基礎数理（問題）

問題１．次の（１）から（１０）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入せよ。なお、必要であれば末尾の数表を用いよ。(20 点)

（１）数 a, b はそれぞれ線分 $[-1,1]$ 上から、一様かつ独立に選ばれるものとする。このとき、方程式 $x^2 + 2ax + b = 0$ の解が実数である確率は $\boxed{}$ である。

(ア) $\frac{1}{3}$　(イ) $\frac{2}{3}$　(ウ) $\frac{1}{6}$　(エ) $\frac{5}{6}$　(オ) $\frac{1}{12}$

(カ) $\frac{5}{12}$　(キ) $\frac{7}{12}$　(ク) $\frac{1}{24}$　(ケ) $\frac{11}{24}$　(コ) $\frac{13}{24}$

（２）n 枚のカードに、それぞれ 1 から n までの番号が書いてある。これらのカードの中から無作為に 1 枚のカードを選び、そのカードに書かれた番号を X とする。そして、書かれた番号が X より小さいカードをすべて捨てて、残りのカードの中から再度無作為に 1 枚のカードを選び、そのカードに書かれた番号を Y とする。

このとき、平均 $E(Y) = \boxed{}$ である。

(ア) $\frac{n+1}{2}$　(イ) $\frac{2n+1}{3}$　(ウ) $\frac{3n+1}{4}$　(エ) $\frac{5n+1}{6}$　(オ) $\frac{7n+1}{8}$

(カ) $\frac{5n+3}{8}$　(キ) $\frac{8n+1}{9}$　(ク) $\frac{7n+2}{9}$　(ケ) $\frac{11n+1}{12}$　(コ) $\frac{7n+5}{12}$

（３）確率分布の再生性に関する記述について、次の中から正しいものをすべてあげよ。

(ア) 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ は μ と σ^2 に関して再生性を持つ。

(イ) ポアソン分布 $Po(\lambda)$ は λ に関して再生性を持つ。

(ウ) 二項分布 $b(n, p)$ は n と p に関して再生性を持つ。

(エ) 自由度 n の χ^2 分布は n に関して再生性を持つ。

（4）ある電気部品の寿命を調べたところ、次の８個のデータが得られた。

750	829	920	1050	1222	1317	1415	1699

（単位：時間）

この電気部品の寿命を指数分布に従うと仮定したとき、平均寿命μの信頼係数９５％の信頼区間は、

$$\boxed{①} < \mu < \boxed{②}$$

である。

＜①の選択肢＞

（ア）502.92　（イ）524.93　（ウ）572.26　（エ）593.29　（オ）627.41
（カ）639.03　（キ）690.15　（ク）699.77

＜②の選択肢＞

（ア）2312.06　（イ）2376.55　（ウ）2663.39　（エ）2756.19　（オ）3370.70
（カ）3710.48　（キ）4221.10　（ク）4764.35

（5）正規母集団$N(\mu,\sigma^2)$において、仮説$H_0:\mu=\mu_0$を検定するときに、真の平均値がμ_0より-0.3σ以上離れたときに、これを検出することのできる確率が９９％以上であるようにするには、標本の大きさを $\boxed{}$ 以上とすればよい。ただし、σは既知で有意水準εは0.01とする。

（ア）205　（イ）223　（ウ）241　（エ）250　（オ）254
（カ）267　（キ）281　（ク）295

（6）(x,y)のデータが以下のとおり与えられているとする。

x	3.7	2.0	8.6	7.5	4.7
y	3.9	8.0	1.6	1.2	1.1

このとき、yをxで線形回帰すると

$$y=\boxed{①}\,x+\boxed{②}$$

である。（小数第４位を四捨五入）

（ア）-0.736　（イ）0.736　（ウ）-0.795　（エ）-0.859　（オ）0.859
（カ）-1.393　（キ）7.714　（ク）7.061　（ケ）-0.741　（コ）8.014

