

年金数理(問題)

本問題においては、以下のとおりとする。

1. 「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を、退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。
2. 「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式(特定年齢方式)をいう。
3. 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。

問題 1 から 15 までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題 16 から 20 までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題 1. 80 歳と 84 歳の 2 人がいる。死亡率が下表のとおりであるとき、 ${}_2|q_{80:84}$ (2 年経過後の一年間で最終生存者が死亡する確率) に最も近いものは次のいずれか。なお、2 人の死亡は互いに独立に発生するものとしている。(3 点)

年齢	死亡率
80	0.053
81	0.059
82	0.066
83	0.073
84	0.081
85	0.090
86	0.100
87	0.111

- (A) 0.49% (B) 0.92% (C) 2.37% (D) 4.15% (E) 37.36%

問題 2. 以下の場合に、予定利率と x 歳の死亡率に最も近いものの組み合わせは次のいずれか。(3 点)

$$D_x = 20.306, \bar{C}_x = 1.983, D_{x+1} = 17.944$$

- (A) 予定利率 1.9%、死亡率 0.0995 (B) 予定利率 1.9%、死亡率 0.0976
(C) 予定利率 2.0%、死亡率 0.0996 (D) 予定利率 2.0%、死亡率 0.0986
(E) 予定利率 2.1%、死亡率 0.0977

問題 3. 予定利率を i としたとき、初年度の年金額が 1、 t 年度の年金額が $1+(t-1) \cdot i$ である期初払い n 年確定年金の年金現価は次のいずれか。(3 点)

- (A) $\ddot{a}_{n|} - n \cdot v^{n-1}$ (B) $2\ddot{a}_{n|} - n \cdot v^{n-1}$ (C) $2\ddot{a}_{n|} - \frac{n \cdot v^{n-1}}{i}$
 (D) $\left(1 + \frac{1}{i}\right) \cdot \ddot{a}_{n|} - n \cdot v^{n-1}$ (E) $\left(1 + \frac{1}{i}\right) \cdot \ddot{a}_{n|} - \frac{n \cdot v^{n-1}}{i}$

問題 4. 利力 δ_t と死力 μ_{x+t} が次のように与えられたとき、 \bar{a}_x に最も近いものは次のいずれか。なお $e = 2.718$ とする。(3 点)

$$\delta_t = \begin{cases} 0.04 & (0 \leq t \leq 10) \\ 0.05 & (10 < t) \end{cases}$$

$$\mu_{x+t} = \begin{cases} 0.06 & (0 \leq t \leq 10) \\ 0.07 & (10 < t) \end{cases}$$

- (A) 3.68 (B) 9.39 (C) 11.26 (D) 14.65 (E) 22.00

問題 5. 支払年度別の年金額が下表のとおり変動する年 1 回期末払い確定年金の年金現価が 81.5 であるとき、予定利率 i として最も近いものは次のいずれか。なお、 $v^n = 0.7$ であった。(3 点)

支払年度	年金額
第 1 年度～第 n 年度	3
第 $n+1$ 年度～第 $2n$ 年度	2
第 $2n+1$ 年度～ $3n$ 年度	1

- (A) 1.0% (B) 1.4% (C) 1.8% (D) 2.2% (E) 2.6%

問題 6. Trowbridge モデルの年金制度が定常状態にあるものとする。保険料 C が以下であるとき、この制度の積立金 F として適当なものは次のいずれか。(3 点)

$$C = \sum_{x=x_r}^{x_r+n-1} l_x + l_{x_r+n} \cdot \ddot{a}_{x_r+n}$$

- (A) $F = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \ddot{a}_x$ (B) $F = \sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x \ddot{a}_x$ (C) $F = \sum_{x=x_r+n}^{\omega} l_x \ddot{a}_x$
 (D) $F = \sum_{x=x_r+n+1}^{\omega} l_x \ddot{a}_x$ (E) $F = 0$

