年金数理(問題)

本問題中では、各問の中で特に断らない限り、以下のとおりとする。

i：予定利率($i>0$)、$v=\dfrac{1}{1+i}$、$d=1-v$、δ：利力。
l_x：生命表にもとづく x 歳の生存者数、d_x：同 x 歳の死亡者数。
x_e：最低年齢、x_r：定年年齢、ω：生存最終年齢、
$l_x^{(T)}$：脱退残存表にもとづく(定常状態における) x 歳の在職中の被保険者数($x_e \le x \le x_r$)、
$d_x^{(d)}$ および $d_x^{(w)}$：同 x 歳の死亡脱退者数および生存脱退者数($x_e \le x \le x_r - 1$)、
ただし、$l_{x_r} = l_{x_r}^{(T)}$。
$D_x = l_x \cdot v^x$、$D_x^{(T)} = l_x^{(T)} \cdot v^x$、$C_x = d_x \cdot v^{x+1}$、$C_x^{(T)} = \left(d_x^{(d)} + d_x^{(w)}\right) \cdot v^{x+1}$。
L：在職中の被保険者数、S^f：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価、S^a：在職中の被保険者の給付現価(S_{PS}^a：過去期間分、S_{FS}^a：将来期間分)、S^p：年金受給権者の給付現価、$S = S^f + S^a + S^p$、
G^f：将来加入が見込まれる被保険者の人数現価、G^a：在職中の被保険者の人数現価、$G = G^a + G^f$、
B：制度全体の年間給付額、C：制度全体の年間保険料。
「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料率を在職中の被保険者全員に適用する方式(特定年齢方式)をいう。「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。

問題 1 から 15 までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題 16 から 19 までは、それぞれの問題の指示にしたがって、解答用紙の所定欄に答案を記せ。

問題１．$\mu_x = \dfrac{k}{\omega - x}$ ($0 \le x < \omega$)のとき、$\mathring{e}_x$ は次のいずれか。ただし、$k(>0)$ は定数とする。(３点)

(A) $\dfrac{\omega - x}{k}$、 (B) $\dfrac{(\omega - x)^2}{k-1}$、 (C) $\dfrac{\omega - x^2}{k}$、 (D) $\dfrac{\omega - x}{k+1}$、 (E) $\dfrac{\omega - x}{k-1}$

問題２．年金資産 F_A と F_B があり、時刻 t における利力がそれぞれ ${}^A\delta_t = A + \alpha \cdot t$、${}^B\delta_t = B + \beta \cdot t$ であるとする $(A \ne B)$。時刻 $t=0$ のときおよび時刻 $t = T$ (>0) のとき $F_A = F_B$ となる場合、T の値は次のいずれか。(３点)

(A) $\dfrac{B-A}{\alpha - \beta}$、 (B) $\dfrac{A+B}{\alpha + \beta}$、 (C) $\dfrac{\alpha - \beta}{B-A}$、 (D) $\dfrac{2 \cdot (B-A)}{\alpha - \beta}$、 (E) $\dfrac{2 \cdot (\alpha - \beta)}{B-A}$

問題３． y 歳で生存脱退した後に $y+1$ 歳まで生存する人数は、次のうちいずれか。(３点)

(A) $l_y^{(T)}\cdot\left(\dfrac{l_{y+1}}{l_y}-\dfrac{l_{y+1}^{(T)}}{l_y^{(T)}}\right)$、　(B) $l_y^{(T)}\cdot\left(1-\dfrac{l_{y+1}}{l_y}\right)$、　(C) $l_y^{(T)}-l_{y+1}^{(T)}$、

(D) $l_y^{(T)}\cdot q_y^{(w)}$、　(E) $l_y^{(T)}\cdot q_y^{(w)}-\dfrac{1}{2}\cdot q_y^{(w)}\cdot\left(l_y-l_{y+1}\right)$

問題４． μ_x が年齢に関係なく定数 c に等しいとき、誤っているものは、次のいずれか。(３点)

