年金数理（問題）

本問題においては、各設問で特に断らない限り以下のとおりとする。

１．「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を、退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。

２．「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式（特定年齢方式）をいう。

３．「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。

４．予定利率は正値を取るものとする。

問題１から１５までは、それぞれの選択肢から設問の答えとして正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題１６から２０までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題１．以下の脱退残存表において、年齢 25 歳における生存脱退率 $q_x^{(w)}$（空欄 Xに入る数値）に最も近いものは次のいずれか。なお、脱退および死亡は一年を通じて一様に分布しているものとする。（４点）

年齢 x	残存数 $l_x^{(T)}$	生存脱退数 $d_x^{(w)}$	死亡脱退数 $d_x^{(d)}$	生存脱退率 $q_x^{(w)}$	死亡脱退率 $q_x^{(d)}$	死亡率 q_x
25	100,000			X	0.00500	
26		5,000				0.00937
27	87,400					

※死亡率 q_xは生存脱退後の死亡も考慮した死亡率とする。

(A) 0.0500　(B) 0.0525　(C) 0.0550　(D) 0.0575
(E) 0.0600　(F) 0.0625　(G) 0.0650　(H) 0.0675

問題２．ある年金制度が定常人口に達しており、加入年齢 a歳から最終年齢 $3a$歳までの x歳の被保険者数 l_xが $l_x = k(3a - x)\quad (a \leq x \leq 3a)$ で表されるとする。

この制度において、「被保険者全体の平均年齢」と「$2a$歳以上で脱退した者の脱退時の平均年齢」の差として、最も適切なものは次のいずれか。なお、脱退は連続的に発生するものとする。（４点）

(A) $\frac{1}{3}a$　(B) $\frac{5}{12}a$　(C) $\frac{1}{2}a$　(D) $\frac{7}{12}a$

(E) $\frac{2}{3}a$　(F) $\frac{3}{4}a$　(G) $\frac{5}{6}a$　(H) $\frac{11}{12}a$

問題３．年金 Aおよび年金 Bは、いずれも年１回期初払い 10 年確定年金である。

年金 Aの年金年額は Kで一定であり、年金 Bは初年度の年金年額が１、第 t年度の年金年額が $t(1 \leqq t \leqq 10)$の累加年金である。

年金 Aと Bの年金現価が等しいとき、Kの値に最も近いものは次のいずれか。ただし $v = 0.9756$, $v^{10} = 0.7812$とする。（４点）

(A) 5.0　(B) 5.1　(C) 5.2　(D) 5.3

(E) 5.4　(F) 5.5　(G) 5.6　(H) 5.7

問題４．年金を次のように支払う。

・(x) が生存中は (y), (z) のうち少なくとも一方の生存を条件として、(x) に年金額 aを支払い、同時に (y), (z) が共存している場合は両者に年金額 bを、(y), (z) のどちらか一方だけが生存している場合はその者に年金額 cを支払う。

・(x) が生存中で (y), (z) の両者が死亡後は、(x) に年金額 dを支払う。

・(x) の死亡後に (y), (z) が共存している場合は両者に年金額 eを支払う。

・(x) の死亡後に (y), (z) のどちらか一方だけが生存している場合は、その者に年金額 fを支払う。

・年金はいずれも年 1 回期末払いとする。

このとき、(x), (y), (z) の３人に支払う年金の現価の合計が (x), (y), (z) の恒等式として以下の算式で表され、また、$b = a - 1$とするとき、年金額 aに最も近いものは次のいずれか。（４点）

【３人に支払う年金の現価の合計】：$a_x + 4a_y + 4a_z - 4a_{yz} + 2a_{xyz}$

(A) 1.0　(B) 1.5　(C) 2.0　(D) 2.5

(E) 3.0　(F) 3.5　(G) 4.0　(H) 4.5

問題５．Trowbridge モデルの年金制度において、６つの財政方式（※）の定常状態における以下の記載の空欄に当てはまる最も適切な組み合わせは次のいずれか。（４点）

※６つの財政方式：平準積立方式、加入時積立方式、退職時年金現価積立方式、賦課方式、完全積立方式、単位積立方式

・保険料の額が３番目に大きい財政方式は（①）である。
・積立金の額が５番目に大きい財政方式は（②）である。

(A) ①単位積立方式、②退職時年金現価積立方式
(B) ①単位積立方式、②加入時積立方式
(C) ①平準積立方式、②退職時年金現価積立方式
(D) ①平準積立方式、②加入時積立方式
(E) ①加入時積立方式、②単位積立方式
(F) ①加入時積立方式、②平準積立方式
(G) ①退職時年金現価積立方式、②単位積立方式
(H) ①退職時年金現価積立方式、②平準積立方式