（7）ある集団が原因A、Bによって減少していく2重脱退残存表を考える。ここで、各脱退はそれぞれ独立に発生し、1年を通じて一様に発生するものとする。

原因A、Bによるx歳の絶対脱退率 q_x^{A*}、q_x^{B*} が別表1として与えられているとき、別表2の2重脱退残存表の①欄のb_{72}の値に最も近いのは次のうちどれか。なお、a_x、b_xは、それぞれ原因A、Bによってx歳で脱退する者の数である。

別表1（年齢別絶対脱退率）

x	q_x^{A*}	q_x^{B*}
70	0.02193	0.03
71	0.02415	0.03
72	0.02657	0.03

別表2（2重脱退残存表）

x	l_x	a_x	b_x
70	78,889	・・・	・・・
71	・・・	・・・	・・・
72	・・・	・・・	①

（ア）2,022　（イ）2,047　（ウ）2,072　（エ）2,097　（オ）2,122

（8）x歳加入、保険金年度末支払、保険金額1の終身保険について、終身払込の変動年払純保険料をとったところ、次の2つのパターンのようにできた。

パターンⅠ	最初の10年間の純保険料は0.050、11年目以降の純保険料は0.010
パターンⅡ	最初の10年間の純保険料は0.055、11年目以降の純保険料は0.008

また、$\ddot{a}_x=23.2802$であった。

このとき、この保険の予定利率に最も近いのは次のうちどれか。

（ア）2.2%　（イ）2.4%　（ウ）2.6%　（エ）2.8%　（オ）3.0%

（9）20 歳加入、保険料年払 40 年払込、契約当初より 40 年後から年金支払を開始する終身年金（年金年額 1、年 1 回年度始支払）の営業保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率i =1.5%、N_{20} =2,803,239 、N_{60} =630,990 、M_{20} =32,471 、M_{60} =27,133 とし、予定事業費は以下のとおりとする。

予定新契約費		新契約時にのみ、年金開始時点における年金原資の 20‰
予定集金費		保険料払込の都度、年払営業保険料の 3%
予定維持費	保険料払込中	毎年度始に年金開始時点における年金原資の 3‰
	年金開始後	毎年度始に年金年額の 1%

（ア）0.349　（イ）0.359　（ウ）0.369　（エ）0.379　（オ）0.389

（１０）x 歳の被保険者を(x)と表す。

3 人の(50)のうち少なくとも 2 人が 10 年後に生存している確率に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、3 人は同じ生命表に従っており、その生命表の死力は$\mu_x = \dfrac{1}{100-x}$ ($0 \leqq x < 100$) であるとする。

（ア）0.886　（イ）0.896　（ウ）0.906　（エ）0.916　（オ）0.926

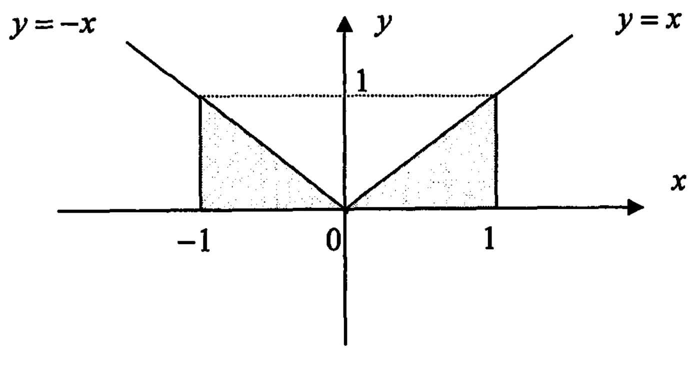
問題2．次の（1）から（8）までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、必要であれば末尾の数表を用いよ。（48点）