問題 7. ある年金制度は、標準保険料を開放基金方式で計算し、期初に未積立債務がある場合は未積立債務の r 倍を特別保険料とし、期初に剰余金がある場合は収支相等するようにその年度以降の標準保険料を調整することとしている。ある年度まで定常状態で推移し、標準保険料で収支相等していたが、その翌年度（第 1 年度とする）および第 2 年度の積立金の運用収益率が j_1 および j_2 となった ($j_1 > i > j_2$ および $\sqrt{(1+j_1)(1+j_2)} < 1+i$)。このとき第 3 年度に支払う保険料総額と、定常状態における保険料との差額を表すものは次のいずれか。なお、定常状態における積立金を F 、保険料および給付は年 1 回期初払い、運用収益率以外はすべて予定通り推移しているものとする。（3 点）

- (A) $F \cdot \left\{ 1 - \frac{(1+j_1) \cdot (1+j_2)}{(1+i)^2} \right\} \cdot r$ (B) $F \cdot \left\{ 1 - \frac{(1+j_1) \cdot (1+j_2)}{(1+i)^2} \right\} \cdot r$
- (C) $F \cdot \left\{ 1 - \frac{1+(j_1-i) \cdot (1-r)}{(1+i)} \cdot (1+j_2) \right\} \cdot r$ (D) $F \cdot \left\{ 1 - \frac{1+(j_1-i) \cdot (1-r)}{(1+i)^2} \cdot (1+j_2) \right\} \cdot i$
- (E) $F \cdot \left\{ (1+i)^2 - (1+j_1) \cdot (1+j_2) \right\} \cdot r$

問題 8. 定常人口を保っているある企業が年金制度を導入することとした。

未積立債務の償却方法は、前年度末未積立債務（制度発足時は初期未積立債務）の 50% を特別保険料として拠出し、保険料の拠出および給付支払は年 1 回期初に行われるものとする。予定利率は年 5.0% とし、積立金の運用利回りが年 3.0% で続くと仮定すると、期末時点の責任準備金に対する積立金の割合はある一定値に収束する。当該一定値について最も近いものは次のいずれか。（3 点）

- (A) 90% (B) 92% (C) 94% (D) 96% (E) 98%

問題 9. 定常状態の集団に Trowbridge モデルの年金制度を新たに導入する。すでに脱退した人を含めて過去勤務期間をすべて通算する場合、設立時の積立金が 0 で閉鎖型総合保険料方式を採用したとき、第 n 年度の保険料 ${}^C C_n$ を表したものは次のいずれか。なお、 ${}^E C$ および ${}^E V$ はそれぞれ加入年齢方式の定常状態における年間保険料および責任準備金とする。また、在職中の被保険者の人数現価と将来加入が見込まれる被保険者の人数現価は等しいものとする。（3 点）

- (A) ${}^E C + 2{}^E V \cdot (1-i)^n$ (B) ${}^E C + {}^E V \cdot (1-v)^n$ (C) ${}^E C + 2{}^E V \cdot (1-v)^n$
- (D) ${}^E C + {}^E V \cdot (1-v) \cdot (1-i)^{n-1}$ (E) ${}^E C + 2{}^E V \cdot (1-v) \cdot (1-i)^{n-1}$

問題 10. 定常状態における年金制度の諸数値は以下のとおりである。

年金受給権者の給付現価	10,873 百万円
在職中の被保険者の給付現価	11,035 百万円
うち、過去期間対応分	6,986 百万円
うち、将来期間対応分	4,049 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	2,049 百万円
在職中の被保険者の人数現価	36,973
将来加入が見込まれる被保険者の人数現価	51,227
予定利率	5.0%

この年金制度は加入年齢方式で標準保険料の計算を行い、保険料及び給付は期初払いとする。期初に未積立債務がある場合は次の 2 つの方法で計算した金額のいずれか大きいほうを特別保険料として支払う。

方法 1 : (加入年齢方式の責任準備金－積立金) × 10%

方法 2 : (単位積立方式の責任準備金－積立金) × 50%

ある年度以降、積立金の運用利回りが 0% となった場合、最初に 0% となった年度を 1 年度として、5 年度末の積立金として最も近いものは次のいずれか。(3 点)

