年金数理(問題)

本問題中では、各問の中で特に断わらない限り、以下のとおりとする。

i ：予定利率($i>0$)、$v=\dfrac{1}{1+i}$、$d=1-v$、δ ：利力。
l_x ：生命表にもとづく x 歳の生存者数、d_x ：同 x 歳の死亡者数。
x_e ：最低年齢、x_r ：定年年齢、ω ：生存最終年齢、
$l_x^{(T)}$ ：脱退残存表にもとづく(定常状態における) x 歳の在職中の被保険者数($x_e \le x \le x_r$)、
$d_x^{(d)}$ および $d_x^{(w)}$ ：同 x 歳の死亡脱退者数および生存脱退者数($x_e \le x \le x_r -1$)、
　ただし、$l_{x_r}=l_{x_r}^{(T)}$。
$D_x = l_x \cdot v^x$、$D_x^{(T)} = l_x^{(T)} \cdot v^x$、$C_x = d_x \cdot v^{x+1}$、$C_x^{(T)} = \left(d_x^{(d)} + d_x^{(w)}\right)\cdot v^{x+1}$。
L ：在職中の被保険者数、S^f ：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価、S^a ：在職中の被保険者の給付現価(S_{PS}^a ：過去期間分、S_{FS}^a ：将来期間分)、S^p ：年金受給権者の給付現価、$S=S^f+S^a+S^p$、
G^f ：将来加入が見込まれる被保険者の人数現価、G^a ：在職中の被保険者の人数現価、$G=G^a+G^f$、
B ：制度全体の年間給付額、C ：制度全体の年間保険料。
「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。
「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料率を在職中の被保険者全員に適用する方式(特定年齢方式)をいう。

問題 1 から 15 までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題 16 から 20 までは、それぞれの問題の指示にしたがって、所定の解答用紙に答案を記せ。

問題 1．すべての年齢 x、正の整数 n について、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \ddot{a}_{x+1:\overline{n|}}$ が成り立つものとする。$\ddot{a}_{x:\overline{3|}} = 2.71$ のとき、$\ddot{a}_{x:\overline{5|}}$ に最も近いものは、次のいずれか。(3 点)

(A)4.75、　(B)4.10、　(C)4.00、　(D)3.90、　(E)3.50

問題 2．変動年金の現価率に関して、次のうち正しいものは、いくつあるか。(3 点)

① $\left(I_{\overline{n|}}\ddot{a}\right)_x - \left(I\ddot{a}\right)_{x:\overline{n|}} = n \cdot {}_{n|}\ddot{a}_x$
② $\left(I\ddot{a}\right)_x - \left(Ia\right)_x = \ddot{a}_x$
③ $\left(D\ddot{a}\right)_{x:\overline{n|}} - \left(Da\right)_{x:\overline{n|}} = n$
④ $\left(D\ddot{a}\right)_{x:\overline{n|}} - \left(D\ddot{a}\right)_{x:\overline{n-1|}} = \ddot{a}_{x:\overline{n|}}$

(A)4 個、　(B)3 個、　(C)2 個、　(D)1 個、　(E)0 個

問題３. 当初の年金額を１とし、各年度初に１ずつ増加する場合の x 歳支給開始 n 年有期の年 m 回期初払累加年金現価率 $(I\ddot{a})^{(m)}_{x:\overline{n}|}$ を表わす近似式として最も適当なものは、次のいずれか。(３点)

(A) $\left\{(S_x - S_{x+n}) - n\cdot N_{x+n} - \dfrac{m-1}{2\cdot m}\cdot(N_x - N_{x+n}) + \dfrac{m-1}{2\cdot m}\cdot n\cdot D_{x+n}\right\}\cdot\dfrac{1}{D_x}$

(B) $\left\{(S_x - S_{x+n}) - n\cdot N_{x+n} - \dfrac{m+1}{2\cdot m}\cdot(N_x - N_{x+n}) + \dfrac{m+1}{2\cdot m}\cdot n\cdot D_{x+n}\right\}\cdot\dfrac{1}{D_x}$

(C) $\left\{(S_x - S_{x+n}) - n\cdot N_x - \dfrac{m-1}{2\cdot m}\cdot(N_x - N_{x+n}) + \dfrac{n}{2}\cdot D_{x+n}\right\}\cdot\dfrac{1}{D_x}$

