年金数理(問題)

本問題においては、以下のとおりとする。
1. 「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を、退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。
2. 「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式(特定年齢方式)をいう。
3. 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。

問題 1 から 15 までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題 16 から 19 までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に答案を記せ。

問題１．時点tにおける利力を$a+b\cdot t$とする。今、$t=0$において 100 円を投資した結果、$t=5$で 120 円、$t=10$で 160 円になったとする。この時、aおよびbに最も近いものの組合せを、次の選択肢から選択せよ。ただし、$\log 1.2=0.1823$、$\log 1.6=0.4700$とする。（３点）

選択肢	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
a	0.0259	0.0301	0.0259	0.0518	0.0078
b	0.0058	0.0021	0.0042	0.0021	0.0010

問題２．$\mathring{e}_x=0.75\cdot(120-x)$（ただし$\omega=120$）のとき、$l_x$は次のいずれか。（３点）

(A) $l_0\cdot e^{-\frac{x}{30}}$、(B) $l_0\cdot\left(1-\frac{x}{120}\right)^{1/4}$、(C) $l_0\cdot\left(1-\frac{x}{120}\right)^{1/3}$、(D) $l_0\cdot 120^{-0.75\cdot x}$、(E) $l_0\cdot 0.75^{-30\cdot x}$

問題３．定常状態にある年金制度を考える。年金制度への加入、脱退の時期はそれぞれ期初、期末とする。期初時点における在職中の被保険者の総数をa、平均加入年数をb、各年度の脱退者の脱退時の平均加入年数をcとするとき、各年度の脱退者数をあらわす式として正しいものは、次のいずれか。（３点）

(A) $\frac{a}{b}$、 (B) $\frac{a}{c}$、 (C) $\frac{a}{b+1}$、 (D) $\frac{a}{c+1}$、 (E) $\frac{a\cdot b}{\left(b+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(c+\frac{1}{2}\right)}$

問題４．以下の条件のもとで、x歳における年金現価率にもっとも近いものは、次のいずれか。（３点）
- 初年度に 1、次年度以降は前年度の年金額の 1.03 倍の年金を終身にわたって期初に支払う
- $l_x=l_0\cdot 0.99^x$（ただし$\omega=\infty$）、$i=4\%$

(A) 49.8、 (B) 50.0、 (C) 50.7、 (D) 51.0、 (E) 51.2

問題５．連生年金現価率をあらわす次の式のうち、正しいものはいくつあるか。（３点）

①$\ddot{a}_{x|\overline{yz}}=\ddot{a}_y+\ddot{a}_z-\ddot{a}_{xy}-\ddot{a}_{yz}-\ddot{a}_{zx}+\ddot{a}_{xyz}$

②$\ddot{a}_{\underset{xyz}{\overset{[1]}{}}}=\ddot{a}_x+\ddot{a}_y+\ddot{a}_z-2\cdot\ddot{a}_{xy}-2\cdot\ddot{a}_{yz}-2\cdot\ddot{a}_{zx}+3\cdot\ddot{a}_{xyz}$

③ $\ddot{a}_{\overset{[2]}{\overline{xyz}}} = \ddot{a}_{xy} + \ddot{a}_{yz} + \ddot{a}_{zx} - 2 \cdot \ddot{a}_{xyz}$

④ $\ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}} = \ddot{a}_{xy} + \ddot{a}_{yz} + \ddot{a}_{zx} - 3 \cdot \ddot{a}_{xyz}$

⑤ $\ddot{a}_{\overline{xy}|z} = \ddot{a}_{z} - \ddot{a}_{yz} - \ddot{a}_{zx} + \ddot{a}_{xyz}$

(A) 0 個、 (B) 1 個、 (C) 2 個、 (D) 3 個、 (E) 4 個、 (F) 5 個

問題６．次の式のうち、正しいものはいずれか。（３点）

(A) $\dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}} = \left(\dfrac{N_{x_e} - N_x}{D_x} + 1 \right) \cdot (1+i) + q_x \cdot \dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}}$

