

年金数理(問題)

本問題中では、各問の中で特に断らない限り以下の記号を用いるものとする。

i : 予定利率 ($i > 0$)、 $v = \frac{1}{1+i}$ 、 $d = \frac{i}{1+i}$ 、 δ : 利力、

$l_x^{(T)}$: 脱退残存表にもとづく(定常状態における) x 歳の在職中の加入者数、 $d_x^{(w)}$: 事由 w (生存脱退)の脱退者数、 $d_x^{(d)}$: 事由 d (死亡脱退)の脱退者数、 $D_x^{(T)} = l_x^{(T)} \cdot v^x$

l_x : 生命表にもとづく x 歳の生存者数、 d_x : 死亡者数、 D_x 、 C_x : 生命表にもとづく基数、
 x_e : 最低年齢、 x_r : 定年年齢、 ω : 生存最終年齢、

$L \left(= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \right)$: 在職中の加入者数、 $\varepsilon_x = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} l_y^{(T)}}{l_x^{(T)}}$ 、 $e_x = \frac{\sum_{y=x}^{\omega} l_y}{l_x}$ 、

S^f : 将来加入者の給付現価、 S^a : 在職中の加入者の給付現価 (S_{PS}^a : 過去期間分、 S_{FS}^a : 将来期間分)、
 S^p : 年金受給権者の給付現価、 $S = S^f + S^a + S^p$ 、 G^f : 将来加入者の人数現価、 G^a : 在職中の加入者の人数現価、 $G = G^a + G^f$ 、 B : 制度全体の年間給付額、 C : 制度全体の年間掛金額

問題 1 から 15 までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んでその記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題 16 から 20 までは、それぞれの問題文中の空欄に当てはまる式、記号、数値を解答用紙の所定欄に記入せよ。

問題 1. 次のうち、正しいものはいくつあるか。(4 点)

① $v = e^{-\delta}$ 、② $d < \delta < i < i^{(k)}$ ($k > 1$) は転化回数)、③ $\frac{dv^n}{d\delta} = -n \cdot v^n$ 、④ $a_{\infty} = \frac{1}{i}$ 、⑤ $v^n \cdot s_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|}$

(A) 1 個、(B) 2 個、(C) 3 個、(D) 4 個、(E) 5 個

問題 2. 時点 t における利力を $\delta_t = 0.05 \cdot \left(1 - \frac{1}{t+1}\right)$ とした場合、 $t = 0$ における価値 F_0 の $t = s$ における終価 F_s は次のいずれか。(4 点)

(A) $F_s = \frac{F_0}{1.05} \cdot e^{0.05s}$ 、(B) $F_s = \frac{F_0}{(s+1)^{0.05}} \cdot e^{0.05s}$ 、(C) $F_s = \frac{F_0}{s+1} \cdot e^{0.05s}$

(D) $F_s = F_0 \cdot e^{0.05s}$ 、(E) $F_s = \frac{F_0}{(s+1)^{0.05}} \cdot 1.05^s$

問題 3. $x < 100$ において $l_x = l_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right)$ のとき、65 歳の平均余命は次のいずれに近い。(4 点)

(A) 11.7、(B) 15.8、(C) 17.5、(D) 19.3、(E) 21.4

問題 4. すでに定常状態にある年金制度について考える。毎年期初に x_1 歳で f_1 人が職種 A、 x_2 歳で f_2 人が職種 B に新規加入するものとし、 $f_1 : f_2 = 2 : 1$ とする。期初の加入者の総数(新規加入者の加入後)を L' とすると、毎年期初の職種 B の加入者数は次のいずれか。なお、年金制度への加入後に職種間の移動はないものとする。(4 点)