問題６．定常人口に達している Trowbridge モデルの年金制度における財政方式に関する説明のうち、正しいものの番号の組み合わせとして最も適切なものは次のいずれか。（４点）

① 予定利率を 0%と仮定した場合、単位積立方式における年齢 x歳での保険料 ${}_xP$ は年齢によらず一定となる。
② 到達年齢方式で標準保険料を総合保険料方式に基づいて算定した場合の n年度の標準保険料は、初年度の保険料から初期の未積立債務を全て償却した場合の n年度の積立金と単位積立方式の定常状態における積立金の差額に対応する保険料を差し引いたものとなる。
③ 財政方式として加入年齢方式を採用している年金制度について、予定脱退率が全年齢で 0 より大きく、かつ、定常状態に達しているとき、被保険者の保険料の積立終価は、積立段階のどの時点においても、その時の責任準備金を下回ることはない。

(A) ①　(B) ②　(C) ③　(D) ①と②
(E) ①と③　(F) ②と③　(G) ①と②と③　(H)すべて正しくない

問題７．定常状態に達した Trowbridge モデルの年金制度（保険料は年 1 回期初払い）において、平準積立方式の積立金を ${}^{L}F$、退職時年金現価積立方式の積立金を ${}^{T}F$とするとき、${}^{L}F/{}^{T}F$ を表す式として最も適切なものは次のいずれか。（４点）

(A) $\dfrac{S-S^{f}(1+\frac{G^{a}}{G^{f}})}{(1+i)S^{p}-iS}$　(B) $\dfrac{S-S^{f}\left(1+\frac{G^{a}}{G^{f}}\right)}{(1-i)S^{p}-iS}$　(C) $\dfrac{S^{p}-S^{f}\left(1-\frac{G^{a}}{G^{f}}\right)}{(1-i)S-iS^{p}}$　(D) $\dfrac{S-S^{f}\left(1-\frac{G^{a}}{G^{f}}\right)}{(1+i)S^{a}+iS}$

(E) $\dfrac{S-S^{f}(1+\frac{G^{a}}{G^{f}})}{(1+i)S^{a}-iS}$　(F) $\dfrac{S-S^{f}\left(1+\frac{G^{a}}{G^{f}}\right)}{(1-i)S^{a}-iS}$　(G) $\dfrac{S^{p}+S^{a}-S^{f}(1-\frac{G^{a}}{G^{f}})}{(1+i)S^{f}-iS}$　(H) $\dfrac{S^{p}+S^{a}-S^{f}(1+\frac{G^{a}}{G^{f}})}{(1+i)S^{f}-iS}$

問題８．ある年度の期初における責任準備金が 700、積立金が 500 である年金制度がある。

予定利率iに対して、当該年度における実際の運用利回りが$i\cdot(2+i)$となり利差益が発生したものの、その他は予定通りに推移した結果、期末の未積立債務は 150 となった。

当該年度の保険料（年 1 回期初払）のうち、標準保険料は 50，特別保険料は 30、給付は年 1 回期末払とするとき当該年金制度の予定利率に最も近いものは次のいずれか。（４点）

(A) 3.0%　(B) 3.4%　(C) 3.8%　(D) 4.2%
(E) 4.6%　(F) 5.0%　(G) 5.4%　(H) 5.8%

問題９．ある年金制度（加入年齢方式、保険料・給付年１回期初払）の $(n-1)$ 年度末の貸借対照表、n 年度の損益計算書は下表のとおりであった。

未積立債務減少額の要因を分析したところ、利差損益、特別保険料およびその予定利息および未積立債務の予定利息（△70）で構成されることが分かった。このとき、n 年度の利差損益に最も近いものは次のいずれか。（４点）

＜$(n-1)$ 年度末の貸借対照表＞

積立金	8,000	責任準備金	10,000
未積立債務	2,000		

＜n 年度の損益計算書＞

給付金	1,100	標準保険料	α
未積立債務減少額	553	特別保険料	β
責任準備金増加額	267	運用収益	420

(A) 102　(B) 108　(C) 114　(D) 120
(E) 126　(F)132　(G) 138　(H) 144

問題１０．脱退時（定年退職を含む）の給与に比例した給付を支払う年金制度について考える。この年金制度の被保険者は全員x歳期初に加入するものとし、当該被保険者がt $(t < x_r - x - 1)$年経過した時の給与 1 に対する責任準備金を${}_tV_x$とするとき、あるtに対して${}_{t+1}V_x = 1.1 \cdot {}_tV_x$となった。このときの ${}_tV_x$ をファクラーの公式を用いて算定する場合、最も近いものは次のいずれか。（４点）