(A) $\bar{a}_x=\dfrac{1}{c+\delta}$、(B) $\bar{a}_{x:\overline{n}|}=\dfrac{1-e^{-n(c+\delta)}}{c+\delta}$、(C) $i=\dfrac{e^{-c}-a_x\left(1-e^{-c}\right)}{a_x}$、(D) $\ddot{a}_x=\dfrac{1+\delta}{c+\delta}$、

(E) $\mathring{e}_x=\dfrac{1}{c}$

問題５． (x)、(y)および(z)の 3 生命に対し、3 人とも生存する場合は毎年度末に 3 百万円を、第 1 死亡後は毎年度末に 2 百万円を、第 2 死亡後は 1 百万円を最終生存者が死亡するまで給付する年金について、年金現価に一番近いものは、次のいずれか。(３点)

ただし、$a_x=10$、$a_y=15$、$a_z=20$、$a_{xy}=6$、$a_{yz}=9$、$a_{zx}=7$、$a_{xyz}=5$ とする。

(A)28 百万円、　(B)37 百万円、　(C)45 百万円、　(D)52 百万円、　(E)56 百万円

問題６． 以下の算式のうち、正しいものはいくつあるか。(３点)

① $\dfrac{d\,{}_tp_x}{dx}={}_tp_x\cdot\left(\mu_x-\mu_{x+t}\right)$、② $\dfrac{dD_x}{dx}=-\left(\mu_x+\delta\right)\cdot D_x$、③ $\dfrac{d\bar{a}_x}{dx}=-\left(\mu_x+\delta\right)\cdot\bar{a}_x$、

④ $\dfrac{d\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x}{dx}=\left(\mu_x+\delta\right)\cdot\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x-\bar{a}_x$

(A)0 個、　(B)1 個、　(C)2 個、　(D)3 個、　(E)4 個

問題７． Trowbridge モデルにおける給付現価を示した次の算式のうち、正しいものはいくつあるか。ただし、左肩添字は財政方式を表わし、P →賦課方式、T →退職時年金現価積立方式、In→加入時積立方式、U →単位積立方式とする。(３点)

① $S^p=\displaystyle\sum_{x=x_r+1}^{\omega}l_x\cdot\ddot{a}_x$、② $S^f=\left(\dfrac{v}{d}\right)\cdot l_{x_e}^{(T)}\cdot\left(\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_e}}\right)$、③ $S^p+S^a=\dfrac{{}^PC-{}^{In}C}{d}$、

④ $S_{PS}^a=\dfrac{v\cdot{}^TC-{}^UC}{d}$、⑤ $S^f=\dfrac{{}^{In}C}{d}$

(A)0 個、　(B)1 個、　(C)2 個、　(D)3 個、　(E)4 個、　(F)5 個

問題８．定常状態にある次のような年金制度を考える。

保険料C	年１回期初払い
給付B	年１回期末払い
積立金F	期末給付支払い後の値

ある年度以降、この制度への保険料の払い込みをそれまでの$\frac{1}{k}$とした場合$(k>1)$、積立金が$\frac{F}{k}$を下回るのは何年後か。ただし$[A]$は、Aを超えない最大の整数を意味するものとする。(３点)

(A)$\left[\frac{1}{\delta}\cdot\log\frac{v\cdot B}{C}\right]+1$、(B)$\left[\frac{k}{2\cdot\delta}\cdot\log\frac{v\cdot B}{C}\right]+1$、(C)$\left[\frac{1}{\delta}\cdot\log\frac{(k-1)\cdot v\cdot B}{k\cdot C}\right]+1$、

(D)$\left[\frac{k-1}{k\cdot\delta}\cdot\log\frac{v\cdot B}{C}\right]+1$、(E)$\left[\frac{1}{\delta}\cdot\log\frac{2\cdot v\cdot B}{k\cdot C}\right]+1$

問題９．Trowbridge モデルにおける財政方式に関する次の記述のうち、正しいものはいくつあるか。(３点)