- (A) 15,564 百万円 (B) 15,974 百万円 (C) 16,383 百万円
 (D) 16,445 百万円 (E) 16,498 百万円

問題 11. 定常状態にある Trowbridge モデルの年金制度について考える。ある年度において、期初の年金受給権者数 l_x に対して、予定通り推移すれば期末の年金受給権者数は l_{x+1} となるどころ実際は l'_{x+1} となった。その他については予定通り推移したものとして、1 年間の差損益として正しいものは次のいずれか。なお、 S_x は定常状態における x 歳の年金受給権者の給付現価とする。(3 点)

- (A) $\sum_{x=x_r}^{\omega-1} -\left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}} - 1\right) \cdot S_{x+1}$ (B) $\sum_{x=x_r}^{\omega-1} -\left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}} - 1\right) \cdot (S_{x+1} - l_{x+1})$
 (C) $\sum_{x=x_r}^{\omega-1} \left(-i \cdot S_x - \left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}} - 1\right) \cdot S_{x+1}\right)$ (D) $\sum_{x=x_r}^{\omega-1} \left((1+i) \cdot l_x - \left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}} - 1\right) \cdot S_{x+1}\right)$
 (E) $\sum_{x=x_r}^{\omega-1} \left(-i \cdot S_x + (1+i) \cdot l_x - \left(\frac{l'_{x+1}}{l_{x+1}} - 1\right) \cdot S_{x+1}\right)$

問題 12. 給付現価または給与現価に関する次の等式の空欄に当てはまる算式の正しい組み合わせは次のいずれか。(3点)

$$G^a = L + v \cdot \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \boxed{\text{①}}$$

$$S^p = B + v \cdot \sum_{x=x_r+1}^{\omega} \boxed{\text{②}}$$

$$S^a = v \cdot \left(\boxed{\text{③}} + \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} \right)$$

(A) ① $l_x^{(T)} \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r} D_y}{D_x}$ ② $l_x \cdot \ddot{a}_x$ ③ $l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}$ (B) ① $l_x^{(T)} \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x}$ ② $l_x \cdot \ddot{a}_x$ ③ $l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}$

(C) ① $l_x^{(T)} \cdot \ddot{a}_{x_r}$ ② $l_x \cdot \ddot{a}_x$ ③ $l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}$ (D) ① $l_x^{(T)} \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r} D_y}{D_x}$ ② $l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}$ ③ $l_{x_e}^{(T)} \cdot \frac{D_{x_r}}{D_{x_e}} \cdot \ddot{a}_{x_r}$

(E) ① $l_x^{(T)} \cdot \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}{D_x}$ ② $l_x \cdot \ddot{a}_x$ ③ $l_{x_e}^{(T)} \cdot \frac{D_{x_r}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{x_r}$

問題 13. 定年脱退者に脱退翌年度の期初から年額 1 の 10 年確定年金を支払う制度があるとする。今般、59 歳で脱退した者にも定年脱退者と同様に、60 歳到達年度の翌年度の期初から年額 1 の 10 年間確定年金を支払うよう制度変更を行った。制度変更前の標準保険料が 0.3301、制度変更後の標準保険料が 0.3474 であるとき、59 歳の脱退率として最も近いものは次のいずれか。なお、死亡脱退および脱退後の死亡は発生しないものとする。(3点)

(前提)

- 財政方式 : 加入年齢方式
- 標準加入年齢 : 45 歳
- 定年年齢 : 60 歳
- 加入時期 : 期初
- 予定利率 : 年 2.0%
- 保険料および給付の支払時期 : 年 1 回期初

- (A) 5.0% (B) 5.2% (C) 5.4% (D) 5.6% (E) 5.8%

問題 14. 問題 13 において、定年脱退者には年金額 1 の 10 年確定年金を支払うが、55 歳から 59 歳で脱退した場合には 60 歳到達年度の翌年度の期初から年額 0.5 の 10 年確定年金を支払うように制度を変更した。制度変更後の標準保険料として、最も近いものは次のいずれか。なお、その他の前提条件は問題 13 と同じものとし、脱退率はすべての年齢で同じであるものとする。(3 点)