(B) $\dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}} = \left(\dfrac{N_{x_e} - N_x}{D_{x+1}} + 1 \right) \cdot p_x + q_x \cdot \dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_x}$

(C) $\dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}} = \left(\dfrac{N_{x_e} - N_x}{D_x} + 1 \right) \cdot p_x + q_x \cdot \dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}}$

(D) $\dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}} = \left(\dfrac{N_{x_e} - N_x}{D_x} + 1 \right) \cdot v + q_x \cdot \dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}}$

(E) $\dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}} = \left(\dfrac{N_{x_e} - N_x}{D_x} + p_x \right) \cdot (1+i) + q_x \cdot \dfrac{N_{x_e} - N_{x+1}}{D_{x+1}}$

問題７．保険料と給付の支払い時期と極限方程式との組合せで、正しいものはいくつあるか。（３点）

① 保険料：期初払、給付：期初払、極限方程式：$(1+i) \cdot C + d \cdot F = (1+i) \cdot B$

② 保険料：期初払、給付：期末払、極限方程式：$(1+i) \cdot C + i \cdot F = B$

③ 保険料：期末払、給付：期末払、極限方程式：$v \cdot C + d \cdot F = v \cdot B$

④ 保険料：期初払、給付：連続払、極限方程式：$C + d \cdot F = \dfrac{d}{\delta} \cdot B$

(A) 0 個、 (B) 1 個、 (C) 2 個、 (D) 3 個、 (E) 4 個

問題８．Trowbridge モデルにおける以下の関係式のうち、正しいものはいくつあるか。（３点）

① $S^p = \dfrac{v \cdot {}^P C - v \cdot {}^T C}{d}$、② $S^a = \dfrac{v \cdot {}^T C - v \cdot {}^{In} C}{d}$、③ $S^a_{PS} = \dfrac{v \cdot {}^T C - {}^U C}{d}$

④ $S^a_{FS} = \dfrac{{}^E C - v \cdot {}^{In} C}{d}$、⑤ $S^f = \dfrac{v \cdot {}^{In} C - v \cdot {}^{Co} C}{d}$

(A) 0 個、 (B) 1 個、 (C) 2 個、 (D) 3 個、 (E) 4 個、 (F) 5 個

問題９．ファクラーの公式として正しいものは、次のいずれか。ただし、記号の定義は、以下のとおりとする。（３点）

b_{x+t} ：$(x+t)$歳における給与指数

${}_tV_x$ ：$(x+t)$歳（x歳加入、t年勤務）における給与１に対する責任準備金

d_{x+t} ：期初$(x+t)$歳の脱退者数（年央に脱退）

$\alpha_{t+\frac{1}{2}}$ ：期初t年勤務の脱退者の一時金の給付率（脱退時点の給与１に対する給付額）

P_x　　　：給与１に対する保険料(年１回期初払い)

(A) $_{t+1}V_x = \dfrac{b_{x+t-1}}{b_{x+t}} \cdot \dfrac{l_{x+t-1}}{l_{x+t}} \cdot \left\{(1+i)\cdot\left({}_tV_x + P_x\right) - \left(\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}\right)\cdot \alpha_{t+\frac{1}{2}}\right\}$

(B) $_{t+1}V_x = \dfrac{b_{x+t-1}}{b_{x+t}} \cdot \dfrac{l_{x+t-1}}{l_{x+t}} \cdot (1+i)\cdot \left\{\left({}_tV_x + P_x\right) - \left(\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}\right)\cdot \alpha_{t+\frac{1}{2}}\right\}$

(C) $_{t+1}V_x = \dfrac{b_{x+t}}{b_{x+t+1}} \cdot \dfrac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}} \cdot \left\{(1+i)\cdot\left({}_tV_x + P_x\right) - (1+i)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}\right)\cdot \alpha_{t+\frac{1}{2}}\right\}$

(D) $_{t+1}V_x = \dfrac{b_{x+t}}{b_{x+t+1}} \cdot \dfrac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}} \cdot \left\{(1+i)\cdot\left({}_tV_x + P_x\right) + (1+i)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}\right)\cdot \alpha_{t+\frac{1}{2}}\right\}$