なお、この年金制度の前提は下記のとおりとする。

・年金制度の予定利率は 2.0%とする。
・給付算定式は、「脱退時の給与×5」で表されるものとする。
・保険料は期初に支払うものとし「期初の給与×保険料率（25.0%）」で表される。
・当該被保険者の給与は毎期初に 4.0%ずつ昇給し、昇給→保険料の支払いの順で発生する。
・当該被保険者の人員は脱退が毎期央に発生するものとし、毎年 2.0%ずつ減少する。
・定年退職は定年年齢(x_r)の期初に発生し、昇給→脱退の順で発生する（保険料の支払いは発生しない）

(A) 1.44　(B) 1.48　(C) 1.52　(D) 1.56
(E) 1.60　(F) 1.64　(G) 1.68　(H) 1.72

問題１１．以下の【前提】のとき、この年金制度全体の責任準備金に最も近いものは次のいずれか。

なお、計算過程において１人あたりの保険料は千円未満を四捨五入することとし、責任準備金の計算においても端数処理後の保険料を使用すること。また、必要であれば、以下の【諸数値】を使用しなさい。（４点）

【前提】

財政方式	加入年齢方式
加入年齢	30 歳
定年年齢	60 歳
給付内容	加入期間 10 年以上かつ 50 歳以上で脱退した場合に、「加入期間１年につき 10 千円」の年金額を、脱退時から年 1 回期初払いの 10 年確定年金として支給
加入時期	年 1 回期初加入
脱退時期	年 1 回期初脱退
拠出時期	年 1 回期初拠出（人数比例）
保険料、脱退、加入の順番	「脱退→加入→保険料の拠出」とする
予定利率（i）	年 2.5%
脱退残存表	下表のとおり（死亡による脱退は発生しないものとする）

【脱退残存表】

年齢（x）	被保険者数（l_x）	脱退者数（d_x）
30 歳～39 歳	100,000	0
40 歳	90,000	10,000
41 歳～49 歳	90,000	0
50 歳	60,000	30,000
51 歳～59 歳	60,000	0
60 歳（定年年齢）	0	60,000

【被保険者および年金受給権者の状況】

被保険者	総数は 400 名 うち、30 歳で加入し、現在 45 歳の被保険者が 300 名 うち、30 歳で加入し、現在 55 歳の被保険者が 100 名
年金受給権者	存在しない

【諸数値】

予定利率（i）＝2.5%の諸数値は以下のとおり。ここで $v = 1/(1+i)$ とする。

$v^5 = 0.88385$	$\ddot{a}_{\overline{5}\rceil} = 4.76197$
$v^{10} = 0.78120$	$\ddot{a}_{\overline{10}\rceil} = 8.97087$
$v^{15} = 0.69047$	$\ddot{a}_{\overline{15}\rceil} = 12.69091$
$v^{20} = 0.61027$	—
$v^{25} = 0.53939$	—
$v^{30} = 0.47674$	—

(A) 550百万円　(B) 552百万円　(C) 554百万円　(D) 556百万円
(E) 558 百万円　(F) 560 百万円　(G) 562百万円　(H) 564百万円

問題１２．２つの年金制度 A と年金制度 B が統合された。統合直前の各制度の状況は以下のとおりである。

・年金制度 A および年金制度 B は、いずれも加入年齢方式で、予定利率を含む計算基礎率は共通である。
・年金制度 A の積立金は 1,000、未積立債務は 200 である。
・年金制度 B の積立金は 600、未積立債務は 100 である。
・年金制度 B の給付水準は、年金制度 A の給付水準の 1.4 倍である。

統合にあたり、統合後の年金制度の給付水準を「統合前の年金制度 A の 1.2 倍」に統一することとした（過去分・将来分とも）。

統合後の年金制度について、財政方式は加入年齢方式、予定利率を含む計算基礎率が統合前の年金制度 A および年金制度 B と同じであったとすると、統合直後の年金制度の未積立債務として、最も近いものは次のいずれか。なお、A・B 両年金制度の被保険者の構成（年齢・加入期間）は同一であり、年金受給権者は存在しないものとする。（４点）

(A) 240　(B) 280　(C) 320　(D) 360
(E) 400　(F) 440　(G) 480　(H) 520

問題１３．ある年金制度（加入年齢方式、保険料年１回期初払い、給付年１回期末払い、標準保険料・特別保険料および給付は給与に比例）が、財政再計算を実施する。財政再計算による基礎率変更後（後述の制度変更実施前）の諸数値は以下のとおりである。