- (A) 0.3684 (B) 0.3734 (C) 0.3784 (D) 0.3834 (E) 0.3884

問題 15. 以下の表はある年金制度（保険料および給付は期初払い）の $(n-1)$ 年度末貸借対照表、 n 年度末貸借対照表、 n 年度損益計算書および n 年度末未積立債務変動要因分析である。予定利率は年 5.0%、特別保険料は前年度末未積立債務の 20% として、 n 年度の未積立債務変動額 (⑤) について正しいものは次のいずれか。(3 点)

($n-1$) 年度末貸借対照表

年金資産	600	責任準備金	1,100
未積立債務	①		

n 年度末貸借対照表

年金資産	②	責任準備金	1,175
未積立債務	③		

n 年度損益計算書

給付費	④	($n-1$) 年度末責任準備金	1,100
未積立債務変動額	⑤	標準保険料収入	80
n 年度末責任準備金	1,175	特別保険料収入	⑥
		運用収益	21
合計	⑦	合計	⑦

n 年度末未積立債務変動要因分析

未積立債務期初残高	①	特別保険料収入	⑥
未積立債務期初残高に係る予定利息相当額	⑧	特別保険料に係る予定利息相当額	⑨
運用利差損	14	未積立債務期末残高	③
責任準備金に係る発生不足金	⑩		

- (A) 40 (B) 42 (C) 44 (D) 46 (E) 48

問題 16. \bar{a}_x と $\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x}$ の間に成立する不等式について、以下の空欄に当てはまる式または記号を解答用紙

の所定欄に記入せよ。(8点)

\bar{a}_x と $\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x}$ は、 $v(=\frac{1}{1+i})$ 、 i は予定利率) と生存者数 l_x ($t > 0$ に対して、 $l_x > l_{x+t}$ とする) 等の記号を用いて表すと、

$$\bar{a}_x = \int_0^{\omega-x} \boxed{\text{①}} dt \quad \dots\dots\text{(I)}$$

$$\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x} = \int_0^{\overset{\circ}{e}_x} \boxed{\text{②}} dt \quad \left(\overset{\circ}{e}_x = \int_0^{\omega-x} \boxed{\text{③}} dt \right) \quad \dots\dots\text{(II)}$$

となる。 $\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x}$ の右辺の積分範囲は $0 \sim \overset{\circ}{e}_x$ であるから、 $\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x}$ の右辺における t を、観察期間を u とした場合の平均生存年数に等しいと想定して、

$$t = \int_0^u \frac{\boxed{\text{④}}}{l_x} ds$$

とおくと、

$$dt = \boxed{\text{⑤}} du$$

となる。これを用いて II 式の右辺に置換積分を適用して、

$$\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x} = \int_0^{\overset{\circ}{e}_x} \boxed{\text{⑥}} \boxed{\text{⑦}} du \quad \dots\dots\text{(III)}$$

I 式と III 式から、 \bar{a}_x と $\bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x}$ の間には、以下の不等式が成立することが分かる。

$$\bar{a}_x \boxed{\text{⑧}} \bar{a}_{\overset{\circ}{e}_x}$$

問題 17. 以下の空欄に当てはまる式、記号、および数値を解答用紙の所定欄に記入せよ。③および⑤には正負いずれかの符号が入り、⑩については適切な文章を A または B から選んだうえで、空欄⑩に適切な数値を記入すること。数値については小数第 1 位を四捨五入し、整数で答えること。(11点)