①定常状態において、開放基金方式の年間保険料は単位積立方式による年間保険料に等しい。

②加入年齢方式を適用した場合、在職中の被保険者１人当たりの責任準備金は、その被保険者について加入以来拠出された保険料の予定利率による元利合計に等しい。

③定常状態において、加入時積立方式の保険料に$\ddot{a}_{\infty}$を乗じた額は、S^fに等しい。

④財政方式を開放型総合保険料方式とし、既に退職した者に対する給付を行わないが在職中の被保険者の過去勤務期間をすべて通算する場合の定常状態における積立金は、x_r+1歳以上の受給者の給付現価に等しい。

⑤単位積立方式を適用した場合、定常状態において$x+1$歳の集団について拠出される保険料は、x歳の集団について拠出される保険料の$(1+i)$倍となる。

⑥財政方式を開放基金方式とした場合、予定脱退率が変動しても未積立債務は変動しない。

(A)1 個、　(B)2 個、　(C)3 個、　(D)4 個、　(E)5 個

問題 10．Trowbridge モデルにおいて、単位積立方式におけるx歳の保険料率を${}^{U}P_x$、個人平準保険料方式の保険料率を${}^{I}P_x$、将来期間にかかる年金額$\frac{x_r-x}{x_r-x_e}$を賄うのに必要な平準的な保険料率を${}^{A}P_x=\frac{x_r-x}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{N_x-N_{x_r}}$、加入年齢方式の保険料率を${}^{E}P$、開放基金方式の保険料率を${}^{OAN}P$とした場合、それぞれの保険料率の大小関係について正しい組み合わせは、次のいずれか。(３点)

(A) ${}^{A}P_x>{}^{U}P_x$、${}^{OAN}P>{}^{E}P>{}^{U}P_{x_e}$、${}^{U}P_x>{}^{I}P_x$

(B) ${}^{A}P_x>{}^{U}P_x$、${}^{OAN}P>{}^{E}P>{}^{U}P_{x_e}$、${}^{I}P_x>{}^{U}P_x$

(C) ${}^{U}P_x>{}^{A}P_x$、${}^{OAN}P>{}^{U}P_{x_e}>{}^{E}P$、${}^{U}P_x>{}^{I}P_x$

(D) ${}^{U}P_x>{}^{A}P_x$、${}^{U}P_{x_e}>{}^{OAN}P>{}^{E}P$、${}^{U}P_x>{}^{I}P_x$

(E) ${}^{A}P_x>{}^{U}P_x$、${}^{OAN}P>{}^{U}P_{x_e}>{}^{E}P$、${}^{I}P_x>{}^{U}P_x$

問題 11．ティーレの公式として正しいものは、次のいずれか。(３点)

(A) $\dfrac{d\,{}_tV_x}{dt} = P_t + (\delta + \mu_{x+t} + \lambda_{x+t})\cdot{}_tV_x - s_t^{(x)}\cdot\mu_{x+t}$

(B) $\dfrac{d\,{}_tV_x}{dt} = P_t + (\delta + \mu_{x+t} - \lambda_{x+t})\cdot{}_tV_x - s_t^{(x)}\cdot\mu_{x+t}$

(C) $\dfrac{d\,{}_tV_x}{dt} = P_t + (\delta - \mu_{x+t} + \lambda_{x+t})\cdot{}_tV_x - s_t^{(x)}\cdot\mu_{x+t}$

(D) $\dfrac{d\,{}_tV_x}{dt} = P_t + (\delta + \mu_{x+t} - \lambda_{x+t})\cdot{}_tV_x + s_t^{(x)}\cdot\mu_{x+t}$

(E) $\dfrac{d\,{}_tV_x}{dt} = P_t + (\delta + \mu_{x+t} + \lambda_{x+t})\cdot{}_tV_x + s_t^{(x)}\cdot\mu_{x+t}$