（1）数直線上の点$(1,2,3,4,5)$のいずれかの位置を時間の経過と共に移動する粒子がある。点$\mathrm{i}(\mathrm{i}=2,3,4)$に粒子があるという条件の下で、それ以前の経過とは無関係に、次の1秒後に点$(\mathrm{i}-1),\mathrm{i},(\mathrm{i}+1)$にある確率はそれぞれ4/7,2/7,1/7であり、点1または5に到達するとそこで運動を停止する。

n秒後における粒子の位置を表す確率変数をX_n($\mathrm{n}=0,1,2,\ldots$)とすれば、$X_0, X_1,\ldots$はMarkov連鎖を作り、$p_{ij}=P\{X_{n+1}=j \mid X_n=i\}(\mathrm{i},\mathrm{j}=1,2,3,4,5)$は$n$に無関係であり、$5\times5$行列$P=[\ p_{ij}\ ]$は $\boxed{\quad ① \quad}$ となる。

また、粒子が初め点3にあった場合、X_nの確率分布を$p_i(n)=P\{X_n=i\}(\mathrm{i}=1,2,3,4,5)$とし、5次元行ベクトル$p(n)=[p_1(n),p_2(n),p_3(n),p_4(n),p_5(n)]$を導入すると、$p(0)=[0,0,1,0,0]$である。ここで、$p(3)$は$P$および$p(0)$を用いて $\boxed{\quad ② \quad}$ と表されることから、3秒後に粒子が点2にある確率は $\boxed{\quad ③ \quad}$ であり、3秒後に粒子が点4にある確率は $\boxed{\quad ④ \quad}$ である。

（2）下図のとおり実線で囲まれた三角形の領域で、確率密度関数$f(x,y)=c$　（c：定数）とする。



このとき、以下の各問に答えよ。

（ア）$c=$ $\boxed{\quad ① \quad}$ である。

（イ）分散$V(X)=$ $\boxed{\quad ② \quad}$ 、$V(Y)=$ $\boxed{\quad ③ \quad}$ である。

（ウ）相関係数$\rho(X,Y)=$ $\boxed{\quad ④ \quad}$ である。

（3）確率変数Xの密度関数を、$f(x)=\dfrac{x^{\alpha}e^{-x}}{\alpha!}\ (x>0)$としたとき、$E(X^4)=\mu_4'$を積率母関数を用いて求める。

積率母関数を$M_X(\theta)$で表すと、

$$M_X(\theta)=\int_0^{\infty}\boxed{\quad ① \quad}\,dx$$
$$=\frac{1}{\alpha!}\int_0^{\infty}\boxed{\quad ② \quad}\,x^{\alpha-1}e^{-(1-\theta)x}dx$$
$$=\frac{1}{\alpha!}\int_0^{\infty}\boxed{\quad ③ \quad}\,x^{\alpha-2}e^{-(1-\theta)x}dx$$

（②、③はxを含まない式で表せ。）

$$=\cdots$$
$$=\boxed{\quad ④ \quad}$$

ゆえに、

$$\mu_4'=M_X{}^{(4)}(0)$$
$$=\frac{\boxed{\quad ⑤ \quad}}{\alpha!}$$

（4）次のデータはある正規母集団から無作為に抽出した標本である。

6.4　4.9　1.9　4.8　2.0　1.3　7.3　6.8　0.7　8.3

（ア）母平均が未知の場合、母分散σ^2の信頼係数９９％の信頼区間は、

$$\boxed{\quad ① \quad}\leq\sigma^2\leq\boxed{\quad ② \quad}$$（小数第３位を四捨五入）

である。

（イ）母平均が4.8であることが既知の場合、母分散σ^2の信頼係数９９％の信頼区間は、

$$\boxed{\quad ③ \quad}\leq\sigma^2\leq\boxed{\quad ④ \quad}$$（小数第３位を四捨五入）

である。

（5）インフルエンザの予防接種の有効性を調べるために無作為に１００人を抽出して以下のような結果を得た。

	インフルエンザに罹らなかった人	インフルエンザに罹った人	合計
予防接種を受けた人	$x_{11}=30$	$x_{12}=18$	$x_{1*}=48$
予防接種を受けなかった人	$x_{21}=20$	$x_{22}=32$	$x_{2*}=52$
合計	$x_{*1}=50$	$x_{*2}=50$	１００