(E) $_{t+1}V_x = \dfrac{b_{x+t-1}}{b_{x+t}} \cdot \dfrac{l_{x+t-1}}{l_{x+t}} \cdot \left\{(1+i)\cdot\left({}_tV_x + P_x\right) - (1+i)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}\right)\cdot \alpha_{t+\frac{1}{2}}\right\}$

問題 10. Trowbridge モデルにおいて財政方式を退職時年金現価積立方式(保険料は年 1 回期初払い)とした場合、定常状態における積立金 F をあらわす式は、次のいずれか。(３点)

ただし、$e_x = \sum_{t=1}^{\omega-x} l_{x+t} \Big/ l_x$ とする。

(A) $l_{x_r} \cdot \left(e_{x_r} - a_{x_r}\right)/d$ 、　(B) $l_{x_r} \cdot a_{x_r}/d$ 、　(C) $l_{x_r} \cdot e_{x_r}/d$ 、

(D) $\sum_{x=x_e}^{x_r-1} \left(e_x - a_{x_r}\right)/d$ 、　(E) $l_{x_r} \cdot \left(e_{x_r} - a_{x_r}\right)$

問題 11. ２つの年金制度 A および B が合併することになった。合併前の両年金制度の間には、次の関係が成立しているものとする。

① 人数および給与に関する勤続・年齢別構成比率は互いに一致しており、B の総人数、総給与は、A の一律 10%である。また、両制度には年金受給権者は存在せず、財政方式および基礎率は、同一である。

② B の給付は、A の一律 2 倍である。

③ B の積立金は、A の 10%である。

④ A の積立水準(責任準備金に対する積立金の割合)は 60%であり、未積立債務は有限の年数で定額償却するものとして給与に対する保険料率を設定している。

合併にあたり、A および B の給付を揃える。B の加入者には、合併前の B の積立金に給付の引下げ割合を乗じた額が分配され、残った額が合併後の積立金に充当される。合併後の制度全体の未積立債務を定額償却するものとして給与に対する一律の保険料率を設定し、償却年数は合併前の A と同じとした。新たな償却額が合併前の A にとって従前の 10%以内の増加に抑えるようにしたい。設定可能な合併後の給付水準(合併前の A の給付水準に対する割合)の最大値に最も近いものは、次のいずれか。(３点)

(A)99.0%、(B)101.3%、(C)103.2%、(D)104.0%、(E)112.8%

問題 12. 財政決算において、ある年金制度の諸数値が以下のとおりとなった。財政方式は開放基金方式によるものとする。責任準備金算出に用いた標準保険料率は、直前の財政再計算時に算出したものであり、8.77%とする。このとき、財政決算における剰余金の額に最も近いものは、次のいずれか。（３点）

年金受給権者の給付現価		5,332 百万円
在職中の被保険者の給付現価		8,556 百万円
	うち、将来期間対応分	3,033 百万円
	うち、過去期間対応分	5,523 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価		2,608 百万円
在職中の被保険者の給与現価		22,283 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給与現価		39,706 百万円
積立金		12,300 百万円

(A)0 円、 (B)1,240 百万円、 (C)1,445 百万円、 (D)3,855 百万円、 (E)4,060 百万円

問題 13. 問題 12 において財政再計算を行った結果、年金制度の諸数値は以下のとおりとなった。財政方式は引き続き開放基金方式を採用し、問題 12 の剰余金は温存するものとした場合の特別保険料率(15 年定額償却とする)に最も近いものは、次のいずれか。なお、保険料は期初払いとする。（３点）

年金受給権者の給付現価		5,332 百万円
在職中の被保険者の給付現価		9,589 百万円
	うち、将来期間対応分	3,425 百万円
	うち、過去期間対応分	6,164 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価		2,743 百万円
在職中の被保険者の給与現価		21,918 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給与現価		40,809 百万円
積立金		12,300 百万円
在職中の被保険者の給与総額		1,838 百万円
期初払い 15 年確定年金現価率		12.296