問題 12．以下の表は、人員構成が定常である年金制度(保険料期初払い、給付期末払い)のn年度末および$n+1$年度末の貸借対照表、$n+1$年度の損益計算書、$n+1$年度の利源分析表である。$n+1$年度の運用利回りは、次のいずれか。なお、$n+1$年度は利差損益以外の差損益は発生しなかったとする。(３点)

n年度貸借対照表

積立金	19,753	責任準備金	29,899
未積立債務	10,146		
	29,899		29,899

$n+1$年度貸借対照表

積立金	□	責任準備金	29,123
未積立債務	□		
	29,123		29,123

$n+1$年度損益計算書

給付金	4,622	標準保険料収入	2,863
未積立債務減少額	6,309	特別保険料収入	□
$n+1$年度末責任準備金	29,123	運用収益	□
		n年度末責任準備金	29,899
	40,054		40,054

$n+1$年度利源分析表

利差損益	□
特別保険料収入	□
特別保険料収入にかかる予定利息	150
前年度未積立債務にかかる予定利息	□
未積立債務減少額	6,309

(A)3.0%、 (B)5.6%、 (C)7.4%、 (D)8.3%、 (E)9.9%

問題 13. ある年金制度の諸数値が以下のとおりであるとき、①加入年齢方式、②開放基金方式、③開放型総合保険料方式、④閉鎖型総合保険料方式のそれぞれの財政方式において、収支相等させる保険料率(特別保険料率が発生する場合には、標準保険料率と特別保険料率との合計とする)の組み合わせに最も近いものは次のいずれか。なお保険料の支払いは年 1 回期初払い、未積立債務の償却期間は 15 年とする。(３点)

年金受給権者の給付現価		1,805 百万円
在職中の被保険者の給付現価		6,226 百万円
	うち、将来期間対応分	2,512 百万円
	うち、過去期間対応分	3,714 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価		2,238 百万円
在職中の被保険者の給与現価		32,003 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給与現価		53,380 百万円
積立金		6,000 百万円
在職中の被保険者の給与総額		2,561 百万円
期初払い 15 年確定年金現価率		12.3

(A) ①6.38%、②5.00%、③5.00%、④7.96%
(B) ①6.38%、②5.56%、③7.34%、④7.96%
(C) ①6.38%、②5.56%、③5.00%、④6.35%
(D) ①7.85%、②5.56%、③7.34%、④6.35%
(E) ①6.38%、②5.00%、③5.00%、④6.35%
(F) ①7.85%、②5.00%、③7.34%、④7.96%

問題 14. 問題 13 において、年金受給権者を除く給付を過去期間対応分も含めて 1.5 倍とする制度変更を実施した場合、それぞれの保険料率の組み合わせに最も近いものは次のいずれか。(３点)
(A) ①16.23%、② 8.34%、③ 9.96%、④16.07%
(B) ①19.10%、②12.71%、③11.01%、④18.89%
(C) ①19.10%、② 8.34%、③ 9.96%、④18.89%
(D) ①16.23%、②12.71%、③11.01%、④18.89%
(E) ①19.10%、② 8.34%、③11.01%、④16.07%
(F) ①16.23%、②12.71%、③ 9.96%、④16.07%

問題 15. 共通の被保険者集団に対して共通の計算基礎および財政方式(加入年齢方式)を用いて、制度発足時の過去勤務期間 τ 年、実加入期間 t 年の脱退者に対する給付を① $\alpha_{\tau+t}+\beta_t$、② $\alpha_t+\beta_{\tau+t}$、③ $\alpha_t+\beta_t$ として発足させた３つの一時金制度を想定する。制度発足後、一定期間経過した現在の責任準備金および未積立債務は、それぞれ① V_1 および U_1、② V_2 および U_2、③ V_3 および U_3 である。今、③の制度を、過去勤務期間をすべて通算する制度に給付改善した場合、未積立債務は、次のいずれになるか。(３点)
(A) $V_1+V_2-V_3$、(B) $U_1+U_2-U_3$、(C) $V_1+V_2-2\cdot V_3-(U_1+U_2-U_3)$、
(D) $V_1+V_2-V_3+U_3$、(E) $V_1+V_2-2\cdot V_3+U_3$