(D) $\left\{(S_x - S_{x+n}) - n\cdot N_{x+n} - \dfrac{m-1}{2\cdot m}\cdot(N_x - N_{x+n}) + \dfrac{m-1}{2\cdot m}\cdot M_x\right\}\cdot\dfrac{1}{D_x}$

(E) $\left\{(S_x - S_{x+n}) - n\cdot N_{x+n} - \dfrac{m+1}{2\cdot m}\cdot(M_x - M_{x+n}) + \dfrac{m+1}{2\cdot m}\cdot n\cdot D_{x+n}\right\}\cdot\dfrac{1}{D_x}$

問題４. 年金現価率に関して、正しい算式を表わしているものは、いくつあるか。(３点)

① ${}_{s|}a_{\overline{n}|} = v^s\cdot a_{\overline{n}|}$　② $\ddot{a}^{(m)}_{\overline{n}|} = \ddot{s}^{(m)}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}$　③ $\ddot{a}_{\infty} = 1/i$　④ ${}_{n|}\ddot{a}_{\overline{xy}} = {}_{n|}\ddot{a}_x + {}_{n|}\ddot{a}_y - {}_{n|}\ddot{a}_{xy}$

⑤ $a_{y|x} = a_y - a_{xy}$

(A)4 個、　(B)3 個、　(C)2 個、　(D)1 個、　(E)0 個

問題５. Trowbridge モデルにおいて、財政方式を開放型総合保険料方式とし、①在職中の被保険者の過去勤務期間を通算しない場合、②在職中の被保険者の過去勤務期間は通算するが、制度設立前に退職した者には給付を行わない場合、それぞれの定常状態における積立金の組み合わせを表わすものは、次のいずれか。 (３点)

（A）① $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\cdot\left(\frac{D_{x_r}^{(T)}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x - P^L\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\cdot\left(\sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y^{(T)}}{D_x^{(T)}}\right)$

② $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\cdot\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\right)\cdot\left(\frac{D_{x_r}^{(T)}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

（B）① $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\cdot\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\right)\cdot\left(\frac{D_{x_r}^{(T)}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

② $\displaystyle\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

（C）① $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\cdot\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\right)\cdot\left(\frac{D_{x_r}^{(T)}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

② $\displaystyle\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

（D）① $\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{x_r - x}{x_r - x_e}\right) \cdot \left(\frac{D_{x_r}^{(T)} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$

② $\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$

（E）① $\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{D_{x_r}^{(T)} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x - P^L \cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y^{(T)}}{D_x^{(T)}}\right)$

② $\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{x_r - x}{x_r - x_e}\right) \cdot \left(\frac{D_{x_r}^{(T)} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x^{(T)}}\right) + \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$

問題６. 定年退職者のみに対して、定年x_r歳時より終身年金(年金年額をαとし、年１回期初払い)を給付する年金制度において、財政方式を退職時年金現価積立方式とした場合の定常状態における積立金を表わす式は、次のいずれか。ただし、$e_{x_r} = (\sum_{t=1}^{\omega - x_r} l_{x_r+t}) / l_{x_r}$ とする。(３点)

(A)$\alpha \cdot l_{x_r} \cdot (e_{x_r} + 1 - a_{x_r}) / d$ 、 (B)$\alpha \cdot l_{x_r} \cdot (e_{x_r} - a_{x_r}) / d$ 、 (C)$\alpha \cdot l_{x_r} \cdot a_{x_r}$ 、

(D)$\alpha \cdot l_{x_r+1} \cdot (e_{x_r} - a_{x_r}) / i$ 、 (E)$\alpha \cdot l_{x_r+1} \cdot (e_{x_r} - a_{x_r}) / d$

問題７. Trowbridge モデルにおける財政方式で、積立水準が高い順に並べてあるものは、次のいずれか。(３点)

(A)加入時積立方式＞単位積立方式＞平準積立方式＞退職時年金現価積立方式

(B)単位積立方式＞平準積立方式＞退職時年金現価積立方式＞賦課方式

(C)平準積立方式＞退職時年金現価積立方式＞単位積立方式＞賦課方式

(D)平準積立方式＞加入時積立方式＞退職時年金現価積立方式＞賦課方式

(E)平準積立方式＞単位積立方式＞退職時年金現価積立方式＞賦課方式

問題８. 保険料の支払い時期および給付の支払い時期が以下のような年金制度において、極限方程式の組み合わせのうち、正しいものは次のいずれか。(３点)