Trowbridge モデルに基づく年金制度は開放基金方式で運営されており、定常状態にあるとする。定常状態における被保険者および年金受給者の年齢別構成人数($l_x^{(T)}$ 、 l_x)は以下のとおりとし、加入年齢は 55 歳、定年年齢は 60 歳、生存最終年齢は 64 歳、予定利率は 2.5%、被保険者 1 人あたりの保険料は 0.33731 とする。

$$l_x^{(T)} = 100 - 10 \times (x - 55), 55 \leq x \leq 59$$

$$l_x = 50 - 10 \times (x - 60), 60 \leq x \leq 64$$

このとき、定常状態における積立金は である。

ある年度以降、新規加入者が従前の 2 分の 1 となった。この年金制度は被保険者 1 人あたりの保険料を従前のまま変更しないものとしたとき、この年金制度のその後の財政状況を検証する。なお、新規加入者が 2 分の 1 となったこと以外、脱退率・死亡率・積立金の運用収益率などに変化はないものとする。

最初に新規加入者が 2 分の 1 になった年度を第 1 年度とすると、期初に x 歳 ($55 \leq x \leq 64$) の被保険者または受給者が最初に 2 分の 1 になるのは第 年度である。

したがって、第 年度から、保険料または給付額が従前の 2 分の 1 に減少するため、第 n 年度末の積立金 (ただし、 $n \geq 10$ とする) F_n は、新規加入者減少前の定常状態における積立金 F 、1 人当たりの標準保険料 P を用いて次のように表すことができる。

$$F_n = F \cdot \text{③} \cdot \sum_{x=55}^{59} P \cdot \frac{1}{2} \cdot l_x^{(T)} \cdot \text{④} \cdot \text{⑤} \cdot \sum_{x=60}^{64} \frac{1}{2} \cdot l_x \cdot \text{④}$$

$$= F \cdot \text{③} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ \sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} \cdot \text{⑥} \cdot (1+i)^{n-9} + \left(\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} \right) \cdot \text{⑦} \right\}$$

$$\text{⑤} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ \sum_{x=60}^{64} l_x \cdot \text{⑥} \cdot (1+i)^{n-9} + \left(\sum_{x=60}^{64} l_x \right) \cdot \text{⑦} \right\}$$

ここで、 $\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)}$ および $\sum_{x=60}^{64} l_x$ は定常状態における年間保険料総額および年間給付金総額であるから、

$$F \cdot (1+i)^{n-9} + \left(\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} - \sum_{x=60}^{64} l_x \right) \cdot \text{⑦} = \text{⑧}$$

という関係式が成立する。これを用いて F_n は、以下のとおり表される。

$$F_n = \frac{1}{2} \cdot F - \frac{1}{2} \cdot \boxed{\text{⑨}} \cdot (1+i)^{n-9}$$

これにより、

⑩ A. 積立金は $\boxed{\text{⑪}}$ に収束する。 B. 積立金は $\boxed{\text{⑪}}$ 年度に枯渇する。

なお、解答に当たっては以下の数値を使用してもよい。

t	$\ddot{s}_{\overline{t} }^{(i=2.5\%)}$	t	$\ddot{s}_{\overline{t} }^{(i=2.5\%)}$
1	1.02500	6	6.54743
2	2.07563	7	7.73612
3	3.15252	8	8.95452
4	4.25633	9	10.20338
5	5.38774	10	11.48347

t	1.025^t
5	1.13141
10	1.28008
20	1.63862
50	3.43711

問題 18. Trowbridge モデルにおいて定常状態における給付現価 S^P 、 S^a 、 S_{FS}^a 、 S^f は、各財政方式の

制度全体の保険料 ${}^P C$ 、 ${}^T C$ 、 ${}^U C$ 、 ${}^In C$ および v を用いてそれぞれどのように表せるか、解答用紙の所定の欄に記入せよ。(8点)

なお、記号の意味は次のとおりである。

S^P : 年金受給権者の給付現価

S^a : 在職中の被保険者の給付現価

S_{FS}^a : 在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価

S^f : 将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

v : $\frac{1}{1+i}$ (i は予定利率)

また、保険料 C の左肩添字は財政方式を表し、 P : 賦課方式、 T : 退職時年金現価積立方式、 U : 単位積立方式、 In : 加入時積立方式を表すものとする。