帰無仮説H_0：予防接種を受けるかどうかはインフルエンザに罹るかどうかと無関係である。

を

対立仮説$H_1 : H_0$ではない。

に対して検定する。

H_0のもとでは$X=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{(X_{ij}-X_{i*}X_{*j}/100)^2}{X_{i*}X_{*j}/100}$は自由度 $\boxed{①}$ のχ^2分布に従うから、

Xの実現値をxとすると$x=$ $\boxed{②}$ （小数第３位を四捨五入）

したがって有意水準１％ではH_0は $\boxed{③}$ され、予防接種は $\boxed{④}$ 。

また、有意水準5％ではH_0は $\boxed{⑤}$ され、予防接種は $\boxed{⑥}$ 。

なお、③～⑥は次の選択肢から選択すること。

（ア）採択　（イ）棄却　（ウ）有効であるといえる　（エ）有効であるとはいえない

（6）ポアソン分布の部分和$\sum_{i=0}^{k}Po(i;\lambda)=\sum_{i=0}^{k}\frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}$は、自由度$\phi=$ $\boxed{①}$ のχ^2分布によって次のように表せる。

$$\sum_{i=0}^{k}Po(i;\lambda)=\int_{\boxed{③}}^{\boxed{②}}f_{\phi}(\chi^2)\,d\chi^2 \quad \cdot\cdot\cdot \text{(A)}$$

（A）を用いて次の問いに答えよ。

ある大手電機メーカーのテレビを生産している工場において、最終検査で発見されるテレビ１台当たりの不具合件数は、平均０．２５件／台であるという。不具合の出現件数はポアソン分布に従うものとしたとき、１台に２件以上の不具合が見つかる確率をχ^2分布を用いて計算すると

$\boxed{\quad ④ \quad}$ となる。

なお、④は次の選択肢の中から最も近いものを選択すること。

(ア) 0.005　(イ) 0.01　(ウ) 0.025　(エ) 0.05　(オ) 0.1

(7) 時刻tでのサープラスU_tが次の形で表せるLundbergモデルを考える。

$$U_t = u_0 + (1+\theta)\lambda\mu t - S_t \qquad (t \geq 0)$$

ここで、u_0:期初サープラス(≥ 0)

U_t:時刻tでのサープラス

$(1+\theta)\lambda\mu t$:時刻tまでの収入保険料（$\theta > 0$は安全割増率）

S_t:時刻tまでの支払保険金

であり、S_tは複合ポアソン過程に従う。また、S_tのポアソンパラメーターはλであり、個々のクレーム額は、平均がμの指数分布に従うものとする。

この時、調整係数Rは $\boxed{\quad ① \quad}$ $= \lambda M(r)$　（ただし、$M(r)$は個々のクレーム額の積率母関数）の正の解である。

$M(r) =$ $\boxed{\quad ② \quad}$ であるから、$\boxed{\quad ① \quad} = \lambda \boxed{\quad ② \quad}$ をrについて解くと

$r =$ $\boxed{\quad ③ \quad}$ となり、これは正であることが分かる。

したがって調整係数$R =$ $\boxed{\quad ③ \quad}$ である。

期初サープラスがu_0のときの破産確率を$\varepsilon(u_0)$とすると　$\varepsilon(u_0) = \dfrac{e^{-Ru_0}}{E(e^{-RU_T} \mid T < \infty)}$

破産時刻$T < \infty$という条件の下での$-U_T$の分布関数を求める。破産直前のサープラスを$U_{T-\delta}$、破産時刻Tで起こったクレーム額をXとすると、

$$P(-U_T < y \mid T < \infty) = 1 - P(-U_T \geq y \mid T < \infty)$$

$$= 1 - P(U_T \leq -y \mid T < \infty)$$

$$= 1 - \int_0^\infty P(U_{T-\delta} = u) \cdot \frac{P(X \geq U_{T-\delta} + y)}{P(X \geq U_{T-\delta})} du = \boxed{\quad ④ \quad}$$