(A)0%、 (B)1.93%、 (C)5.08%、 (D)5.49%、 (E)10.57%、 (F)25.38%

問題 14. 定常状態に達している年金制度で、ある年度以降、運用利回りが i から $\left(i-\Delta i\right)$ ($0<\Delta i<i$) に低下した。最初に利回りが低下した年度を 1 年度として、利回り低下による未積立債務の償却を行わなかった結果、第 n 年度末に未積立債務の額が当初の積立金の k 倍($0<k<1$)になった。このとき n をあらわす式は、次のうちいずれか。なお、保険料および給付は年 1 回期初払いとする。（３点）

(A) $\dfrac{\log\left\{\dfrac{i-\Delta i}{\Delta i}\cdot k+1\right\}}{\log(1+i-\Delta i)}$、 (B) $\dfrac{\log\left\{\dfrac{i-\Delta i}{\Delta i\cdot(1+i)}\cdot k+1\right\}}{\log(1+i-\Delta i)}$、 (C) $\dfrac{\log\left\{\dfrac{i-\Delta i}{\Delta i}\cdot(1-k)+1\right\}}{\log(1+i-\Delta i)}$

(D) $\dfrac{\log\left\{\dfrac{i-\Delta i}{\Delta i}\cdot(1-k)\cdot(1+i)+1\right\}}{\log(1+i-\Delta i)}$、 (E) $\dfrac{\log\left\{\dfrac{i-\Delta i}{\Delta i}\cdot k\cdot(1+i)+1\right\}}{\log(1+i-\Delta i)}$

問題 15. 以下の表は、ある年金制度(保険料および給付は期初払い)の n 年度末、$(n+1)$年度末の貸借対照表、$(n+1)$年度の損益計算書および未積立債務の変動要因分析である。この中の⑤は、次のうちいずれか。(３点)

【n 年度貸借対照表】

年金資産	32,000	責任準備金	40,500
未積立債務	①		

【$(n+1)$年度貸借対照表】

年金資産	②	責任準備金	42,200
未積立債務	③		

【$(n+1)$年度損益計算書】

給付支払	3,000	n 年度末責任準備金	40,500
未積立債務変動額	④	標準保険料収入	⑤
$(n+1)$年度末責任準備金	42,200	特別保険料収入	1,500
		運用収益	1,950
合計	⑥	合計	⑥

【$(n+1)$年度未積立債務変動要因分析】

未積立債務期初残高	①	特別保険料収入	1,500
未積立債務期初残高に係る利息相当額	⑦	特別保険料に係る利息相当額	⑧
		運用利差益	650
責任準備金にかかる発生不足金	1,120	未積立債務期末残高	③

(A) 1,500、 (B) 2,000、 (C) 2,500、 (D) 3,000、 (E) 3,500

問題 16. x_e 歳で制度に加入し、期初時点で年齢 x 歳の被保険者が期中に生存脱退した場合は（$x-x_e+1$）、x_r 歳に到達して制度から脱退した場合は（x_r-x_e）の年金を x_r 歳到達時から期初払い終身年金で支給する年金制度を考える。以下の空欄にあてはまる式、記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。（12 点）

(1) 年金額 1 の年金の給付現価を期初払いの保険料として払い込むものとする。期初 x 歳の在職中の被保険者の保険料 ${}^{U}P_x$ は次の式で与えられる。ここで、$\{l_x^{(T)}\}$ を脱退残存表の残存人数、$D_x=l_x^{(T)}\cdot v^x$、$C_y^{(w)}=d_y^{(w)}\cdot v^{y+1}$ であり、$d_y^{(w)}$ は y 歳で生存脱退した後に期末まで生存した人数とする。また、$\{l'_x\}$ は生命表の生存数、$D'_x=l'_x\cdot v^x$ とする。

$$ {}^{U}P_x=\sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{C_y^{(w)}}{D_x}\cdot\boxed{①}\cdot\ddot{a}_{x_r}+\frac{D_{x_r}}{D_x}\cdot\ddot{a}_{x_r} $$