(1) $S^P = \boxed{\text{①}}$

(2) $S^a = \boxed{\text{②}}$

(3) $S_{FS}^a = \boxed{\text{③}}$

(4) $S^f = \boxed{\text{④}}$

問題 19. Trowbridge モデルに基づく年金制度が、加入年齢方式で定常状態にあるとする。このとき、積立金の額は、在職中の被保険者および年金受給者についての過去の保険料の元利合計から、年金受給者に過去に支払った年金額の元利合計を控除した額に等しくなることを証明せよ。なお、証明に当たっては、計算基数および以下の記号を用いよ。(12点)

x_e : 加入年齢

x_r : 定年年齢

ω : 生存最終年齢

$l_x^{(T)}$: 脱退残存表における x 歳の在職中の被保険者数

l_x : 生命表における x 歳の被保険者数

B : 制度全体の毎年度の給付額

${}^E C$: 制度全体の毎年度の保険料の額

${}^E P$: 被保険者 1 人当たりの保険料

L : 在職中の被保険者の総数

S^p : 年金受給権者の給付現価

S^a : 在職中の被保険者の給付現価

S^f : 将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

G^a : 在職中の被保険者の人数現価

G^f : 将来加入が見込まれる被保険者の人数現価

i : 予定利率

$$v = \frac{1}{1+i}, \quad d = 1-v$$

問題 20. 予定利率の変化と保険料の変化との関係についての以下の問いに答えよ。(16点)

給付現価または給与現価 $A(i)$ は予定利率 i を変数として次の算式で表わされる。

$$A(i) = \sum_t (1+i)^{-t} \cdot C(t)$$

i : 予定利率

$C(t)$: t 年後に発生が見込まれる給付または給与
 $A(i)$ に対し、平均割引期間 $D(i)$ を次のように定義する。

$$D(i) = \frac{\sum_t t \cdot (1+i)^{-t} \cdot C(t)}{\sum_t (1+i)^{-t} \cdot C(t)}$$

を定義する。

(1) $A(i)$ および $D(i)$ について、以下の関係が成立することを証明せよ。

$$\textcircled{1} \quad \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{A(i+\Delta i)}{A(i)}\right)}{\Delta i} = -\frac{1}{1+i} \cdot D(i)$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{A(i+\Delta i)}{A(i)}\right)}{\log\left(\frac{1+i+\Delta i}{1+i}\right)^{-D(i)}} = 1$$

(2) 加入年齢方式のある年金制度は、財政再計算期を迎え予定利率を再計算前の 2.5% から引き下げること検討しているため、予定利率を 2.5% と 2.0% とした場合で計算を行った。この結果得られた諸数値は以下のとおりである。なお、予定利率以外の計算の前提は同じである。

(単位：百万円)

	予定利率 2.5%	予定利率 2.0%
在職中の被保険者の給付現価	1,439	1,626
在職中の被保険者の給与現価	2,162	2,327
新規加入者 (x_e 歳) の加入時給付現価・給与現価(単年度分)		
給付現価	9.5	11.0
給与現価	95.2	105.0

上記の計算を行った後で、予定利率を 1.5% とすることも検討に加えた。ただし、予定利率を 1.5% とした場合の諸数値については、上記 2.0% と 2.5% の計算結果から推計値を求めることとした。

(1)②の結果は、 Δi が小さいときは

$$\frac{A(i + \Delta i)}{A(i)} \doteq \left(\frac{1 + i + \Delta i}{1 + i} \right)^{-D(i)}$$

となることを意味する。

これを利用して、上記諸数値のそれぞれについて予定利率 2.0%における平均割引期間を計算し、この平均割引期間と予定利率 2.0%の数値を基に、予定利率 1.5%における標準保険料率および特別保険料率(償却期間 15 年)を計算せよ。特別保険料率計算の基になる積立金残高・給与総額・15 年償却の年金現価率は以下のとおり。