制度 A　保険料：期初払い、給付：期初払い

制度 B　保険料：期初払い、給付：期末払い

制度 C　保険料：期末払い、給付：期末払い

制度 D　保険料：連続払い、給付：連続払い

(A)制度 A：$d \cdot F + C = B$　　制度 B：$i \cdot F + C = B$

　制度 C：$d \cdot F + v \cdot C = v \cdot B$　　制度 D：$(e^{\delta} - 1) \cdot F + C = B$

(B)制度 A：$d \cdot F + C = B$　　制度 B：$d \cdot F + C = v \cdot B$

　制度 C：$d \cdot F + v \cdot C = v \cdot B$　　制度 D：$(e^{\delta} - 1) \cdot F + C = B$

(C)制度 A：$d \cdot F + C = B$　　制度 B：$d \cdot F + C = v \cdot B$

　制度 C：$i \cdot F + C = B$　　制度 D：$\delta \cdot F + C = B$

(D)制度 A：$d \cdot F + C = B$　　制度 B：$d \cdot F + C = v \cdot B$

　制度 C：$d \cdot F + v \cdot C = B$　　制度 D：$\delta \cdot F + C = B$

(E)制度 A：$d \cdot F + C = B$　　制度 B：$i \cdot F + C = B$

制度 C： $d \cdot F + v \cdot C = B$　　　制度 D： $\delta \cdot F + C = B$

問題９. 定常状態の年金制度を想定する。保険料は、予定利率 i を積立金の期待運用収益率に等しく設定した事前積立方式によって算定されている。今、適用される前記の保険料とは別に、予定利率を $j\,(\neq i)$ として、一定の財政方式(年金財政におけるものと同じとは限らない)のもとで、この制度の標準保険料および数理債務(標準保険料収入現価による責任準備金)を計算するものとする。各々における標準保険料および数理債務を、予定利率に応じて C_i、C_j および V_i、V_j、積立金を $F\,(=V_i)$ とする。このとき成立する関係式は、次のいずれか。なお、保険料および給付は年１回期末払い、数理債務および積立金の評価時点は期初とする。(３点)

(A) $C_i = C_j$、　(B) $C_i = C_j + (j-i) \cdot V_j$、　(C) $C_i = C_j - \dfrac{i}{1+i} \cdot F$、

(D) $C_i = C_j + j \cdot V_j - i \cdot F$　、　(E) $C_i = C_j + \dfrac{j}{1+j} \cdot V_j - \dfrac{i}{1+i} \cdot F$

問題 10. Trowbridge モデルにおける給付現価を示した次の算式のうち、正しいものはいくつあるか。ただし、左肩添字は財政方式を表わし、P:賦課方式、T:退職時年金現価積立方式、U:単位積立方式、In:加入時積立方式、Co:完全積立方式である。また、保険料は年 1 回期初払いとする。(３点)

①$S^p = \dfrac{{}^{P}C - {}^{T}C}{d}$、　②$S = \dfrac{{}^{P}C - {}^{Co}C}{d}$、　③$S^a = \dfrac{v \cdot {}^{T}C - {}^{In}C}{d}$、　④$S^f = \dfrac{v \cdot {}^{In}C}{d}$、

⑤$S^p + S^a_{PS} = \dfrac{{}^{P}C - {}^{U}C}{d}$、⑥$S^a_{FS} = \dfrac{{}^{U}C - v \cdot {}^{In}C}{d}$

(A) １個、　(B) ２個、　(C) ３個、　(D) ４個、　(E) ５個

問題 11. ある年金制度の諸数値が以下のとおりであるとき、加入年齢方式による 15 年償却の特別保険料率(年１回期初払い)として最も近いものは、次のいずれか。 (３点)

①年金受給権者の給付現価	1,215 百万円
②在職中の被保険者の給付現価	1,906 百万円
うち将来期間分	639 百万円
うち過去期間分	1,267 百万円
③将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	163 百万円
④在職中の被保険者の給与現価	12,107 百万円
⑤将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	8,764 百万円
⑥積立金	2,167 百万円
⑦在職中の被保険者の給与総額	1,335 百万円
⑧期初払い 15 年確定年金現価率	12.93