ここで、

$$ d_y^{(w)}=\left(l_y^{(T)}-l_{y+1}^{(T)}\right)-l_y^{(T)}\cdot\left(\boxed{②}\right) $$

となるため、$C_y^{(w)}=D_y\cdot\left(\boxed{③}-\dfrac{D_{y+1}}{D_y}\right)$であり、これを用いて

${}^{U}P_x=\boxed{④}\cdot\ \ddot{a}_{x_r}$ が得られる。

(2) 期初 x 歳、加入期間（$x-x_e$）年の被保険者 1 人あたりの給付現価 ${}_{x-x_e}S_{x_e}$ は次の式であらわされる。

$$ {}_{x-x_e}S_{x_e}=\sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{C_y^{(w)}}{D_x}\cdot\boxed{①}\cdot\left(\boxed{⑤}\right)\cdot\ddot{a}_{x_r}+\frac{D_{x_r}}{D_x}\cdot(x_r-x_e)\cdot\ddot{a}_{x_r} $$

(1)の $C_y^{(w)}$ についての関係式を用いることによって、

$$ {}_{x-x_e}S_{x_e}=(x-x_e)\cdot\boxed{④}\cdot\ddot{a}_{x_r}+\sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x}\cdot\boxed{⑥}\cdot\ddot{a}_{x_r} $$

となる。一方、保険料収入現価（x 歳における保険料払込前）は、$\displaystyle\sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x}\cdot{}^{U}P_y$ であるため、責任準備金は、

$$ {}_{x-x_e}V_{x_e}=(x-x_e)\cdot\boxed{④}\cdot\ddot{a}_{x_r} $$

であらわせる。これは、x 歳の被保険者の、過去の期間にかかる給付現価をあらわしている。

問題 17. 制度からの脱退者に対して、脱退年度の期初時点の年齢xに対応した一時金給付B_xを期末に支給する一時金制度を考える。以下の空欄にあてはまる式、記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、財政方式は加入年齢方式を採用し、保険料は期初払いとする。ある年度の期初における年齢xの加入者数をl_x、脱退率をq_xとする。(18 点)

(1) 期初時点(保険料払込前)の責任準備金は、

(給付現価)－(人数現価)×(1 人あたり標準保険料)

で得られる。給付現価を当該年度に支払いが見込まれるもの(S_1)と翌年度以降に支払いが見込まれるもの($S_{2\sim}$)とに、人数現価を当該年度の保険料にかかるもの(G_1)と翌年度以降の保険料にかかるもの($G_{2\sim}$)とに分け、1 人あたり保険料を${}^{E}P$とすると、責任準備金(V)は、

$$V=(S_1+S_{2\sim})-(G_1+G_{2\sim})\cdot{}^{E}P$$

で与えられる。

ここで、

$$S_1=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\boxed{\quad①\quad}\cdot v+\boxed{\qquad②\qquad}\cdot v$$

$$G_1=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\boxed{\quad③\quad}$$

である。

期初時点の積立金をFとし、$U\left(=V-F\right)>0$の場合であっても積立不足にかかる特別保険料は払い込まないものとする。

(2) 期中において、脱退率どおりに脱退者が発生し、脱退者には規定どおりの退職一時金が支払われたとする(以下の④⑥⑦については、S_1、$S_{2\sim}$、G_1、$G_{2\sim}$などを使用すること)。