積立金残高	1,105 百万円
給与総額	199 百万円
15 年償却の年金現価率 (予定利率 1.5%)	13.54338

なお、計算に当たっては、以下の数表を使用し、平均割引期間は年未満四捨五入、標準保険料率及び特別保険料率は%単位で小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求め、責任準備金はこの標準保険料率を基に計算し、百万円未満を四捨五入するものとする。また、答案には計算結果だけでなく、計算過程も記載すること。

x	$\left(\frac{1.025}{1.02}\right)^{-x}$	$\left(\frac{1.015}{1.02}\right)^{-x}$	x	$\left(\frac{1.025}{1.02}\right)^{-x}$	$\left(\frac{1.015}{1.02}\right)^{-x}$
10	0.95228	1.05037	23	0.89362	1.11966
11	0.94763	1.05554	24	0.88927	1.12517
12	0.94301	1.06074	25	0.88493	1.13072
13	0.93841	1.06597	26	0.88061	1.13629
14	0.93383	1.07122	27	0.87632	1.14188
15	0.92928	1.07649	28	0.87204	1.14751
16	0.92474	1.08180	29	0.86779	1.15316
17	0.92023	1.08713	30	0.86355	1.15884
18	0.91574	1.09248	31	0.85934	1.16455
19	0.91128	1.09786	32	0.85515	1.17029
20	0.90683	1.10327	33	0.85098	1.17605
21	0.90241	1.10871	34	0.84683	1.18184
22	0.89800	1.11417	35	0.84270	1.18767

以上

科目	年金数理	受験番号	社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	---------------

問題 1	問題 2	問題 3	問題 4	問題 5
C	D	B	B	C
問題 6	問題 7	問題 8	問題 9	問題 10
D	A	D	E	E
問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15
A	B	A	C	D

問 題	①	②	③	④
	$\frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot v^t$	v^t	$\frac{l_{x+t}}{l_x}$	l_{x+s}
16	⑤	⑥	⑦	⑧
	$\frac{l_{x+u}}{l_x}$	$\omega - x$	$\frac{l_{x+u}}{l_x} \cdot v^{\int_0^u l_{x+s} ds}$	$<$

問 題 17	①	②	③	④
	618	$x - 54$	—	$\ddot{s}_{\overline{n-(x-55)} }$
	⑤	⑥	⑦	⑧
	+	$\ddot{s}_{\overline{64-x} }$	$\ddot{s}_{\overline{n-9} }$	F
	⑨		⑩	⑪
$\left(\sum_{x=55}^{59} P \cdot l_x^{(T)} \cdot \ddot{s}_{\overline{64-x} } - \sum_{x=60}^{64} l_x \cdot \ddot{s}_{\overline{64-x} } - F \right)$			B	112

問 題 18	①	②	③	④
	$\frac{1}{1-v} \cdot ({}^P C - v \cdot {}^T C)$	$\frac{v}{1-v} \cdot ({}^T C - {}^{\ln} C)$	$\frac{1}{1-v} \cdot ({}^U C - v \cdot {}^{\ln} C)$	$\frac{v}{1-v} \cdot {}^{\ln} C$

科目	年金数理	受験番号	社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	---------------

問題 19 ←問題番号を記入すること。

極限方程式および ${}^E P = S^f / G^f$ より

$${}^E F = (B - {}^E C) / d = B/d - {}^E P \cdot L/d = S^p + S^a + S^f - {}^E P \cdot (G^a + G^f) = S^p + S^a - {}^E P \cdot G^a$$

ここで

$$\begin{aligned} S^a - {}^E P \cdot G^a &= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^E P \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} \right) \\ &= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left({}^E P \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} - \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} \right) \\ &= \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot {}^E P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} \frac{D_y}{D_x} \\ &= \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \sum_{y=x_e}^{x-1} l_y^{(T)} \cdot {}^E P \cdot (1+i)^{x-y} \end{aligned}$$

これは加入者が支払った保険料の元利合計を表している。

一方受給者の給付現価について、

$$\begin{aligned} S^p &= \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \sum_{y=x}^{\omega} \frac{D_y}{D_x} \\ &= \sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x \cdot \left(\sum_{y=x_r}^{\omega} \frac{D_y}{D_x} - \sum_{y=x_r}^{x-1} \frac{D_y}{D_x} \right) + l_{x_r} \cdot \sum_{y=x_r}^{\omega} \frac{D_y}{D_{x_r}} \\ &= \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \sum_{y=x_r}^{\omega} \frac{D_y}{D_x} - \sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x \cdot \sum_{y=x_r}^{x-1} \frac{D_y}{D_x} \\ &= \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \frac{D_{x_r}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{x_r} - \sum_{x=x_r+1}^{\omega} \sum_{y=x_r}^{x-1} l_y \cdot (1+i)^{x-y} \end{aligned}$$