(A)4.2% 、　(B)4.4% 、　(C)4.6% 、　(D)4.8% 、　(E)5.0%

問題 12. Trowbridge モデルにおいて、財政方式として開放型総合保険料方式を適用している。

予定利率をiとした場合とjとした場合について、それぞれの年間保険料の差額を表わした式は、次のいずれか。ただし、人員構成は定常人口であり、Fは積立金とする。また、保険料および給付は年１回期初払いとする。(３点)

(A) $(i-j)\cdot F$、 (B) $\dfrac{(i-j)\cdot F}{(1+i)\cdot(1+j)}$、 (C) $(i-j)\cdot(1+i)\cdot(1+j)\cdot F$、

(D) $\dfrac{(i-j)\cdot F}{(1+i)\cdot(i+j)}$、 (E)題意の条件だけでは求められない

問題 13. 定年に到達した者に$\alpha\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1} b_x$の終身年金を支給する制度を仮定する。単位積立方式によるx歳の被保険者 1 人あたりの標準保険料は、$P_x=\alpha\cdot b_x\cdot\ddot{a}_{x_r}\cdot\dfrac{D_{x_r}^{(T)}}{D_x^{(T)}}$と表わされるものとする。ここで$\alpha$は定数、$b_x$は$x$歳の給与、給与は前年の給与に対して$(1+r)$倍となるものとする。このとき$\dfrac{1}{P_x}\cdot\dfrac{dP_x}{dx}$は、次のいずれか。ただし、$\mu_x^{(T)}=-\dfrac{1}{l_x^{(T)}}\cdot\dfrac{dl_x^{(T)}}{dx}$とする。(３点)

(A) $\delta-r$、 (B) $e^{\delta+\mu_x^{(T)}}$、 (C) $\mu_x^{(T)}+\delta+r$、 (D) $\mu_x^{(T)}+\delta+\ln(1+r)$、 (E) $-\mu_x^{(T)}+\delta+r$

問題 14. ある年金制度(人員構成や給与の分布は必ずしも定常状態にはない)において将来の被保険者を見込むものとする。計算基準日における在職中の被保険者数をL、給与総額をWとする。将来加入が見込まれる被保険者を毎年一定とし、この被保険者により仮定される定常状態における在職中の被保険者数と給与総額がLおよびWに等しくなるように、毎年加入する被保険者数および加入時給与を計算する。このとき、将来の被保険者 1 人あたりの加入時給与を表わす算式として正しいものは、次のいずれか。ただし、給与指数をb_x、加入年齢をx_e、在職中の被保険者の平均年齢を$\bar{x}$、平均給与を$\bar{b}$ $(=W/L)$とする。(３点)

(A) $\bar{b}\cdot\dfrac{b_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x^{(T)})}$、 (B) b_{x_e}、 (C) $\bar{b}$、 (D) $\bar{b}\cdot\dfrac{b_{x_e}}{b_{\bar{x}}}$、 (E) $\bar{b}\cdot\dfrac{l_{x_e}^{(T)}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1} b_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x^{(T)})}$

問題 15. 定年退職者に対して退職時給与の 0.5 倍を、退職時から終身にわたって支給するような年金制度がある。被保険者の人数および給与の分布は定常状態(全員がx_e歳で加入)にあるものとする。この制度の損益に関する以下の文章について、正しいものはいくつあるか。(３点)

① 加入年齢方式において、年齢にかかわらず中途脱退者数の実績が予定を下回った場合、年金財政上は必ず差損となる。

② 加入年齢方式において、年齢にかかわらず昇給の実績が予定を下回った場合、年金財政上は必ず差益となる。

③ 開放基金方式において、年齢にかかわらず中途脱退者数の実績が予定を上回った場合、年金財政上は必ず差益となる。

④ 開放基金方式において、昇給の実績が予定を下回った場合、年齢によっては年金財政上の差損となる場合がある。

⑤ 開放基金方式において、新規に加入する被保険者数の実績が予定を上回った場合(年齢は予定どおり)、年金財政上は必ず差益となる。

(A)1 個、　(B)2 個、　(C)3 個、　(D)4 個、　(E)5 個

問題 16. 定年退職者に対して定年退職時の給与b_{x_r}に退職時の加入期間tに対応した支給率α_t(ただし$\alpha_0=0$)を乗じた額を支払う一時金制度が定常状態にあるものとする。以下の算式群のうち、期初x歳の被保険者1人あたりの保険料と期初時点における制度全体の積立金の組み合わせとして正しいものを選んで解答用紙の所定欄に記せ。解答にあたっては、その組み合わせについて、解答欄の上段に保険料を、下段に積立金の番号を記入するものとする(解答欄は、正解の個数と一致するとは限らない)。なお、期初時点でx歳の被保険者の給与b_xは期末にb_{x+1}に昇給し、保険料は昇給後の給与を基準として期末に支払うものとする。さらに、期初時点でx_r-1歳の被保険者は、期末の保険料を支払うと同時に定年退職するものとする。(12 点)