(A) $l_{x_2}^{(T)} \cdot \frac{\epsilon_{x_1}}{2 \cdot \epsilon_{x_1} + \epsilon_{x_2}}$ 、(B) $\frac{L'}{3}$ 、(C) $L' \cdot \frac{\epsilon_{x_2}}{\epsilon_{x_1}}$ 、(D) $l_{x_2}^{(T)} \cdot \frac{\epsilon_{x_2}}{2 \cdot \epsilon_{x_1} + \epsilon_{x_2}}$ 、(E) $L' \cdot \frac{\epsilon_{x_2}}{2 \cdot \epsilon_{x_1} + \epsilon_{x_2}}$

問題 5. n 年確定累加年金(期末払)の現価率を表わす算式として、正しいものは次のいずれか。(4 点)

(A) $\left(1 + \frac{1}{i}\right) \cdot a_{\overline{n}|} - \frac{v^n}{i}$ 、(B) $\frac{1}{i} \cdot (\ddot{a}_{\overline{n}|} - n \cdot v^n)$ 、(C) $1 + 2 \cdot v + 3 \cdot v^2 + \dots + n \cdot v^{n-1}$ 、
 (D) $\left(1 + \frac{1}{i}\right) \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - \frac{n \cdot v^{n-1}}{i}$ 、(E) $\frac{1}{d} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - \frac{n \cdot v^n}{i}$

問題 6. ある年金制度は、予定利率 5.5% を前提として、定年(60 歳)退職者に対して 10 年確定年金を年 1 回期初に支払うものとしている。近年の低金利および高齢化をふまえ、予定利率を 4.0% に引き下げるとともに、支給期間を 60 歳支給開始 15 年保証終身年金に変更した。変更にあたっては、変更後の保証期間の年金現価と変更前の年金現価が、それぞれの予定利率の下で等しくなるように年金額の調整を行なう。また、保証期間終了後の終身部分の年金額は、保証期間の年金額の 50% とした。変更前の年金額を X とすると、変更後の年金額および変更後の制度の変更後の予定利率による 60 歳時点の年金現価の組み合わせに最も近いものは次のいずれか。なお、解答にあたっては次の年金現価率(右肩は適用している予定利率を表わす)の値を使用すること。(4 点)

$$\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(i=5.5\%)} = 7.95220 \qquad \ddot{a}_{\overline{10}|}^{(i=4.0\%)} = 8.43533$$

$$\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(i=5.5\%)} = 10.58965 \qquad \ddot{a}_{\overline{15}|}^{(i=4.0\%)} = 11.56312$$

$$\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(i=5.5\%)} + \frac{N_{75}^{(i=5.5\%)}}{D_{60}^{(i=5.5\%)}} = 13.25297 \qquad \ddot{a}_{\overline{15}|}^{(i=4.0\%)} + \frac{N_{75}^{(i=4.0\%)}}{D_{60}^{(i=4.0\%)}} = 15.16511$$

- (A) 年金額…… $0.688 \times X$ 、年金現価…… $8.115 \times X$
- (B) 年金額…… $0.688 \times X$ 、年金現価…… $9.191 \times X$
- (C) 年金額…… $0.688 \times X$ 、年金現価…… $10.429 \times X$
- (D) 年金額…… $0.751 \times X$ 、年金現価…… $10.036 \times X$
- (E) 年金額…… $0.751 \times X$ 、年金現価…… $11.388 \times X$

問題 7. 本人(x 歳)、配偶者(y 歳)、子供(z 歳)の 3 生命の生存を条件として、期初に以下の年金を給付するものとする。

- ① 本人が生存している場合 4
- ② 本人が死亡した後、配偶者および子供が共に生存している場合 3
- ③ 本人が死亡した後、配偶者または子供のいずれか一方が生存している場合 2

この年金給付の現価は、次のいずれか。(4点)