項目		数値
S^P	年金受給権者の給付現価	400 百万円
S^a	在職中の被保険者の給付現価	1,500 百万円
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	860 百万円
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	640 百万円
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	700 百万円
G^a	在職中の被保険者の給与現価	16,000 百万円
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	14,000 百万円
F	積立金	1,000 百万円
B	給与総額	1,200 百万円
i	予定利率	4.0%
$\ddot{a}_{\overline{10}\rceil}$	10 年確定年金現価率	8.4353

今般、財政再計算と同時に制度変更を実施する。変更内容は、在職中の被保険者の給与を一律 1.1 倍とするもので、今後はこの給与を用いて保険料や給付額を算定する。ただし、変更時点における既存の年金受給権者および在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付分には適用しない。また、この変更に伴う給与指数の見直しは実施しない。

このとき、制度変更後の標準保険料および特別保険料（10 年元利均等償却）の合計金額は、財政再計算による基礎率変更後（制度変更実施前）の標準保険料および特別保険料（10 年元利均等償却）の合計金額の X倍となる。 Xに最も近いものは次のいずれか。

なお、計算過程において制度変更前後の標準保険料率および特別保険料率は%表示で、小数点以下第３位を四捨五入し小数点以下第２位まで求めた率を使用するものとする。（４点）

(A) 1.090　(B) 1.091　(C) 1.092　(D) 1.093
(E) 1.094　(F) 1.095　(G) 1.096　(H) 1.097

問題１４．X 年度初に定常状態に達している年金制度において、X 年度の積立金の運用利回りが予定利率を下回った。

そこで、$(X+1)$ 年度から $(X+5)$ 年度にかけて毎年「X 年度の給付×k」ずつ段階的に給付を減額（※）することにより、$(X+6)$ 年度初において再び定常状態になるようにする。

このとき、kの値として最も近いものは次のいずれか。なお、計算の前提を次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。（４点）

（※）X年度の給付を Bとすると、$X+1$年度の給付:$(1-k)\times B$、$X+2$年度の給付：$(1-2k)\times B$、…、$X+5$年度の給付：$(1-5k)\times B$となる

【計算の前提】

・保険料および給付は年１回期末払いとする。
・保険料は X 年度以降変更しない。
・X 年度の給付は X 年度の保険料の３倍とする。
・$(X+6)$ 年度以降の給付は $(X+5)$ 年度と同額とする。
・X 年度は積立金の運用利回りが予定利率を下回ったこと以外は計算基礎率どおり推移したものとし、$(X+1)$ 年度以降はすべてが計算基礎率どおり推移するものとする。
・X 年度の積立金の運用利回りはマイナス 8.0%であった。
・予定利率は 2.0%とする。

【諸数値】

・$v^5 = 0.90573$
・$a_{\overline{5}|}(2.0\%) = 4.71346$
・$Ia_{\overline{5}|}(2.0\%) = 13.95373$

(A) 0.0105	(B) 0.0110	(C) 0.0115	(D) 0.0120
(E) 0.0125	(F) 0.0130	(G) 0.0135	(H) 0.0140

問題１５．ある年金制度において、初期の未積立債務 PSL_0 を、3 通りの【償却方法】（①～③）による年１回期初払いの特別保険料で償却することを検討している。

以下の【前提】のもとで、償却開始の初年度を第 1 年度とすると、それぞれの償却方法を採用した場合の第２年度末での未積立債務 PSL_2 の大小関係として最も適切なものは次のいずれか。（４点）

(A) ①＜②＜③　(B) ①＜③＜②　(C) ②＜①＜③　(D) ②＜③＜①
(E) ③＜①＜②　(F) ③＜②＜①　(G) ①＝③＜②　(H) ②＜①＝③

【償却方法】

① 被保険者１人あたりの特別保険料を設定することにより、4 年間で元利均等償却する方法
② 被保険者１人あたりの特別保険料を、第１年度 P 、第２年度 $2\cdot P$ 、第３年度 $3\cdot P$ のように段階的に増加させる形式により、3 年間で償却する方法
③ 制度全体として、被保険者数にかかわらず一定額の特別保険料を設定することにより、4 年間で元利均等償却する方法