問題 16．期初において加入期間t年の被保険者が当期中に脱退(死亡脱退を含む)した場合に、$A \cdot t$の一時金を期末に支払う制度について、以下の文章の空欄を埋めよ。なお、本問においては$q_x = \dfrac{d_x^{(d)} + d_x^{(w)}}{l_x^{(T)}}$とする。(15 点)

(1) 加入年齢をx_eとした場合の加入年齢方式による期初払い標準保険料P_{x_e}は次の式で与えられる。

$$P_{x_e} = \frac{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} \boxed{\text{①}} + D_{x_r}^{(T)} \cdot A \cdot (x_r - x_e)}{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x^{(T)}}$$

(2) x_e歳で加入、期初における加入期間t年の被保険者の加入年齢方式による 1 人あたり責任準備金${}_tV_{x_e}$は(1)で求めた標準保険料を用いて次の式で与えられる。

$${}_tV_{x_e} = \left\{ \sum_{x=\boxed{\text{②}}}^{x_r-1} \boxed{\text{①}} + D_{x_r}^{(T)} \cdot A \cdot (x_r - x_e) - P_{x_e} \cdot \sum_{x=\boxed{\text{②}}}^{x_r-1} D_x^{(T)} \right\} \Big/ D_{\boxed{\text{②}}}^{(T)}$$

(3) この制度が定常状態である場合、期初時点(新規加入後で保険料支払い前)における制度全体の責任準備金Vは、(2)で与えられた 1 人あたり責任準備金を用いて次の式で与えられる。

$$V = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \boxed{\text{③}}$$

(4) 定常状態に達した後のある年度の実績脱退率が($x_e \le x \le x_r - 1$)となるすべての年齢xについて$\alpha \cdot q_x$となった。年度末の被保険者数は、

$$\sum_{x=x_e}^{x_r-2} l_x^{(T)} \cdot \boxed{\text{④}} = \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} + \sum_{x=x_e}^{x_r-2} l_x^{(T)} \cdot \boxed{\text{⑤}}$$

となるため、年度末の制度全体の責任準備金V^*は、

$$V^* = V + \sum_{x=x_e}^{x_r-2} l_x^{(T)} \cdot \boxed{\text{⑤}} \cdot \boxed{\text{⑥}}$$

となる。なお、この式では${}_0V_{x_e} = 0$を用いている。

(5) 一方、定常状態における年間の給付支払額Bに対して、この年度の給付支払額をB^*とすると、BおよびB^*はそれぞれ、

$$B = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot q_x \cdot \boxed{\text{⑦}} + l_{x_r-1}^{(T)} \cdot (1 - q_{x_r-1}) \cdot \boxed{\text{⑧}}$$

$$B^* = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \boxed{\text{⑨}} \cdot \boxed{\text{⑦}} + l_{x_r-1}^{(T)} \cdot \boxed{\text{⑩}} \cdot \boxed{\text{⑧}}$$

となるため、年度末の制度全体の年金資産F^*は次のようになる。

$$F^* = V + \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \boxed{\text{⑤}} \cdot \boxed{\text{⑦}} - l_{x_r-1}^{(T)} \cdot \boxed{\text{⑪}} \cdot \boxed{\text{⑧}}$$

$$= V + \sum_{x=x_e}^{x_r-2} l_x^{(T)} \cdot \boxed{⑤} \cdot \boxed{⑦} - l_{x_r-1}^{(T)} \cdot \boxed{⑪} \cdot A$$

(6) 期末における不足金または剰余金Uは、

$$U = \sum_{x=x_e}^{x_r-2} l_x^{(T)} \cdot \boxed{⑤} \cdot \left\{ \boxed{⑫} \right\} + l_{x_r-1}^{(T)} \cdot \boxed{⑪} \cdot A$$