となり確率密度関数は$P(-U_T = y \mid T < \infty) =$ $\boxed{\quad ⑤ \quad}$

となる。

よって、$\varepsilon(u_0) = \dfrac{e^{-Ru_0}}{E(e^{-RU_T} \mid T < \infty)} = \dfrac{e^{-Ru_0}}{E(e^{R(-U_T)} \mid T < \infty)} =$ $\boxed{\quad ⑥ \quad}$ となる。

(8)正しい硬貨をΔt秒ごとに1回投げ、表が出れば得点が$\sqrt{\Delta t}$増え、裏が出たら$\sqrt{\Delta t}$減るとする。$Z_0^{\Delta t}=0$

として、t秒直後の得点を$Z_t^{\Delta t}$とすると、$W_t=\lim_{\Delta t\to 0}Z_t^{\Delta t}$がブラウン運動となる。

ここで、W_tの積率母関数を考えることにより、W_tの分布をとらえたい。

i回目の硬貨投げの結果を、$\xi_i=\begin{cases}1 & (表：確率\frac{1}{2})\\ -1 & (裏：確率\frac{1}{2})\end{cases}$

とすると、異なるi,jに対して、ξ_i,ξ_jは独立であり、$Z_t^{\Delta t}=$ $\boxed{\quad ① \quad}$ と表せる。(解答には$[\cdot]$(ガウス記号(その数値を超えない最大の整数))および$\sum$を用いること。)

ξ_iの積率母関数が$M_{\xi_i}(\theta)=$ $\boxed{\quad ② \quad}$ であることより、

$M_{Z_t^{\Delta t}}(\theta)=\prod_{i=1}^{[t/\Delta t]}E(\exp(\theta\xi_i\sqrt{\Delta t}))=(\boxed{\quad ③ \quad})^{[t/\Delta t]}$となる。

ここで、$\boxed{\quad ③ \quad}$ をテイラー展開すると、$\boxed{\quad ③ \quad}=1+\boxed{\quad ④ \quad}\cdot(\Delta t)+o(\Delta t)$であること、

また、$\lim_{\Delta t\to 0}(1+\Delta t+o(\Delta t))^{1/\Delta t}=e$であることから、$M_{W_t}(\theta)=\lim_{\Delta t\to 0}M_{Z_t^{\Delta t}}(\theta)=$ $\boxed{\quad ⑤ \quad}$

したがってW_tは、平均0、分散 $\boxed{\quad ⑥ \quad}$ の $\boxed{\quad ⑦ \quad}$ 分布に従う。

問題３．次の（１）から（６）までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。(32 点)

（１）次の（ア）から（オ）を値が小さい順に並べると

(小) ① → ② → ③ → ④ → ⑤ (大) となる。

（ア）以下の条件でのハーディの公式を用いた総資産利回り

年始総資産	71,028 億円
年末総資産	78,972 億円
利息および配当金収入	2,260 億円

（イ）転化回数 4 回、実利率 3.075%のときの名称利率

（ウ）$\ddot{a}_{\infty}=33.4675$ のときの年利率

（エ）$\bar{a}_{\infty}=33.1126$ のときの利力

（オ）債券の額面が 100 円、償還されるまでの年数 2 年、1 年後から開始される年 1 回払の利息が年 3%、その購入価格が 99.81 円であるときのこの債券の利回り

（２）x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険において、第 t 年度（$1 \le t \le n$）における危険保険料を ${}_tP^r$ とするとき、$\sum_{t=1}^{n} {}_tP^r v^t$ を求める。

まず、年払純保険料 $P_{x:\overline{n}|}$ と危険保険料および貯蓄保険料の関係から、

$${}_tP^r = P_{x:\overline{n}|} - {}_tP^s = P_{x:\overline{n}|} - \left(v \times \boxed{\quad ① \quad} - \boxed{\quad ② \quad}\right)$$

となる。ただし、${}_tP^s$ は第 t 年度（$1 \le t \le n$）における貯蓄保険料である。

次に、この両辺に v^t を乗じ、それを $t=1,2,\cdots,n$ について加えて計算すると、

$$\sum_{t=1}^{n} {}_tP^r v^t = \frac{\boxed{\quad ③ \quad}}{\boxed{\quad ④ \quad}} - \boxed{\quad ⑤ \quad}$$ となる。