【前提】

・この年金制度の被保険者数は増加傾向にあり、各年度初の被保険者数は前年度初より5% 増加する。
・償却方法①および償却方法②における被保険者１人あたりの特別保険料の算定にあたっては、第 1 年度初の被保険者数が変動しない前提とする。
・予定利率は 2.0%とする。
・必要であれば下表の値を用いるものとする。

n	$\ddot{a}_{\overline{n}\rceil}$	n	$\ddot{a}_{\overline{n}\rceil}$
1	1.000	6	5.713
2	1.980	7	6.601
3	2.942	8	7.472
4	3.884	9	8.325
5	4.808	10	9.162

問題１６．以下の空欄のうち①～⑧に当てはまる適切な式または語句を解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、番号の異なる空欄に同じ算式が当てはまることもあるものとし、⑧については、「生命表、予定脱退率、給与指数」の中から当てはまるもの全てを記入せよ。（８点）

年金支給開始年齢から終身年金を全ての脱退者に給付する制度で、年金額は

年金額＝（給与累計）×（年金支給率）

となっている年金制度を考える。

B_x　　：x歳の給与額

$D_x, C_x^{(w)}$　など　　：脱退残存表 $(l_x, d_x^{(w)})$ に基づく計算基数

$D'_x, \ddot{a}'_{x_r}$　など　　：生命表 (l'_x, d'_x) に基づく計算基礎、年金現価率等

（$C_x^{(w)} = v^{x+1} d_x^{(w)}$ には、生存脱退後その年度中に死亡する者を含まないものとする。）

年金支給率を一定値 αとし、また、加入年齢を x_e歳とし、定年年齢 x_r歳（＝年金支給開始年齢）で全員脱退するものとする。年金額の計算に用いる給与累計について、y歳（$y \leq x_r - 1$）で脱退する場合は y歳まで累計、定年年齢 x_r歳で脱退する場合は $(x_r - 1)$歳まで累計するものとする。

このとき、給付現価S_xの計算式は、

$$S_x = \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} \left\{ \boxed{①} \cdot C_y^{(w)} \frac{D'_{x_r}}{D'_{y+1}} \ddot{a}'_{x_r} \right\} + \boxed{②} \cdot D_{x_r} \ddot{a}'_{x_r} \right) \div D_x$$

$$= S_{x_{FS}} + S_{x_{PS}}$$

とすると

$$S_{x_{FS}} = \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} \left\{ \boxed{\text{A}} \cdot C_y^{(w)} \frac{D'_{x_r}}{D'_{y+1}} \ddot{a}'_{x_r} \right\} + \boxed{\text{B}} \cdot D_{x_r} \ddot{a}'_{x_r} \right) \div D_x$$

$$S_{x_{PS}} = \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} \left\{ \boxed{③} \cdot C_y^{(w)} \frac{D'_{x_r}}{D'_{y+1}} \ddot{a}'_{x_r} \right\} + \boxed{④} \cdot D_{x_r} \ddot{a}'_{x_r} \right) \div D_x$$

と表される。なお、$S_{x_{FS}}$は将来見込まれる年金額のうち、将来加入期間に対応する部分の給付現価を表しており、$S_{x_{PS}}$は過去加入期間分の給付現価を表している。

$S_{x_{PS}}$は将来の加入期間の長短に関わらず年金額が確定しており、

$$S_{x_{PS}} = \alpha \left(\sum_{z=x_e}^{x-1} B_z \right) \ddot{a}'_{x_r} \times \left\{ \boxed{⑤} \right\} \div D_x$$

$$= \alpha \left(\sum_{z=x_e}^{x-1} B_z \right) \ddot{a}'_{x_r} \times v^{x_r - x} \cdot \left\{ \boxed{⑥} \right\} \div l_x$$

となる。

x歳の被保険者がx_r歳まで生存している確率は、x_r歳までに生存退職した者がx_r歳まで生存する確率とx_r歳まで在職する確率の和であるから、

$$S_{x_{PS}} = \alpha \left(\sum_{z=x_e}^{x-1} B_z \right) \ddot{a}'_{x_r} \times v^{x_r - x} \cdot \boxed{\text{⑦}} \div l'_x$$

となる。これより過去の期間に対応する給付現価（$S_{x_{PS}}$）は、計算基礎率（ ⑧ ）の影響を受けないことが言える。

問題１７．以下の空欄にあてはまる適切な式または数値を解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、数値については、小数第３位以下の端数が生じた場合、小数第３位を四捨五入しなさい。（８点）

Trowbridge モデルに基づく年金制度（保険料は年 1 回期初払い）は開放基金方式で運営されており、定常状態にあるとする。定常状態における被保険者および年金受給者の年齢別構成人数（$l_x^{(T)}$、l_x）は以下の通りとし、加入年齢は 55 歳、定年年齢は 60 歳、生存最終年齢は 64 歳、予定利率は 2.0%、被保険者 1 人あたりの保険料は 0.4592 とする。