算式群

① 0、　② $b_{x_r}\cdot(\alpha_{x-x_e}-\alpha_{x-x_e-1})\cdot\dfrac{D_{x_r}^{(T)}}{D_x^{(T)}}$、　③ $b_{x_r}\cdot(\alpha_{x-x_e+1}-\alpha_{x-x_e})\cdot\dfrac{D_{x_r}^{(T)}}{D_{x+1}^{(T)}}$、

④ $(b_x\cdot\alpha_{x-x_e}-b_{x-1}\cdot\alpha_{x-x_e-1})\cdot\dfrac{D_{x_r}^{(T)}}{D_x^{(T)}}$、　⑤ $(b_{x+1}\cdot\alpha_{x-x_e+1}-b_x\cdot\alpha_{x-x_e})\cdot\dfrac{D_{x_r}^{(T)}}{D_{x+1}^{(T)}}$、

⑥ $b_{x_r}\cdot(\alpha_{x-x_e+1}-\alpha_{x-x_e})\cdot\dfrac{l_{x_r}^{(T)}}{l_{x+1}^{(T)}}$、　⑦ $b_{x_r}\cdot(\alpha_{x-x_e}-\alpha_{x-x_e-1})\cdot\dfrac{l_{x_r}^{(T)}}{l_x^{(T)}}$、　⑧ $\dfrac{v}{d}\cdot l_{x_r}^{(T)}\cdot b_{x_r}\cdot\alpha_{x_r-x_e}$、

⑨ $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot b_x\cdot\alpha_{x-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}^{(T)}}{D_x^{(T)}}$、　⑩ $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot b_x\cdot\alpha_{x-x_e+1}\cdot\frac{D_{x_r}^{(T)}}{D_{x+1}^{(T)}}$、　⑪ $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot b_{x_r}\cdot\alpha_{x-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}^{(T)}}{D_x^{(T)}}$、

⑫ $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot b_{x_r}\cdot\alpha_{x-x_e+1}\cdot\frac{D_{x_r}^{(T)}}{D_{x+1}^{(T)}}$、　⑬ $\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot b_{x_r}\cdot\alpha_{x-x_e}$

問題 17. 以下の文章の空欄に当てはまる式、記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。(10 点)

加入期間τ年(1 年未満の端数切捨て)で退職(死亡を含む)した場合、退職の翌期初からα_τのn年確定年金(期初払い)を支給する中途脱退給付のある定額制の年金制度を想定する。財政方式を加入年齢方式とすると、x_e歳の被保険者 1 人あたりの給付現価S_{x_e}、人数現価G_{x_e}、および標準保険料率P_{x_e}は、次のとおりである。

$$S_{x_e}=\ddot{a}_{\overline{n}|}\cdot\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\boxed{\quad①\quad}\cdot C_y^{(T)}+\boxed{\quad②\quad}\cdot D_{x_r}^{(T)}\right)\Big/D_{x_e}^{(T)}、\quad G_{x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\boxed{\quad③\quad}\Big/D_{x_e}^{(T)}、$$

$$P_{x_e}=\frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}$$

${}_{t|}q_x=\dfrac{d_{x+t}^{(d)}+d_{x+t}^{(w)}}{l_x^{(T)}}$として、$S_{x_e}$および$G_{x_e}$を変形すると、それぞれ次のとおりとなる。

$$S_{x_e} = \ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot \left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{\boxed{④}} \cdot {}_{\boxed{⑤}|}q_{x_e} \cdot \boxed{①} + v^{x_r-x_e} \cdot \boxed{⑥} \cdot \boxed{②} \right)$$

$$G_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \ddot{a}_{\overline{\boxed{⑦}}|} \cdot {}_{\boxed{⑤}|}q_x + \ddot{a}_{\overline{\boxed{⑧}}|} \cdot \boxed{⑥}$$