ただし、空欄①～⑤には適切な 1 つの記号を記入すること。

1 つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$、$D_x^{aa}$ 等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、${}_tp_x \times \mu_{x+t}$、$\sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_{t|}q_x$、$N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。

（3）$\mathring{e}_x$ が与えられているとき、${}_{20}p_{40}$ を求めることを考える。

まず、$\dfrac{d\mathring{e}_x}{dx}$ を $\mathring{e}_x$ と μ_x 以外の記号を用いない算式で表すと、$\dfrac{d\mathring{e}_x}{dx} = \boxed{\quad ① \quad}$ となる。

次に、$\mathring{e}_x$ が $\mathring{e}_x = \dfrac{1}{2}(120-x)$ で与えられたとすると、上記の算式を活用して、μ_x を x 以外の記号を用いない算式で表すと、$\mu_x = \boxed{\quad ② \quad}$ となる。

この μ_x をもとに ${}_{20}p_{40}$ を計算すると、${}_{20}p_{40} = \boxed{\quad ③ \quad}$（小数第3位を四捨五入）となる。

（4）x 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額1の終身保険がある。予定死亡率が死亡表 q_x に従う契約の純保険料 P_x と、$x+t$ 歳における予定死亡率だけを小さくして $q'_{x+t} = q_{x+t} - c \quad (c>0)$ とし、$x+t$ 歳以外の年齢は死亡表 q_x に従う契約の純保険料 P'_x があるとする。なお、いずれの契約も予定利率は i 、$v = \dfrac{1}{1+i}$ とする。このとき、死亡率を変更した契約の純保険料が死亡率を変更する前の契約の純保険料に比べて、どのようになるかを考える。

両者の純保険料の差 $\Delta P = P_x - P'_x$ を、死亡表 q_x に従う現価率等の記号（$A_{x:\overline{n}|}$、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ 等の右肩に $'$ がないもの）を用いて表すと、

$$\Delta P = \frac{\boxed{\quad ① \quad} \times \boxed{\quad ② \quad}}{\ddot{a}_x \times \left(\boxed{\quad ③ \quad} \times \boxed{\quad ④ \quad} + \boxed{\quad ⑤ \quad} \times \boxed{\quad ⑥ \quad} \right)}$$

となることから、

$\Delta P > 0$ となり、死亡率を変更した契約の純保険料の方が安くなることがわかる。

ただし、空欄①～⑤には適切な1つの記号（同じ記号を用いてもよい。）を記入し、空欄⑥には次の（ア）から（カ）の中から最も適切なものを1つ選んで記入すること。

1つの記号とは、q_{x+t}、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$、$D_x^{aa}$ 等をいい、$\dfrac{l_{x+t}}{l_x}$、${}_tp_x \times \mu_{x+t}$、$\displaystyle\sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_{t|}q_x$、$N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。

（ア）c　（イ）c^{-1}　（ウ）cv　（エ）$c^{-1}v^{-1}$　（オ）cv^{-1}　（カ）$c^{-1}v$

（5）x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額1の養老保険において、t 年経過時 $(1<t<n)$ に、払済保険へ変更すると払済保険金額は S になり、延長保険へ変更すると生存保険金額は E になる。

ただし、解約控除はないものとし、

払済保険の予定事業費：毎年度始に保険金額1に対して $(\gamma_1+\gamma_2)$

延長保険の予定事業費：毎年度始に死亡保険金額1に対して γ_1 と

毎年度始に生存保険金額1に対して γ_2 の合計額

とする。

このとき、$A_{x+t:\overline{n-t|}}^{\ \ \ \ 1}$ を S 、E、γ_1、γ_2、d、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$ を用いて表すと、次の（ア）から（コ）の式のうちの［　　　］となる。