$l_x^{(T)} = 100 - 5 \times (x - 55), \quad 55 \le x \le 59$

$l_x = 75 - 15 \times (x - 60), \quad 60 \le x \le 64$

このとき、定常状態における積立金は［ ① ］である。

ある年度以降、新規加入者数が従前の 20%となった。この年金制度は 1 人あたりの保険料を従前のまま変更しないものとしたとき、この年金制度のその後の財政状況を検証する。なお、新規加入者数が 20%になったこと以外、脱退率・死亡率・積立金の運用収益率などに変化はないものとする。

最初に新規加入者数が 20%になった年度を第 1 年度とすると、期初に x歳（$55 \le x \le 64$）の被保険者または年金受給者が最初に 20%になるのは第［ ② ］年度である。

したがって、第［ ② ］年度から、保険料または給付額が従前の 20%に減少するため、第 n年度末の積立金（ただし、$n \ge 10$とする）F_nは、新規加入者減少前の定常状態における積立金 F、１人あたりの標準保険料 Pを用いて次のように表すことができる。

$$F_n = F - \sum_{x=55}^{59} P \cdot 0.8 \cdot l_x^{(T)} \cdot [\text{③}] + \sum_{x=60}^{64} 0.8 \cdot l_x \cdot [\text{③}]$$

$$= F - 0.8 \cdot \left\{ \sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} \cdot [\text{④}] \cdot (1+i)^{n-9} + \left(\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} \right) \cdot [\text{⑤}] \right\}$$

$$+0.8 \cdot \left\{ \sum_{x=60}^{64} l_x \cdot [\text{④}] \cdot (1+i)^{n-9} + \left(\sum_{x=60}^{64} l_x \right) \cdot [\text{⑤}] \right\}$$

ここで、$\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)}$および$\sum_{x=60}^{64} l_x$は、定常状態における年間保険料総額および年間給付金総額であることから、

$$F \cdot (1+i)^{n-9} + \left(\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} - \sum_{x=60}^{64} l_x \right) \cdot [\text{⑤}] = [\text{⑥}]$$

という関係式が成立する。これを用いて、F_nは、以下のとおり表される。

$F_n = 0.2 \cdot F - 0.8 \cdot \big([\text{⑦}] \big) \cdot (1+i)^{n-9}$

これにより、積立金は［ ⑧ ］年度に枯渇する。

（積立金が将来にわたって枯渇しない場合は、⑧の解答欄に「∞」を記入せよ）

なお、解答にあたっては以下の数値を使用してもよい。

t	$\ddot{s}_{\overline{t}\rceil}^{(i=2.0\%)}$	t	$\ddot{s}_{\overline{t}\rceil}^{(i=2.0\%)}$
1	1.02000	6	6.43428
2	2.06040	7	7.58297
3	3.12161	8	8.75463
4	4.20404	9	9.94972
5	5.30812	10	11.16872

t	1.02^t
5	1.10408
10	1.21899
20	1.48595
50	2.69159
100	7.24465

問題１８．以下の空欄にあてはまる適切な数値を解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、⑤は百分率で小数第２位を四捨五入して小数第１位までとし、他の値は小数第１位を四捨五入して整数とする。また④、⑥、⑦において不足要因の場合は数値の前に△を付すこと。（７点）

下の表はある年金制度のある年度の損益計算書および貸借対照表である。

この年金制度の保険料は期初払い込み、給付は期末払いであり、他制度からの転籍者の制度加入およびそれに伴う受換金の受け入れは当年度期末に行われたものとする。また、この年度の積立金の運用利回りは 2.5%であった。

前年度末の積立金の額は［ ① ］であり、下表の運用収益は［ ② ］である。また、当年度発生不足金は［ ③ ］である。

【損益計算書】

借方		貸方	
給付金	2,600	前年度末責任準備金	12,000
移換金	0	受換金	300
当年度末責任準備金	13,500	保険料収入	3,000
		運用収益	②
		当年度発生不足金	③

【貸借対照表（年度末）】

借方		貸方	
年金資産	10,000	年度末責任準備金	13,500
不足金	3,500		

この年度の不足金の発生要因は利差損益、前年度末剰余金（または不足金）にかかる予定利息および責任準備金変動等損益の３要因に分けられる。このうち、責任準備金変動等損益には受換金と他制度からの転籍者の責任準備金の差額が含まれる。