この式の第 2 項は受給権者に今まで支払った給付の元利合計を表す。さらに第 1 項について

$$\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \frac{D_{x_r}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{x_r} = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot {}^E P \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} = \sum_{x=x_r}^{\omega} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^E P \cdot l_y \cdot (1+i)^{x-y}$$

となり、これは受給権者が定年まで支払った保険料の元利合計を表す。

したがって題意が示された。

科目	年金数理	受験番号	社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	---------------

問題 20 ←問題番号を記入すること。

(1)

$$\textcircled{1} \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{A(i+\Delta i)}{A(i)}\right)}{\Delta i} = \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\log(A(i+\Delta i)) - \log(A(i))}{\Delta i} = \frac{d}{di}(\log(A(i))) = \frac{1}{A(i)} \frac{dA(i)}{di}$$

$$= \frac{\sum_t (-t) \cdot (1+i)^{-t-1} \cdot C(t)}{\sum_t (1+i)^{-t} \cdot C(t)} = -\frac{1}{1+i} \cdot \frac{\sum_t t \cdot (1+i)^{-t} \cdot C(t)}{\sum_t (1+i)^{-t} \cdot C(t)} = -\frac{1}{1+i} \cdot D(i)$$

$$\textcircled{2} \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{A(i+\Delta i)}{A(i)}\right)}{\log\left(\frac{1+i+\Delta i}{1+i}\right)^{-D(i)}} = \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\log(A(i+\Delta i)) - \log(A(i))}{-D(i) \cdot \{\log(1+i+\Delta i) - \log(1+i)\}}$$

$$= -\frac{1}{D(i)} \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\frac{\log(A(i+\Delta i)) - \log(A(i))}{\Delta i}}{\frac{\log(1+i+\Delta i) - \log(1+i)}{\Delta i}} = -\frac{1}{D(i)} \cdot \frac{\frac{d}{di}(\log(A(i)))}{\frac{d}{di}(\log(1+i))} = -\frac{1}{D(i)} \cdot \left(-\frac{1}{1+i} \cdot D(i)\right) \cdot (1+i) = 1$$

(2) (1) ②の結果より、 $\frac{A(2.5\%)}{A(2.0\%)} \doteq \left(\frac{1.025}{1.02}\right)^{-D(2.0\%)}$ となるため、在職中の被保険者の給付現価および給与現価、

将来加入者の加入時給付現価・給与現価(単年度分)について $D(2.0\%)$ を求める。 $\left(\frac{1.015}{1.02}\right)^{-D(2.0\%)}$

さらに、 $A(1.5\%) \doteq A(2.0\%) \cdot \left(\frac{1.015}{1.02}\right)^{-D(2.0\%)}$ 予定利率 1.5% の数値を求める。

	$\frac{A(2.5\%)}{A(2.0\%)}$	$D(2.0\%)$	$\left(\frac{1.015}{1.02}\right)^{-D(2.0\%)}$	1.5% の給付現価
在職中の被保険者の給付現価	0.885	25	1.13072	1,839
在職中の被保険者の給与現価	0.929	15	1.07649	2,505
新規加入者の加入時給付現価(単年度分)	0.864	30	1.15884	12.7
新規加入者の加入時給与現価(単年度分)	0.907	20	1.10327	115.8

この数値を使用して、

標準保険料 = $12.7 \div 115.8 = 11.0\%$

責任準備金 = $1,839 - 11.0\% \times 2,505 = 1,563$

過去勤務債務 = $1,563 - 1,105 = 458$

特別保険料率 = $458 \div 13.54338 \div 199 = 17.0\%$