ここで、$S_{x_e} - P_{x_e} \cdot G_{x_e} = 0$ より、次の関係式が得られる。

$$\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{\boxed{④}} \cdot {}_{\boxed{⑤}|}q_{x_e} \cdot \left(\boxed{①} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - P_{x_e} \cdot \boxed{⑨} \right)$$
$$+ v^{x_r-x_e} \cdot \boxed{⑥} \cdot \left(\boxed{②} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - P_{x_e} \cdot \boxed{⑩} \right) = 0$$

この式は、各年齢における脱退時の給付現価と保険料の元利合計との差額の x_e 歳における現価の、生起確率である脱退率および定年残存率による加重平均がゼロとなっていることを示している。

問題 18. 以下の表は、ある年金制度の n 年度末および $n+1$ 年度末の貸借対照表、$n+1$ 年度の損益計算書である。この年金制度の保険料は期初払い、給付は期末払いであり、$n+1$ 年度の積立金の運用利回りは 2.3%であった。表および下記文章中の①～⑦にあてはまる数値を求め、解答用紙の所定欄に記入せよ。ただし解答は、小数点第 1 位を四捨五入して整数とする。(７点)

n 年度貸借対照表

積立金	16,357	責任準備金	20,000
不足金	3,643		
	20,000		20,000

$n+1$ 年度貸借対照表

積立金	①	責任準備金	20,500
不足金	②		
	20,500		20,500

$n+1$ 年度損益計算書

給付金	2,822	標準保険料収入	2,486
$n+1$ 年度末責任準備金	20,500	運用収益	③
		不足金発生額	④
		n 年度末責任準備金	20,000
	23,322		23,322

不足金発生額は利差損益、前年度末剰余金（または不足金）にかかる予定利息、責任準備金変動等損益の 3 要因に分けられる。この年金制度の予定利率が 3.0%であるとすると、$n+1$ 年度に発生した不足金の内訳は、利差損が $\boxed{⑤}$、前年度不足金にかかる予定利息が $\boxed{⑥}$、その他責任準備金変動等による不足金が $\boxed{⑦}$ である。

問題 19. 次の年金制度に関する後述の説明文の空欄にあてはまる数値を求め、解答用紙の所定欄に記入せよ。ただし解答は、小数点第 1 位を四捨五入して整数とし、計算の手順や端数処理によって誤差が生じても正解として扱う。(12 点)

A 社では、ある年の 4 月 1 日に、同日付およびそれ以降に入社する社員を対象とした年金制度を発足させた。制度の内容および基礎率等は以下のとおりである。

〔制度内容〕

制度への加入時期	年 1 回 4 月 1 日(期初)
給付内容	退職年金(年 1 回期初払い終身年金)
受給資格	定年(60 歳)退職したとき
給付額	加入年数 1 年あたり 12 万円(1 万円×12)
保険料	年 1 回期初払い

〔基礎率等〕　[一部年齢のみ記載]

- 予定利率　　：年 4.0%
- 生存脱退率、死亡脱退率、人数現価率、給付現価率(被保険者 1 人あたり)：次表のとおり

年齢(歳)	生存脱退率	死亡脱退率	人数現価率
20	0.050	0.001	11.13527
21	0.050	0.001	11.10715
22	0.050	0.001	11.07633

年齢(歳)	給付現価率		
	加入期間 0 年	加入期間 1 年	加入期間 2 年
20	1,741,083	―	―
21	1,860,335	1,908,036	―
22	1,986,448	2,038,723	2,090,998

(1) 財政方式を単位積立方式とした場合、被保険者 1 人あたりの保険料は、20 歳で加入期間 0 年の者で［①］円、21 歳で加入期間 0 年の者で［②］円、21 歳で加入期間 1 年の者で［③］円である。

(2) 財政方式を加入年齢方式(加入年齢を 20 歳とする)とした場合、被保険者 1 人あたりの標準保険料は［④］円である((3)以降は、この財政方式を前提とする)。

(3) 初年度に 20 歳(勤続 0 年)の従業員 1,000 人が制度に加入した。初年度に 1 人の脱退もないまま期末を迎えたとすると、これら従業員の期末における給付現価は［⑤］千円であり、責任準備金は［⑥］千円である。