ここで他制度からの転籍者の責任準備金額が 200 である場合、他制度からの転籍者に係る差損益は［ ④ ］となる。この条件のもと、責任準備金変動等損益（他制度からの転籍者に係る差損益を含む）が 200 の不足要因であることが分かっているとする。この場合、この年金制度の予定利率は［ ⑤ ］であり、利差損益は［ ⑥ ］、前年度剰余金（不足金）に係る予定利息は［ ⑦ ］である。

問題１９．定常人口における Trowbridge モデルの年金制度（保険料は年１回期初払い）に関し、以下の問いに答えよ。なお、各記号は次のとおりとする。（９点）

【記号】

i　：予定利率（$i > 0$）

L　：在職中の被保険者の総数（$L > 0$）

B　：制度全体の毎年度の給付額（$B > 0$）

G^a　：在職中の被保険者の人数現価（$G^a > L$）

G^f　：将来加入が見込まれる被保険者の人数現価（$G^f > 0$）

S^p　：年金受給権者の給付現価（$S^p > 0$）

S^a　：在職中の被保険者の給付現価（$S^a > 0$）

S^f　：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価（$S^f > 0$）

【設問】

（１）以下の不等式が成り立つことを示せ。

$$0 < \left\{1 - \frac{1}{(G^a/L)}\right\} \cdot (1+i) < 1$$

（２）Rが次の条件を満たすとするとき、Rは加入年齢方式の責任準備金であることを示せ。

$$R = \left\{1 - \frac{1}{(G^a/L)}\right\} \cdot (1+i) \cdot R + \left\{\frac{S^p + S^a}{(G^a/L)} - B\right\} \cdot (1+i)$$

（３）財政方式を閉鎖型総合保険料方式とした場合の第n年度の１人あたりの保険料を ${}^{C}P_n$ とする。このとき、${}^{C}P_n$ は財政方式を加入年齢方式とした場合の１人あたりの標準保険料 ${}^{EAN}P$ に収束することを示せ。なお、第１年度初における積立金 ${}^{C}F_1$ は０とする。

問題２０．ある企業はキャッシュバランス制度の年金制度を実施している。年金制度の設計等が下表の通りであるとき、以下の問に答えよ。なお、必要であれば問題文に記載の諸数値を使用しなさい。また、特に断りの無い限り、年齢は年度の期初における年齢を指すものとする。（８点）

【設問】

（１）$y(x < y < 60)$歳で脱退した者の「60 歳時点の仮想個人勘定残高」のうち、期初でx歳である年度の 1 年間に付与された持分付与額に対応する額を j_1, j_2, x, y を用いて表せ。

（２）「60 歳時点の仮想個人勘定残高」を 1 とした場合の 60 歳期初の給付現価を求めよ。
なお、算出過程においては端数処理を行わず、60 歳期初の給付現価に小数第 4 位以下の端数が生じた場合は、小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位までとしなさい。

（３）一人当たり標準保険料を求めよ。
なお、一人当たり標準保険料は、100 円未満を切上げなさい。また、（２）で算出した「60 歳時点の仮想個人勘定残高」を 1 とした場合の「60 歳期初の給付現価」を用いて良い。

（注）「x歳時点の仮想個人勘定残高」は、x歳期初の利息付与額を含まないものとする。
（第 1 仮想個人勘定残高および第 2 仮想個人勘定残高も同様）

【年金制度の内容（加入・脱退時期および仮想個人勘定残高)】

項目	内容	
加入時期	年１回期初	
脱退時期	年１回期末（定年年齢は 60 歳とし、定年退職者は 60 歳期初に脱退する）	
死亡時期	年１回期末	
仮想個人勘定残高	持分付与額	加入中の各月の月初に 3,000 円を付与する。 （定年退職月に持分付与額は付与しないものとする）
	利息付与額	・ 前期末の仮想個人勘定残高に利息付与率を乗じた額を各年度の期初に付与する。 ・ 加入中の利息付与率はj_1、脱退後の利息付与率はj_2とする（加入年度の利息付与額はゼロ、脱退直後の年度の期初の利息付与額は脱退した年度の期末時点の仮想個人勘定残高に利息付与率j_2を乗じた額となる。)。 ・ 年金を支給開始する年度の期初以降は、利息を付与しない（第１仮想個人勘定残高は 60 歳以降、第２仮想個人勘定残高は 65 歳以降、利息を付与しない)。
	利息付与率	加入中$(j_1) = 1.5\%$ 脱退後$(j_2) = 1.9\%$（利息付与時 59 歳以下)、0.6%（利息付与時 60 歳以上）