- (A) $\ddot{a}_{xyz} - 2 \cdot \ddot{a}_{xy} - 2 \cdot \ddot{a}_{zx} + 4 \cdot \ddot{a}_x + 2 \cdot \ddot{a}_y + 2 \cdot \ddot{a}_z$
- (B) $\ddot{a}_{xyz} - \ddot{a}_{yz} + 4 \cdot \ddot{a}_x + 2 \cdot \ddot{a}_y + 2 \cdot \ddot{a}_z$
- (C) $\ddot{a}_{xyz} - 2 \cdot \ddot{a}_{xy} - 2 \cdot \ddot{a}_{yz} - 2 \cdot \ddot{a}_{zx} + 4 \cdot \ddot{a}_x + 2 \cdot \ddot{a}_y + 2 \cdot \ddot{a}_z$
- (D) $3 \cdot \ddot{a}_{yz} + 4 \cdot \ddot{a}_x + 2 \cdot \ddot{a}_y + 2 \cdot \ddot{a}_z$
- (E) $\ddot{a}_{xyz} - 2 \cdot \ddot{a}_{xy} - \ddot{a}_{yz} - 2 \cdot \ddot{a}_{zx} + 4 \cdot \ddot{a}_x + 2 \cdot \ddot{a}_y + 2 \cdot \ddot{a}_z$

問題8から問題12までについて、以下の年金制度を仮定する。

- ① 適用範囲は在職中の全従業員とし、加入は入社即時とする。
- ② 定年年齢(65歳)まで勤務した者に限り年金を支給する。
- ③ 年金年額は、勤続1年あたり1/45である。
- ④ 年金の支給開始年齢は65歳、支給期間は終身(保証期間なし)とする。
- ⑤ 年金の支払は年4回期末払とする。支払期の途中で死亡した者に対する端数期間の給付は、死亡した日の属する月までの給付を支給するものとする。

問題8. 仮定した制度のx歳($x \leq 65$)における年金現価率 $a_x^{(4)}$ を表わす式として最も適当なものは、次のいずれか。(4点)

- (A) $\frac{N_{65} - \frac{7}{12} \cdot D_{65} + \frac{1}{8} \cdot \bar{M}_{65}}{D_x}$ 、 (B) $\frac{N_{65} - \frac{5}{8} \cdot D_{65} + \frac{1}{6} \cdot \bar{M}_{65}}{D_x}$ 、 (C) $\frac{N_{65} - \frac{7}{12} \cdot D_{65} + \frac{1}{8} \cdot \bar{C}_{65}}{D_x}$ 、
- (D) $\frac{N_{65} - \frac{5}{8} \cdot D_{65} + \frac{1}{8} \cdot \bar{M}_{65}}{D_x}$ 、 (E) $\frac{N_{65} - \frac{5}{8} \cdot D_{65} + \frac{1}{6} \cdot \bar{C}_{65}}{D_x}$

問題9. 加入年齢20歳、現在40歳で在職している加入者の現在までの勤務期間に対応する年金の給付現価を表わす算式は、次のいずれか。(4点)

- (A) $\frac{20}{45} \cdot \frac{l_{65}}{l_{40}} \cdot v^{25} \cdot a_{65}^{(4)}$ 、 (B) $\frac{20}{45} \cdot a_{40}^{(4)}$ 、 (C) $\frac{20}{45} \cdot \frac{l_{65}^{(T)}}{l_{40}^{(T)}} \cdot a_{65}^{(4)}$ 、
- (D) $\frac{20}{45} \cdot v^{25} \cdot a_{65}^{(4)}$ 、 (E) $\frac{20}{45} \cdot \frac{l_{65}^{(T)}}{l_{40}^{(T)}} \cdot v^{25} \cdot a_{65}^{(4)}$

問題10. 単位積立方式によるx歳の加入者1人当たりの掛金を ${}^U P_x$ とすると、比率 $\frac{{}^U P_{x+1}}{{}^U P_x}$ は次のいずれか。(4点)