期末の責任準備金V'は、iを予定利率とすると、

$$V'=\left(\boxed{\qquad④\qquad}\right)\cdot\left(\boxed{\ ⑤\ }\right)$$

である。一方、期末の年金資産F'は、運用利回りが予定利率に等しければ、

$$F'=\left(F+\boxed{\qquad⑥\qquad}\right)\cdot\left(\boxed{\ ⑤\ }\right)$$

となるため、期末における責任準備金と年金資産の差をU'とすると、

$$U'=V'-F'=(V-F)\cdot\left(\boxed{\ ⑤\ }\right)$$

となる。

(3) (2)に関して、退職者に対して規定の(1＋r)倍の退職一時金が支払われたとする。このとき、期末における責任準備金と年金資産の差U''は、

$$U''=U'+\boxed{\ ⑦\ }\cdot\left(\boxed{\ ⑤\ }\right)$$

である。

(4) (2)に関して、各年齢における期末の在職者の実績が予定の(1＋s)倍になったとする。脱退者には規定どおりの退職一時金が支払われたとすると、期末における責任準備金と積立金との差U'''は、

$$U'''=U'+\boxed{⑧}\cdot\left\{V'-\sum_{x=x_e}^{x_r-2}l_x\cdot\left(\boxed{\quad⑨\quad}\right)\cdot B_x\right\}$$

である。

問題 18. 定常状態にある２つの集団AおよびBの被保険者数は、{l_x^A}{l_x^B}（$x_e \leqq x \leqq x_r - 1$）で与えられている。総人数$L$は同数であるが、$x_1$を（$x_e < x_1 < x_r - 1$）として、$l_x^A > l_x^B$（$x_e \leqq x < x_1$）、$l_x^A < l_x^B$（$x_1 \leqq x \leqq x_r - 1$）および、年間の定年到達者数$l_{x_r}^A < l_{x_r}^B$の関係がある。この２つの集団に Trowbridge モデルによる年金制度を導入する。保険料は年 1 回期初払いとして、以下の設問に答えよ。なお、両集団とも、定年退職以降の年金受給者は生命表{l_x}にしたがうものとし、AおよびBにおける脱退残存表による基数をそれぞれD_x^AおよびD_x^B、生命表による基数をD_xとする。(10 点)

(1) 財政方式として平準保険料方式を用いた場合、集団Aの標準保険料${}^{L}P^{A}$をあらわす式を示せ。

(2) 集団Aおよび集団Bの標準保険料の大小を比較せよ。

問題 19. 毎年、前年の$(1+\lambda)$倍（$\lambda > 0$）の新規の被保険者が加入し、加入後は想定した脱退率、死亡率どおりに推移する安定した人口構成を想定する。今、この集団に Trowbridge モデルにもとづく年金制度を実施するものとする。その際、既に退職した者にも満額の年金を支給するものとする。なお、保険料は年１回期初払いとする。(15 点)

(1) 賦課方式にもとづく在職中の被保険者１人あたりの保険料${}^{P}P$をあらわす式を示せ。

(2) 加入年齢方式(特定年齢はx_e)における標準保険料${}^{E}P$は、予定利率をλとした場合に${}^{P}P$と一致することを示せ。

(3) 開放型総合保険料方式の場合、在職中の被保険者１人あたりの保険料は、予定利率i（ただし、$\lambda < i$）にかかわらず、${}^{P}P$と一致することを示せ。ただし、将来の被保険者は、毎年、前年の実績の$(1+\lambda)$倍の人数が加入すると見込むものとする。

以上

平成 19 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
(C)	(C)	(B)	(E)	(D)	(A)	(D)	(D)
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
(C)	(A)	(B)	(B)	(B)	(E)	(B)	

問題16	①	②	③
	$\dfrac{D'_{x_r}}{D'_{y+1}}$	$\dfrac{l'_y - l'_{y+1}}{l'_y}$	$\dfrac{D'_{y+1}}{D'_y}$
	④	⑤	⑥
	$\dfrac{D'_{x_r}}{D'_x}$	$y - x_e + 1$	$\dfrac{D'_{x_r}}{D'_y}$

問題17	①	②	③
	$l_x \cdot q_x \cdot B_x$	$l_{x_r-1} \cdot (1 - q_{x_r-1}) \cdot B_{x_r-1}$	l_x
	④	⑤	⑥
	$S_{2\sim} - G_{2\sim} \cdot {}^E P$	$1 + i$	$G_1 \cdot {}^E P - S_1$
	⑦	⑧	⑨
	$r \cdot S_1$	s	$1 - q_x$