(4) 仮に上記従業員が予定どおり脱退したとすると、初年度期末の責任準備金は［⑦］千円となり、差額(⑥－⑦)千円は、脱退差損となる。
初年度の積立金の運用利回りは、予定どおりの 4.0%であった。

(5) 2 年度期初には、20 歳および 21 歳の従業員それぞれ 1,000 人が新たに制度に加入した。加入年齢差による差損は、2 年度期末において［⑧］千円である。

(6) 前年度から引き続き加入している従業員を含め、各 1,000 人の集団では、2 年度中にそれぞれ 100 名が脱退した。2 年度の積立金の運用利回りが 5.0%であったとすると、2 年度に発生した不足金は［⑨］千円となる。

(7) この不足金を発生要因毎に分析すると、新規被保険者の加入年齢差による差損が［⑧］千円、利差益が［⑩］千円、脱退差益が［⑪］千円、残額［⑫］千円は前年度から繰越した不足金額の予定利息相当分等、となる。

問題 20. 定常状態にある年金制度について、ある年度以降、毎年期初に受給権者を含めて、給付水準を前年度の$(1+\alpha)$倍とするような給付改善を行う。給付改善により発生した過去勤務債務は永久償却するものとした場合、以下の問いについて所定の解答用紙に答案を記せ。なお、財政方式は加入年齢方式を用いており、給付改善以外の後発債務は発生しないものとする。また、給付改善を行う前の積立金、年間の保険料および給付を、それぞれF、C、Bとし、保険料および給付は各年度の期初に支払うものとする。(14 点)

(1) 最初の給付改善を行う年度の保険料および年度末の積立金を式で表わせ。

(2) 題意の給付改善を繰り返した場合、年間の保険料と給付額との関係は賦課方式に近づくことを示せ。

以上

平成 16 年 3 月 23 日

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
B	B	A	C	C	B	E	C

問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15
D	D	A	B	D	A	C

問題 16							
	保険料	①	③	⑤	⑥		
	積立金	⑧	⑪	⑨	①		

注)上下を一対として記入すること。

問題 17	①	②	③	④	⑤
	α_{y-x_e}	$\alpha_{x_r-x_e}$	$D_y^{(T)}$	$y-x_e+1$	$y-x_e$
	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
	${}_{x_r-x_e}p_{x_e}$	$y-x_e+1$	x_r-x_e	$\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}\rvert}$	$\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}\rvert}$

問題 18	①	②	③	④
	16,454	4,046	433	403
	⑤	⑥	⑦	
	132	109	162	

問題 19	①	②	③	④	⑤	⑥
	43,527	47,701	47,701	156,358	1,908,036	171,344
	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫
	162,606	128,589	81,579	6,317	41,029	350

平成 16 年 3 月 23 日

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題 20

(1)給付改善直前における極限方程式は、

$$dF + C = B$$

である。今、最初の給付改善を行った年度の保険料を C_1 、給付額を B_1 、年度末の積立金を F_1 とする。最初の給付改善により、後発債務が $\alpha \cdot F$ だけ発生するので、それを永久償却する特別保険料は $d \cdot \alpha \cdot F$ となる。したがって、C_1 は次のように表せる。

$$C_1 = (1+\alpha) \cdot C + d \cdot \alpha \cdot F$$

また、

$$B_1 = (1+\alpha) \cdot B$$

であるので、 F_1 は、

$$F_1 = (1+i) \cdot \{F + C_1 - B_1\} = (1+i) \cdot \{F + (1+\alpha) \cdot C + d \cdot \alpha \cdot F - (1+\alpha) \cdot B\}$$

$$= (1+i) \cdot (1-d) \cdot F = F$$

(2) n 回目の給付改善を行った年度の保険料を C_n 、給付額を B_n 、年度末の積立金を F_n とする。給付改善による後発債務は永久償却をするため、

$$F_n = F$$

と一定である。また、n 回給付改善を繰り返しているので、

$$B_n = (1+\alpha)^n \cdot B$$

である。したがって n 年度における極限方程式は、

$$dF + C_n = (1+\alpha)^n \cdot B$$

であるので、

$$C_n = (1+\alpha)^n \cdot B - dF$$

となる。両辺を B_n で除して $n \to \infty$ とすると、

$$\frac{C_n}{B_n} = 1 - \frac{dF}{(1+\alpha)^n \cdot B} \ \to \ 1$$

となり、保険料と給付額との関係は賦課方式に近づくことが示された。