- (A) 1、 (B) $1+i$ 、 (C) $\frac{l_x^{(T)}}{l_{x+1}^{(T)}}$ 、 (D) $\frac{l_x}{l_{x+1}}$ 、 (E) $\frac{l_x^{(T)}}{l_{x+1}^{(T)}} \cdot (1+i)$ 、 (F) $\frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot (1+i)$

問題 11. 加入年齢方式において加入年齢を x 歳とした場合の加入者 1 人当たりの掛金 ${}^E P_{[x]}$ を表わす算式は、次のいずれか。(4 点)

- (A) $\frac{D_{65}^{(T)} \cdot a_{65}^{(4)}}{\sum_{y=x}^{64} D_y^{(T)}}$ 、(B) $\frac{1}{45} \cdot \frac{D_{65}^{(T)} \cdot a_{65}^{(4)}}{D_x^{(T)}}$ 、(C) $\frac{65-x}{45} \cdot \frac{D_{65}^{(T)} \cdot a_{65}^{(4)}}{\sum_{y=x}^{64} D_y^{(T)}}$ 、(D) $\frac{65-x}{45} \cdot \frac{D_{65} \cdot a_{65}^{(4)}}{\sum_{y=x}^{64} D_y}$ 、
 (E) $\frac{1}{45} \cdot \frac{D_{65} \cdot a_{65}^{(4)}}{D_x}$

問題 12. 前問における ${}^E P_{[x]}$ について、次の記述のうち正しいものの組合せを選べ。(4 点)

- ① x について単調増加である。
 ② 予定利率よりも脱退率の方が高い場合のみ、 x について単調増加となる。
 ③ 脱退率の形状により、 x について単調増加とは必ずしも言えない。
 ア 予定利率を変動させても、 ${}^E P_{[x]}$ は変動しない。
 イ 予定利率を引き下げると、 ${}^E P_{[x]}$ は上昇する。
 ウ 脱退率の形状により予定利率を引き下げても、 ${}^E P_{[x]}$ は上昇するとは限らない。
 (A) ①-ウ、(B) ②-イ、(C) ③-ウ、(D) ①-イ、(E) ②-ア、(F) ③-イ

問題 13. Trowbridge モデルにおいて、定常状態に成立する算式の組み合わせを選べ。(4 点)

- (A) $S^p + S^a + S^f = \frac{B}{d}$ 、 $S^a + S^f = l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} \cdot \frac{v}{d}$ 、 $S^a = l_{x_r} \cdot a_{x_r} \cdot \frac{1-v^{x_r-x_e}}{d}$
 (B) $S^p + S^a + S^f = \frac{B}{d}$ 、 $S^a + S^f = l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} \cdot \frac{v}{d}$ 、 $S^a = l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} \cdot \frac{v \cdot (1-v^{x_r-x_e})}{d}$
 (C) $S^p + S^a + S^f = \frac{B}{d}$ 、 $S^a + S^f = l_{x_r} \cdot a_{x_r} \cdot \frac{1}{d}$ 、 $S^a = l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} \cdot \frac{v \cdot (1-v^{x_r-x_e})}{d}$
 (D) $S^p + S^a + S^f = \frac{B}{d}$ 、 $S^a + S^f = l_{x_r} \cdot a_{x_r} \cdot \frac{1}{d}$ 、 $S^a = l_{x_r} \cdot a_{x_r} \cdot \frac{1-v^{x_r-x_e}}{d}$
 (E) $S^p + S^a + S^f = \frac{L}{d}$ 、 $S^a + S^f = l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} \cdot \frac{v}{d}$ 、 $S^a = l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} \cdot \frac{v \cdot (1-v^{x_r-x_e})}{d}$

問題 14. 財政方式に関する次の記述のうち、正しいものはいくつあるか。(4 点)