（ア）$\dfrac{(1-S)\{1+E(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+S(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（イ）$\dfrac{(1-S)\{1+E(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+(S\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（ウ）$\dfrac{(1-S)\{1+E(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+(\gamma_1+S\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（エ）$\dfrac{(1-S)\{1+E(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+(S\gamma_1+S\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（オ）$\dfrac{(1-S)\{1+E(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（カ）$\dfrac{(1-S)\{1+(E\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+S(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（キ）$\dfrac{(1-S)\{1+(\gamma_1+E\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+S(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（ク）$\dfrac{(1-S)\{1+(E\gamma_1+E\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+S(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（ケ）$\dfrac{(1-S)\{1+(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+S(\gamma_1+\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（コ）$\dfrac{(1-S)\{1+(E\gamma_1+E\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}{(1-E)\{1+(S\gamma_1+S\gamma_2-d)\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\}}$

（6）次の空欄①～⑧について、次の（ア）から（ホ）の中から最も適切なものを１つ選んで記入せよ。

死亡・就業不能脱退残存表において、就業者が就業不能になる数、就業者数および就業不能者数が不明なときに$q_x^{(i)}$を求めることを考える。ただし、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でないものは就業者であることとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

まず、$i_x = \dfrac{\boxed{①} - \boxed{②} \times (1 - \boxed{③})}{1 - \boxed{④}}$ と表されるから、

$$q_x^{(i)} = \frac{\boxed{①} - \boxed{②} \times (1 - \boxed{③})}{\boxed{⑤} \times (1 - \boxed{④})}$$

となるが、右辺の分母、分子を$\boxed{⑥}$で除し、

$$\frac{\boxed{①}}{\boxed{⑥}} = \frac{\boxed{①}}{\boxed{⑦}} \times (1 - \boxed{⑧})\text{、}\quad \frac{\boxed{⑤}}{\boxed{⑥}} = 1 - \frac{\boxed{②}}{\boxed{⑥}}$$

を用いると、

$$q_x^{(i)} = \frac{\dfrac{\boxed{①}}{\boxed{⑦}} \times (1 - \boxed{⑧}) - \dfrac{\boxed{②}}{\boxed{⑥}} \times (1 - \boxed{③})}{\left(1 - \dfrac{\boxed{②}}{\boxed{⑥}}\right) \times (1 - \boxed{④})}$$

となり、就業者が就業不能になる数、就業者数および就業不能者数が不明なときでも、

$\dfrac{\boxed{①}}{\boxed{⑦}}$ 、$\dfrac{\boxed{②}}{\boxed{⑥}}$ 、$\boxed{③}$ 、$\boxed{④}$ 、$\boxed{⑧}$ の値がわかれば$q_x^{(i)}$が求められることがわかる。

（ア）l_x　（イ）l_x^{aa}　（ウ）l_x^{ii}　（エ）l_{x+1}　（オ）l_{x+1}^{aa}　（カ）l_{x+1}^{ii}　（キ）d_x

（ク）d_x^{aa}　（ケ）d_x^{ii}　（コ）d_{x+1}　（サ）d_{x+1}^{aa}　（シ）d_{x+1}^{ii}　（ス）q_x　（セ）q_x^{aa}

（ソ）q_x^{a}　（タ）q_x^{i}　（チ）q_x^{ai}　（ツ）$\frac{1}{2}q_x$　（テ）$\frac{1}{2}q_x^{aa}$　（ト）$\frac{1}{2}q_x^{a}$　（ナ）$\frac{1}{2}q_x^{i}$

（ニ）$\frac{1}{2}q_x^{ai}$　（ヌ）p_x^{aa}　（ネ）p_x^{a}　（ノ）p_x^{i}　（ハ）p_x^{ai}　（ヒ）$\frac{1}{2}p_x^{aa}$　（フ）$\frac{1}{2}p_x^{a}$

