{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} \overline{D}_z}{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} D_z}\right) \cdot \left(\frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{\sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y}\right)$$

いま、$\frac{\overline{D}_x}{D_x}$ $(x_e \leq x < x_r)$は、

$$\frac{\overline{D}_x}{D_x} = \frac{D_x + D_x\left(\frac{1+p_x}{2}\right)v^{\frac{1}{2}}}{D_x} = 1 + (\frac{1+p_x}{2})v^{\frac{1}{2}}$$

p_xは、xについて狭義単調増加であるので、$\frac{\overline{D}_x}{D_x}$も$x$について狭義単調増加。

よって仮定より、$\frac{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} \overline{D}_z}{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} D_z} \leq \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}$が成立するので、

$$\left(\frac{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} \overline{D}_z}{\sum_{z=x_e}^{x_r-1} D_z}\right) \cdot \left(\frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{\sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y}\right) \leq 1 \quad \cdots ②$$

を得る。（なお、$x = x_e$のときは②の式は等号成立）

以上より、

$$\frac{{}^{E}P^{(1)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{{}^{E}P^{(2)} \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \overline{D}_y} \leq 1$$

となるため①が示された。よって、$V^{(1)} \geq V^{(2)}$が成り立つ。

2025 年 10 月 1 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20　←問題番号を記入すること。

（１）　$S^A_{xe}=\frac{D^A_{xr}}{D^A_{xe}}*\ddot{a}_{xr}$

$G^A_{xe}=\frac{\sum_{x=xe}^{xr-1}D^A_x}{D^A_{xe}}$

（２）　$x_e\le x<x_r$ のとき $\frac{D^A_x}{D^B_x}*\frac{D^B_{x+1}}{D^A_{x+1}}>1$ を示せばよい。

$x_e\le x<x_r$のとき、 $\frac{D^A_x}{D^B_x}*\frac{D^B_{x+1}}{D^A_{x+1}}=\frac{D^A_x}{D^A_{x+1}}*\frac{D^B_{x+1}}{D^B_x}=\frac{l^A_x}{l^A_{x+1}}*\frac{l^B_{x+1}}{l^B_x}$　・・・①

ここで、$l^A_{x+1}=l^A_x-k^A$ (B も同様)であるから、

① $=\frac{1}{1-\frac{k^A}{l^A_x}}*\left(1-\frac{k^B}{l^B_x}\right)$

さらに、仮定の$k^A>k^B$より$l^A_x\le l^B_x$であることから、$\frac{k^A}{l^A_x}>\frac{k^B}{l^B_x}$なので$1-\frac{k^A}{l^A_x}<1-\frac{k^B}{l^B_x}$

これより①>1となり、示された。

（３）　（１）で求めたS^A_{xe}およびG^A_{xe}（B も同様）より$\frac{P^A_{xe}}{P^B_{xe}}=\frac{D^A_{x_r}}{D^B_{x_r}}*\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D^B_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D^A_y}$ とできる。

ここで（２）より $x_e\le y\le x_r$ のとき $\frac{D^A_y}{D^B_y}$ は y について狭義単調減少なので、

$\frac{D^A_{x_r}}{D^B_{x_r}}<\frac{D^A_{x_r-1}}{D^B_{x_r-1}}<\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D^A_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D^B_y}$ が成り立つ。

ゆえに $\frac{D^A_{x_r}}{D^B_{x_r}}*\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D^B_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D^A_y}<1$

これより $\frac{P^A_{x_e}}{P^B_{x_e}}<1$ すなわち $P^A_{x_e}<P^B_{x_e}$

（４）　${}^{OAN}C=\frac{1}{x_r-x_e}*\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x*D_{x_r}*\frac{\ddot{a}_{x_r}}{D_x}=\frac{l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{x_r-x_e}*\sum_{x=x_e}^{x_r-1}v^{x_r-x}$

より ${}^{OAN}C$ の大小関係は l_{x_r} の大小関係と一致する。

仮定より$l^A_{x_r}<l^B_{x_r}$であるから、${}^{OAN}C^A<{}^{OAN}C^B$

（注）裏面には記載しないこと