- ① 定常状態における開放型総合保険料方式の積立水準は、一概に決められない。
 ② 加入年齢方式による未積立債務と開放基金方式による未積立債務との差額は、過去勤務期間を通算しないとした場合の総合保険料方式の掛金収入現価と加入年齢方式による標準掛金収入現価との差額に等しい。ただし、年金資産は存在しないものとする。
 ③ 定常状態において、加入時積立方式の掛金額に \ddot{a}_∞ を乗じた額は、 S^f に等しい。
 ④ Trowbridge モデルにおいて、財政方式を開放基金方式によった場合、予定脱退率の変動しても未積立債務は変動しない。
 ⑤ 加入年齢方式で未積立債務を永久償却とした場合の掛金(標準掛金と特別掛金との合計)は、

開放型総合保険料方式の掛金と一致する。ただし、人員構成は定常とする。

- (A) 1 個、(B) 2 個、(C) 3 個、(D) 4 個、(E) 5 個

問題 15. 制度導入時の未積立債務を U とし、償却方法について以下の 2 パターンを考える。

パターン 1. 未積立債務残高の R 倍を期初に償却する場合 ($0 < R < 1$)

パターン 2. n 年間の元利均等払で毎期初に償却する場合 ($n > 3$)

それぞれのパターンにおける第 3 年度末の未積立債務残高の組み合わせを表わすものは、次のいずれか。ただし、年金財政は予定どおり推移するものとする。(4 点)

- (A) パターン 1. $U \cdot (1-R)^3$ パターン 2. $U \cdot \frac{1-(1+i)^3}{1-v^n}$
- (B) パターン 1. $U \cdot (1-R)^3 \cdot (1+i)^2$ パターン 2. $U \cdot \frac{1-v^3}{1-v^n}$
- (C) パターン 1. $U \cdot (1-R)^3 \cdot (1+i)^2$ パターン 2. $U \cdot \frac{1-v^n \cdot (1+i)^3}{1-v^n}$
- (D) パターン 1. $U \cdot (1-R)^3 \cdot (1+i)^3$ パターン 2. $U \cdot \frac{1-v^n \cdot (1+i)^3}{1-v^n}$
- (E) パターン 1. $U \cdot (1-R)^3 \cdot (1+i)^3$ パターン 2. $U \cdot \frac{1-v^3}{1-v^n}$

問題 16. 離散的なモデルにおけるファクラーの公式に関して、以下の空欄を埋めよ。ただし、 x 歳加入で経過年数 t の給与 1 に対する責任準備金を ${}_tV_x$ 、掛金は給与 b_{x+t} に比例して期初払、脱退および死亡は期末に発生して給付は一時金 $\alpha_t \cdot b_{x+t}$ とする。(計 6 点)

$${}_{t+1}V_x = (\text{①}) \cdot (\text{②}) \cdot \left\{ (\text{③}) \cdot (V_x + P_x) - \left(\frac{d_{x+t}^{(d)} + d_{x+t}^{(w)}}{l_{x+t}^{(T)}} \right) \cdot \alpha_t \right\}$$

問題 17. ある企業年金制度が、次の諸数値を前提に、財政方式として開放基金方式を採用したとする。掛金は給与比例で年 1 回期初払として、以下の空欄を埋めよ。なお、解答は小数点第 1 位まで書くこと。(6 点)

在職中の加入者の給与現価：40,000 百万円、将来加入者の給与現価：60,000 百万円、
 年金受給権者の給付現価：500 百万円、在職中の加入者の給付現価：3,500 百万円、
 在職中の加入者の給付現価のうち将来期間分：1,600 百万円、
 将来加入者の給付現価：2,200 百万円、
 (給与総額) $\times \ddot{a}_{\overline{10}|}$ ：20,000 百万円、年金資産：2,500 百万円

注) 未積立債務は、10 年元利均等償却とする。

- (1) 標準掛金率と特別掛金率を求めよ。
 標準掛金率 = ① %、特別掛金率 = ② %
- (2) 将来期間に係る給付のみ一律 2 倍に引き上げた場合の掛金率を求めよ。
 標準掛金率 = ③ %、特別掛金率 = ④ %
- (3) 年金受給権者を除く給付を一律 2 倍に引き上げた場合の掛金率を求めよ。
 標準掛金率 = ⑤ %、特別掛金率 = ⑥ %