となるが、${}_{x_r-x_e}V_{x_e} = A \cdot (x_r - x_e)$とおくことで、上式は、

$$U = \sum_{x=x_e}^{\boxed{⑬}} l_x^{(T)} \cdot \boxed{⑤} \cdot \left\{ \boxed{⑫} \right\}$$

となる。

(7) (6)の意味するところは、期中に脱退したときの一時金額が期末の責任準備金を上回る年齢層では、$\alpha < 1$つまり脱退率の実績が予定を$\boxed{⑭}$場合、年金財政上の$\boxed{⑮}$となることである。

問題 17. 加入期間tで制度から脱退した被保険者に$A \cdot t$ (Aは定数)の一時金が支払われるような退職一時金制度が定常状態に達している。制度に定年年齢(最終年齢)は存在せず、x歳の脱退力μ_xを$\mu_x = \lambda$ (λは定数)とする。制度からの脱退は連続的に発生するものとして、以下の問に答えよ。(15 点)

(1) x_e歳で加入した者１人あたりの、加入時点の給付現価${}_0S_{x_e}$および人数現価G_{x_e}を式で表し、加入年齢方式の保険料P_{x_e}を求めよ。ただし、保険料は連続払いとする(以下、本問に共通)。

(2) x_e歳加入、加入期間tの被保険者の加入年齢方式による責任準備金${}_tV_{x_e}$を求めよ。

(3) ある年度に、x_1歳（ただし$x_1 > x_e$）以上で脱退した場合の一時金額が加入期間をtとして$2 \cdot A \cdot t$となるような制度変更を実施した。加入年齢をx_eとした場合の加入年齢方式による保険料$P_{x_e}^*$を求めよ。

問題 18. 定年退職者に 1 の退職一時金を支給する制度を想定する。財政方式として、加入年齢を x、保険料を連続払いとする加入年齢方式を採用する。以下の空欄を埋めよ。(15 点)

(1) 標準掛金率を ${}^{E}P$ とすると、 ${}^{E}P = \dfrac{\boxed{①}}{\boxed{②}}$ と表わされる。

(2) 標準保険料率 ${}^{E}P$ を利力 δ で微分すると、 $\dfrac{\partial^{E}P}{\partial\delta} = \dfrac{-D_{x_r}^{(T)} \cdot \int_{x}^{x_r}\left(\boxed{③}\right) \cdot D_{y}^{(T)} dy}{\left(\boxed{②}\right)^2}$ となる。この式から、利力が $\boxed{④}$ すると保険料率は $\boxed{⑤}$ することが確認できる。

(3) 一方、標準保険料率 ${}^{E}P$ を加入年齢 x で微分すると、 $\dfrac{\partial^{E}P}{\partial x} = \dfrac{D_{x_r}^{(T)} \boxed{⑥}}{\left(\boxed{②}\right)^2}$ となる。この式から、加入年齢が $\boxed{④}$ すると保険料率は $\boxed{⑦}$ することが確認できる。

(4) $\Delta\delta$ と Δx を微小区間とし、利力を $\delta \to \delta + \Delta\delta$、加入年齢を $x \to x + \Delta x$ と変更したところ、変更前後の保険料率に変動がなかった。このとき、 $\Delta\delta$ と Δx との間には、 $\dfrac{\Delta x}{\Delta\delta} = \boxed{⑧}$ なる関係が成立する。

問題 19. 期初払 n 年有期生命年金を期初払 n 年確定年金へ変更した。変更に際して、同一の予定利率の下での支給開始時点の年金現価が同じとなるように、年金額の調整を行った。変更前後の、年金受取額の期待値の大小を論ぜよ。なお、解答にあたっては、以下の定理を使用してもよい。(10 点)