平成 19 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題 18　←問題番号を記入すること。

(1)　$^{L}P^{A}=\dfrac{D^{A}_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D^{A}_{x}}$

(2)　$^{L}P^{A}=\dfrac{D^{A}_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D^{A}_{x}}=\dfrac{l^{A}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(1+i)^{x_r-x}\cdot l^{A}_{x}}\cdot\ddot{a}_{x_r}$

同様に$^{L}P^{B}=\dfrac{l^{B}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(1+i)^{x_r-x}\cdot l^{B}_{x}}\cdot\ddot{a}_{x_r}$である。

$^{L}P^{A}$、$^{L}P^{B}$の分母同士の差を取ると、

$$\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(1+i)^{x_r-x}\cdot l^{A}_{x}-\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(1+i)^{x_r-x}\cdot l^{B}_{x}=\sum_{x=x_e}^{x_r}\left(l^{A}_{x}-l^{B}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x}$$

$$=\sum_{x=x_e}^{x_1-1}\left(l^{A}_{x}-l^{B}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x}-\sum_{x=x_1}^{x_r-1}\left(l^{B}_{x}-l^{A}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x}$$

$$\sum_{x=x_e}^{x_1-1}\left(l^{A}_{x}-l^{B}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x}>\sum_{x=x_e}^{x_1-1}\left(l^{A}_{x}-l^{B}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x_1}$$

$\displaystyle\sum_{x=x_1}^{x_r-1}\left(l^{B}_{x}-l^{A}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x}<\sum_{x=x_1}^{x_r-1}\left(l^{B}_{x}-l^{A}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x_1}$ であるので、

$$\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(1+i)^{x_r-x}\cdot l^{A}_{x}-\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(1+i)^{x_r-x}\cdot l^{B}_{x}>\sum_{x=x_e}^{x_1-1}\left(l^{A}_{x}-l^{B}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x_1}-\sum_{x=x_1}^{x_r-1}\left(l^{B}_{x}-l^{A}_{x}\right)\cdot(1+i)^{x_r-x_1}$$

$$=(1+i)^{x_r-x_1}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(l^{A}_{x}-l^{B}_{x}\right)=0$$

更に$l^{A}_{x_r}<l^{B}_{x_r}$であるため、$^{L}P^{A}<^{L}P^{B}$となる。

平成 19 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

(1) x_e 歳における被保険者数を l_{x_e} とおくと、x 歳（$x > x_e$）における被保険者数は、$l_x \cdot \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{x-x_e}$ となる。

単年度の収支均衡をあらわす式は、$^{P}P \cdot \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x \cdot \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{x-x_e}\right) = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{x-x_e}$ である。

従って、$^{P}P = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{x-x_e} \Big/ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x \cdot \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{x-x_e}$ である。

(2) 加入年齢方式における標準保険料は、$^{E}P = \sum_{x=x_r}^{\omega} D_x \Big/ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot v^x \Big/ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x \cdot v^x$ である。

これは、(1)において $\lambda = i$ とおいた場合の ^{P}P に一致する。

(3) 将来の被保険者の増加が見込まれているため、初年度の給付 B_1 を $\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{x-x_e}$ とすると、

n 年度の給付は $B_n = (1+\lambda)^{n-1} \cdot B_1$、従って、$S = B_1 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+\lambda}{1+i}\right)^{n-1} = B_1 \cdot \frac{1+i}{i-\lambda}$ となる。同様に、n 年度の被保険者数を L_n とすると、$L_n = (1+\lambda)^{n-1} \cdot L_1$、$G = L_1 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+\lambda}{1+i}\right)^{n-1} = L_1 \cdot \frac{1+i}{i-\lambda}$ となる。

従って、$^{O}P = S/G = \left(B_1 \cdot \frac{1+i}{i-\lambda}\right) \Big/ \left(L_1 \cdot \frac{1+i}{i-\lambda}\right) = B_1/L_1 = {}^{P}P$ が得られ、保険料は i に依存しないことが確認できた。