問題 18. 加入中の各期初に定額 R を付与し、脱退時に過去に付与された R の利率年 j による元利合計を一時金として支給する制度を想定する。加入年齢を x_e 、定年年齢を x_r 、定年到達前の脱退は事由を問わず期末に発生するものとし、本問では脱退残存表による基数を C_x 、 D_x とする。掛金を年 1 回期初払として加入年齢方式による標準掛金率 ${}^E P$ を考察する。以下の空欄を埋めよ。(10点)

期初 y 歳の加入者が定年到達以外の事由で脱退する場合の給付額 B_y は、次のとおりである。

$$B_y = \sum_{z=x_e}^y R \cdot (\text{①})^{y-z+1} \quad (x_e \leq y < x_r)$$

また、定年到達による給付額 B_{x_r} は、次のとおりである。

$$B_{x_r} = \sum_{z=x_e}^{x_r-1} R \cdot (\text{①})^{x_r-z}$$

従って、 x_e 歳の加入者 1 人当たりの給付現価 S_{x_e} は、基数を使うと以下のとおりとなる。

$$S_{x_e} = \left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} B_y \cdot \text{②} + B_{x_r} \cdot \text{③} \right) / D_{x_e}$$

基数を展開して整理すると、次のとおりとなる。

$$S_{x_e} = R \cdot \left\{ \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \sum_{z=x_e}^y d_y \cdot v^z \cdot (\text{④})^{y+1-z} + \sum_{z=x_e}^{x_r-1} l_x \cdot v^z \cdot (\text{④})^{x_r-z} \right\} / D_{x_e}$$

ここで、 i は予定利率である。今、 $i = j$ として S_{x_e} を基数を用いて整理すると、

$$S_{x_e} = R \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \text{⑤} / D_{x_e} \text{ となる。}$$

従って、 $i = j$ の場合は ${}^E P = R$ であることが確認できた。

一方、 $i > j$ の場合は、 $\text{④} < 1$ であるため、 ${}^E P$ と R の大小関係は ${}^E P \text{ ⑥ } R$ であることが確認できる。

問題 19. 以下の文章の空欄を埋めよ。(10点)

Trowbridge モデルにおいて、年金制度を賦課方式にて運営する。在職中の加入者の総数を L_a 、平均年齢を \bar{x}_a 、年金受給者の総数を L_p 、平均年齢を \bar{x}_p とする。掛金および給付は年 1 回期初払で、1 人当たり掛金を一律 P とする。

財政方式として賦課方式を採用していることより、 $P = \text{①}$ である。

ここで、 $A = (\bar{x}_p - \bar{x}_a) \cdot C$ と定義し、 A を検討してみる (B および C は、冒頭の定義による)。

$$\begin{aligned} A &= \{ (\bar{x}_p - (x_r - 1)) + ((x_r - 1) - \bar{x}_a) \} \cdot C \\ &= (\bar{x}_p - (x_r - 1)) \cdot B + ((x_r - 1) - \bar{x}_a) \cdot C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (\bar{x}_p - (x_r - 1)) \cdot L_p + ((x_r - 1) - \bar{x}_a) \cdot P \cdot L_a \\
 &= \sum_{x=x_r}^{\omega} \boxed{\text{②}} \cdot l_x + P \cdot \sum_{x=x_r}^{x_r-1} \boxed{\text{③}} \cdot l_x^{(T)} \\
 &= \sum_{x=\boxed{\text{④}}}^{\boxed{\text{⑤}}} \sum_{y=\boxed{\text{⑥}}}^{\boxed{\text{⑦}}} l_y + \sum_{x=\boxed{\text{⑧}}}^{\boxed{\text{⑨}}} \sum_{y=\boxed{\text{⑩}}}^{\boxed{\text{⑪}}} P \cdot l_y^{(T)} \\
 e_x &= \frac{\sum_{y=x}^{\omega} l_y}{l_x} \quad \text{を用いて } A \text{ を表わすと、以下のとおりとなる。}
 \end{aligned}$$