【第１年金および第２年金】

項目	第１年金	第２年金
仮想個人勘定残高	第１仮想個人勘定残高 ＝仮想個人勘定残高×40%	第２仮想個人勘定残高 ＝仮想個人勘定残高×60%
年金支給期間	20 年保証期間付終身年金 （年 1 回期初払）	10 年確定年金 （年 1 回期初払）
支給開始年齢	60 歳	65 歳
年金額	60 歳時点の第１仮想個人勘定残高÷15.324(年利 3.0%の 20 年確定年金現価率)	65 歳時点の第２仮想個人勘定残高÷8.786(年利 3.0%の 10 年確定年金現価率)
受給権者死亡時の給付	保証期間中に死亡の場合は、残余保証期間中、遺族に第１年金を支給	・ 年金支給開始前に死亡の場合は、死亡時の第２仮想個人勘定残高を遺族に一時金として支給 ・ 年金支給開始後に死亡の場合は、残余保証期間中、遺族に第２年金を支給

【給付内容】

<table>
<tr><th>給付種類</th><th>受給資格</th><th>給付額</th></tr>
<tr><td>老齢給付金</td><td>60 歳の期初に受給資格を取得
（60 歳前に脱退した者については、脱退一時金の繰下げを行った場合に限る）
なお、老齢給付金は年金に代えて一時金を選択することはできない。</td><td>第１年金＋
第２年金</td></tr>
<tr><td>脱退一時金</td><td>脱退時（ただし、老齢給付金の受給資格がない場合に限る）
なお、脱退一時金の受給資格取得時に、次のいずれかの選択が可能である。
<table>
<tr><td>選択①</td><td>支給の繰下げを行わない。
（脱退と同時に脱退一時金の全部を受け取る）</td></tr>
<tr><td>選択②</td><td>支給の繰下げを行う。
（老齢給付金の受給資格を取得するまで脱退一時金を繰下げる）</td></tr>
</table></td><td>仮想個人勘定残高</td></tr>
</table>

【財政方式等】

項目	内容
財政方式	加入年齢方式（特定年齢：20 歳）
予定利率	2.0％
標準保険料	期初の加入者数×一人当たり標準保険料（年１回期初払） （定年退職月の保険料の払込みはないものとする）
脱退率	40％（39 歳）、60％（49 歳）、0％（その他の年齢）
死亡率	10％（64 歳以上の各年齢）、0％（63 歳以下の各年齢）
一人当たり標準保険料算定における脱退一時金の選択①・選択②の見込み	特定年齢における給付現価が最大となるものを選択するものとする

【その他前提】

・期初において、新規加入、保険料の払込みおよび持分付与額の付与が発生する順は「新規加入→保険料の払込みおよび持分付与額の付与」とする。

・期初において、定年退職および第１年金の支給開始の順は「定年退職→第１年金の支給開始」とする。

【諸数値】

・年金現価率（年 1 回期初払）

	10 年確定 年金現価率	20 年確定 年金現価率	60 歳支給開始 終身年金現価率	80 歳支給開始 終身年金現価率
予定利率 2.0%	9.162	16.678	11.729	8.443
予定利率 3.0%	8.786	15.324	10.864	7.887

・計算基数（年金制度加入中の計算基数（脱退率を用いた計算基数））

年齢(x)	予定利率 2.0%			予定利率 3.0%		
	D_x	N_x	C_x	D_x	N_x	C_x
20	67,297	1,460,393	—	55,368	1,062,222	—
39	—	—	18,116	—	—	12,262
40	27,173	337,981	—	18,393	213,780	—
49	—	—	13,375	—	—	8,212
50	8,917	89,011	—	5,475	52,174	—
60	7,315	7,315	—	4,074	4,074	—

・計算基数（年金制度脱退後の計算基数（死亡率を用いた計算基数））

年齢(x)	予定利率 2.0%		予定利率 3.0%	
	$\widetilde{D}_x$	$\tilde{C}_x$	$\widetilde{D}_x$	$\tilde{C}_x$
40	45,289	—	30,656	—
50	37,153	—	22,811	—
60	30,478	—	16,973	—
64	—	2,761	—	1,464
65	24,845	—	13,177	—
80	3,801	—	1,741	—

（注）計算基数は加入中と脱退後で異なる。

・その他の諸数値

	$t=10$	$t=20$
$(1+1.9\%)^{t}$	1.207	1.457

	$k=39$	$k=49$	$k=59$
$\sum_{x=20}^{k}(1+1.5\%)^{k-x}$	23.124	37.539	54.268

以上