> 定理
> ３つの実数列
> f_1 , f_2 ,………, f_n （$f_1 \geq f_2 \geq \cdots\cdots\cdots \geq f_n$）
> g_1 , g_2 ,………, g_n （$g_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^{n} g_j > 0$）
> h_1 , h_2 ,………, h_n （$h_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^{n} h_j > 0$）について、
> $\dfrac{g_1}{h_1} \geq \dfrac{g_2}{h_2} \geq \cdots\cdots \geq \dfrac{g_n}{h_n}$ であれば、
> $\dfrac{\sum_{j=1}^{n} f_j \cdot g_j}{\sum_{j=1}^{n} g_j} \geq \dfrac{\sum_{j=1}^{n} f_j \cdot h_j}{\sum_{j=1}^{n} h_j}$ が成り立つ。

以上

平成 17 年 3 月 23 日

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
D	D	A	D	C	D	C	A
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
B	B	B	D	E	F	E	

問題 16	①	②	③	④	⑤
	$C_x \cdot A \cdot (x - x_e)$	$x_e + t$	$l_x^{(T)} \cdot {}_tV_{x_e}$	$(1 - \alpha \cdot q_x)$	$(1-\alpha) \cdot q_x$
	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
	${}_{x - x_e + 1}V_{x_e}$	$A \cdot (x - x_e)$	$A \cdot (x_r - x_e)$	$\alpha \cdot q_x$	$(1 - \alpha \cdot q_{x_r - 1})$
	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮
	$(1-\alpha) \cdot q_{x_r - 1}$	${}_{x - x_e + 1}V_{x_e} - A \cdot (x - x_e)$	$x_r - 1$	下回った	差益

問題 17				
	(1)	${}_0S_{x_e} = \dfrac{A \cdot \lambda}{(\lambda + \delta)^2}$	$G_{x_e} = \dfrac{1}{\lambda + \delta}$	$P_{x_e} = \dfrac{A \cdot \lambda}{\lambda + \delta}$
	(2)	${}_tV_{x_e} = \dfrac{t \cdot A \cdot \lambda}{\lambda + \delta}$		
	(3)	$P_{x_e}^* = \dfrac{A \cdot \lambda}{\lambda + \delta} + e^{-(\lambda+\delta)\cdot(x_1 - x_e)} \cdot A \cdot \lambda \cdot \left\{ (x_1 - x_e) + \dfrac{1}{\lambda + \delta} \right\}$		

問題 18	①	②	③	④	⑤
	$D_{x_r}^{(T)}$	$\int_x^{x_r} D_y^{(T)} dy$	$x_r - y$	上昇	低下
	⑥	⑦	⑧		
	$D_x^{(T)}$	上昇	$\int_x^{x_r} (x_r - y) \cdot \dfrac{D_y^{(T)}}{D_x^{(T)}} dy$		

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題 19

支給開始時点の年金現価を A 、支給開始時点の年齢を x とすると、
変更前の年金額は

$$\frac{A}{a_{x:\overline{n|}}} = \frac{A}{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot v^t}$$

変更後の年金額は

$$\frac{A}{a_{\overline{n|}}} = \frac{A}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t}$$

となる。したがって、 $A \cdot \dfrac{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot v^t}$ と $A \cdot \dfrac{n}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t}$ の大小関係を比較すればよい。

ここで、 $t = 1,2,3,\cdots\cdots,n$ に対して、

$f_t = v^{t-1}$

$g_t = {}_{t-1} p_x$

$h_t = 1$ （定数）

とおくと、 f_t 、 g_t 、 h_t はそれぞれ定理の条件を満たす。
定理より、

$$\frac{\sum_{t=1}^{n} {}_{t-1} p_x \cdot v^{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} {}_{t-1} p_x} \geq \frac{\sum_{t=1}^{n} 1 \cdot v^{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} 1}$$

が成立する。この式を整理すると、

$$\frac{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot v^t}{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x} \geq \frac{\sum_{t=0}^{n} v^t}{n}$$

となる。よって、

$$\frac{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot v^t} \leq \frac{n}{\sum_{t=0}^{n} v^t}$$

が成立し、変更後の年金による期待値の方が大きいことが言える。