$$A = \sum_{x=x_r}^{\omega} \boxed{\text{⑫}} + \sum_{x=\boxed{\text{⑧}}}^{\boxed{\text{⑨}}} \sum_{y=\boxed{\text{⑩}}}^{\boxed{\text{⑪}}} P \cdot l_y^{(T)}$$

右辺第1項は、年金受給者が今後受取る見込みの年金の総額を表わしている。一方、右辺第2項は、在職中の各年齢の加入者集団について、前年度までに拠出した掛金の累積額を合計したものととなっている。

問題 20. 以下の文章の空欄を埋めよ。(8点)

死亡脱退と生存脱退からなる脱退残存表を作成する。脱退残存表の死亡脱退率と生存脱退率を q_x^d 、 q_x^w とする。ここで、互いに他の脱退がない場合の脱退率(絶対脱退率)をそれぞれ \hat{q}_x^d 、 \hat{q}_x^w とし、脱退は互いに独立かつ、年間にわたり一様に発生するものとする。

死亡脱退率は在職中に死亡する確率であるから、絶対脱退率を用いて $(x+t, x+t+dt)$ で死亡脱退する確率を表わすと、 $\boxed{\text{①}} \cdot dt$ となる。 q_x^d は、これを積分して以下のとおりとなる。

$$\begin{aligned}
 q_x^d &= \int_0^1 \boxed{\text{①}} dt \\
 &= \boxed{\text{②}} \cdot \hat{q}_x^d
 \end{aligned}$$

同様に、 q_x^w も以下のとおりとなる。

$$q_x^w = \boxed{\text{③}} \cdot \hat{q}_x^w$$

両式から \hat{q}_x^w を消去して q_x^d を求めると、以下のとおりとなる。

$$q_x^d = \hat{q}_x^d \cdot \boxed{\text{④}}$$

多くの場合、 $1 - \frac{1}{2} \cdot \hat{q}_x^d \approx 1$ として、便宜的に $q_x^d = \hat{q}_x^d \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot q_x^w)$ によっている。

以上

科目	年金数理	受験番号	社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	---------------

問題 1	問題 2	問題 3	問題 4	問題 5	問題 6	問題 7	問題 8
D	B	C	E	B	B	E	B
問題 9	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
E	E	C	D	B	C	D	

問題 16	①	②	③
	$\frac{l_{x+t}^{(T)}}{l_{x+t+1}^{(T)}}$	$\frac{b_{x+t}}{b_{x+t+1}}$	$1+i$

①②は、入替可。

問題 17	①	②	③	④	⑤	⑥
	3.7	0.0	7.5	0.0	7.6	9.0

問題 18	①	②	③	④	⑤	⑥
	$1+j$	C_y	D_{x_r}	$\frac{1+j}{1+i}$	D_y	$<$

問題 19	①	②	③	④	⑤	⑥
	L_p/L_a	$\{x-(x_r-1)\}$	$\{(x_r-1)-x\}$	x_r	ω	x
	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫
	ω	x_e+1 (x_e)	x_r-1 (x_r-2)	x_e	$x-1$ (x)	$l_x \cdot e_x$

⑧⑨⑪は、括弧内の組み合わせでも可

問題 20	①	②	③	④
	$(1-t \cdot \hat{q}_x^w) \cdot \hat{q}_x^d$	$\left(1 - \frac{1}{2} \hat{q}_x^w\right)$	$\left(1 - \frac{1}{2} \hat{q}_x^d\right)$	$\left(1 - \frac{1}{2} \frac{q_x^w}{1 - \frac{1}{2} \hat{q}_x^d}\right)$