（ヘ）$\frac{1}{2}p_x^{i}$　（ホ）$\frac{1}{2}p_x^{ai}$

なお、必要であれば、u(0.005)=2.576, u(0.01)=2.326 および以下の数表を用いよ。

$\chi_\phi^2(\varepsilon)$ を ε より読む表

ϕ \ ε	0.995	0.990	0.975	0.950	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.0000393	0.0001571	0.000982	0.00393	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01003	0.0201	0.0506	0.1026	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.0717	0.1148	0.216	0.352	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.690	2.17	14.07	16.01	18.48	20.3
8	1.344	1.646	2.18	2.73	15.51	17.53	20.1	22.0
9	1.735	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	27.6	30.2	33.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.12	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.85	31.4	34.2	37.6	40.0

平成 22 年 10 月 5 日

科目	基礎数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題１

（1）	（2）	（3）	（4）①	（4）②	（5）	（6）①	（6）②
（イ）	（ウ）	（ア）（イ）（エ）	（カ）	（ウ）	（カ）	（エ）	（キ）

（7）	（8）	（9）	（10）
（エ）	（ア）	（ウ）	（イ）

問題２

（1）

①

1	0	0	0	0
$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0
0	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	0
0	0	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$
0	0	0	0	1

②	③	④
$p(0)P^3$	$\frac{80}{343}$	$\frac{20}{343}$

（2）

①	②	③	④
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{18}$	0

（3）

①	②	③
$\frac{x^{\alpha}e^{-(1-\theta)x}}{\alpha!}$	$\frac{\alpha}{1-\theta}$	$\frac{\alpha(\alpha-1)}{(1-\theta)^2}$
④ $(1-\theta)^{-(\alpha+1)}$	⑤ $(\alpha+4)!$	

平成 22 年 10 月 5 日

科目	基礎数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題２

（４）	①	2.93	②	39.82	③	2.79	④	32.58

（５）	① 1	② 5.77	③ （ア）
	④ （エ）	⑤ （イ）	⑥ （ウ）

（６）	① $2(k+1)$	② ∞	③ 2λ	④ （ウ）

（７）	① $\lambda+(1+\theta)\lambda\mu r$	② $\dfrac{1}{1-\mu r}$
	③ $\dfrac{\theta}{(1+\theta)\mu}$	④ $1-e^{-\frac{y}{\mu}}$
	⑤ $\dfrac{1}{\mu}e^{-\frac{y}{\mu}}$	⑥ $\dfrac{1}{1+\theta}e^{-\frac{\theta}{(1+\theta)\mu}u_0}$

（８）	① $\sqrt{\Delta t}\sum_{i=1}^{[t/\Delta t]}\xi_i$		
	② $\dfrac{e^{\theta}+e^{-\theta}}{2}$	③ $\dfrac{e^{\theta\sqrt{\Delta t}}+e^{-\theta\sqrt{\Delta t}}}{2}$	④ $\dfrac{\theta^2}{2}$
	⑤ $e^{\frac{t\theta^2}{2}}$	⑥ t	⑦ 正規

平成 22 年 10 月 5 日

科目	基礎数理	受験番号	社団法人　日本年金数理人会

問題３

（1）	①　（エ）	②　（イ）	③　（ア）	④　（ウ）	⑤　（オ）

（2）	①　${}_{t}V_{x:\overline{n}\rceil}$	②　${}_{t-1}V_{x:\overline{n}\rceil}$	③　$a_{\overline{n}\rceil}$
	④　$\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	⑤　v	
（3）	①　$\mu_x \mathring{e}_x - 1$	②　$\dfrac{1}{120-x}$	③　0.75
（4）	①　$A_{x:\overline{t}\rceil}^{\ 1}$	②　$\ddot{a}_{x+t+1}$ （①と②は順不同）	③　$A_{x:\overline{t}\rceil}^{\ 1}$
	④　$\ddot{a}_{x+t+1}$ （③と④は順不同）	⑤　$\ddot{a}_x$	⑥　（エ）
（5）	（キ）		
（6）	①　（カ）	②　（ウ）	③　（タ）
	④　（ナ）	⑤　（イ）	⑥　（ア）
	⑦　（エ）	⑧　（ス）	