

## 基礎数理 (問題)

問題 1 . 次の ( 1 ) から ( 1 2 ) までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入しなさい。( 72 点 )

( 1 ) ある会社のある年度の時刻  $t$  における資産は、年度始を  $A(0)$ 、年度末を  $A(1)$  として

$A(t)=1+t^{0.5}$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) であり、その年度の利息収入は 0.05 であった。

資産は常に実利率  $i$  で利息を生むものとすれば、 $i$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

必要であれば、 $e^{0.01} = 1.01005$  を用いなさい。

- |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| (ア) 2.700% | (イ) 2.815% | (ウ) 2.930% | (エ) 3.045% |
| (オ) 3.160% | (カ) 3.275% | (キ) 3.390% | (ク) 3.505% |

( 2 )  $l_{x+t}$  ( $0 \leq x \leq \omega - 1, 0 \leq t \leq 1$ ) について、 $l_{x+t} = l_x - t \times (l_x - l_{x+1})$  という関係が成り立つ。

中央死亡率が年齢によらず  $\frac{2}{a}$  で、 ${}_2p_{30} = 0.96$  であるとき、 $a$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

- |          |          |           |           |
|----------|----------|-----------|-----------|
| (ア) 97.0 | (イ) 97.5 | (ウ) 98.0  | (エ) 98.5  |
| (オ) 99.0 | (カ) 99.5 | (キ) 100.0 | (ク) 100.5 |

( 3 ) 死力  $\mu_x$  ( $0 \leq x \leq \omega, \omega > 60$ ) が  $\mu_x = B \times c^x$  ( $B, c$  は定数、 $c \neq 1$ ) と表されるとき、 $p_{60}$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

必要であれば、 $p_{30} = e^{-0.010}$ 、 $p_{50} = e^{-0.040}$  を用いなさい。

- |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| (ア) $e^{-0.055}$ | (イ) $e^{-0.060}$ | (ウ) $e^{-0.065}$ | (エ) $e^{-0.070}$ |
| (オ) $e^{-0.075}$ | (カ) $e^{-0.080}$ | (キ) $e^{-0.085}$ | (ク) $e^{-0.090}$ |

(4) 次の ( ) ~ ( ) の保険または年金の予定利率、予定死亡率はすべて同じとする。

( )  $x$  歳加入、第 1 年度の死亡保険金額が  $n$ 、第 2 年度の死亡保険金額が  $n-1$  で、以下毎年度の死亡保険金額が 1 ずつ減少し、第  $n$  年度で死亡保険金額が 1 となる、保険期間  $n$  年、保険金年度末支払の累減定期保険の一時払純保険料  $(DA)_{x:\overline{n}|}^1$  が  $a$

( )  $x$  歳加入、第 1 年度の年金額が  $n$ 、第 2 年度の年金額が  $n-1$  で、以下毎年度の年金額が 1 ずつ減少し、第  $n$  年度で年金額が 1 となる、期間  $n$  年、年度始支払の有期生命累減年金の現価  $(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$  が  $b$

( )  $x$  歳加入、毎年度の年金額が 1、期間  $n$  年、年度末支払の有期生命年金の現価  $a_{x:\overline{n}|}$  が  $c$

このとき、予定利率を表わす式は次のうちどれか。

(ア)  $\frac{a}{a+b+c+n} - 1$     (イ)  $\frac{b}{a+b+c+n} - 1$     (ウ)  $\frac{c}{a+b+c+n} - 1$     (エ)  $\frac{a+b}{a+b+c+n} - 1$

(オ)  $\frac{a+c}{a+b+c+n} - 1$     (カ)  $\frac{b+c}{a+b+c+n} - 1$     (キ)  $\frac{a}{a+b+c-n} - 1$     (ク)  $\frac{b}{a+b+c-n} - 1$

(ケ)  $\frac{c}{a+b+c-n} - 1$     (コ)  $\frac{a+b}{a+b+c-n} - 1$     (サ)  $\frac{a+c}{a+b+c-n} - 1$     (シ)  $\frac{b+c}{a+b+c-n} - 1$

(5)  $x$  歳加入、保険期間  $2n$  年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払で、次の給付を行う保険の純保険料は、 $P = 0.09215$  である。

【給付内容】

死亡保険金：最初の  $n$  年間は 2、残りの  $n$  年間は 1

生存保険金： $n$  年経過時に 1、満期時に 1

また、 $x$  歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払の養老保険の純保険料は、保険期間が  $n$  年の場合、 $P_{x:\overline{n}|} = 0.09099$  であり、保険期間が  $2n$  年の場合、 $P_{x:\overline{2n}|} = 0.04204$  である。

このとき、予定利率の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率、予定死亡率はすべての保険で同じとする。

- (ア) 1.81%      (イ) 1.83%      (ウ) 1.85%      (エ) 1.87%  
 (オ) 1.89%      (カ) 1.91%      (キ) 1.93%      (ク) 1.95%

(6)  $x$ 歳加入、保険期間  $n$ 年、第  $t$ 年度 ( $1 \leq t \leq n$ ) に死亡した場合、第  $t$ 年度から第  $n$ 年度までの毎年度末に金額 1 の年金を支払う死亡保険の一時払純保険料が 0.2152 であるとき、

$x$ 歳加入、保険期間  $n$ 年、保険金年度末支払、第  $t$ 年度 ( $1 \leq t \leq n$ ) の死亡保険金額が  $\left(1 - \frac{\ddot{s}_{\overline{t}|}}{\ddot{s}_{\overline{n}|}}\right)$

( $\ddot{s}_{\overline{n}|}$ 、 $\ddot{s}_{\overline{t}|}$  の利率は予定利率と同じとする) の逓減定期保険の一時払純保険料に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率、予定死亡率は 2 つの保険で同じで、予定利率  $i = 2.0\%$  とする。

必要であれば、 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 16.4878$ 、 $A_{x:\overline{n}|}^1 = 0.6484$  を用いなさい。

- (ア) 0.0089      (イ) 0.0094      (ウ) 0.0099      (エ) 0.0104  
 (オ) 0.0109      (カ) 0.0114      (キ) 0.0119      (ク) 0.0124

(7)  $x$ 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払で、純保険料と保険金額が次の ( ) ( ) の終身保険がある。

	純保険料	保険金額
( )	最初の $n$ 年間は $P_1$ ( $n+1$ ) 年以降は $P_2$	1
( )	$P_1$	最初の $n$ 年間は 1 ( $n+1$ ) 年以降は 0.8

この ( ) ( ) の保険の第  $n$  年度末の純保険料式責任準備金が等しいとき、この値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率、予定死亡率は、( ) ( ) の保険で同じとする。

必要であれば、 $A_x = 0.4633$ 、 $A_{x+n} = 0.7527$ 、 $A_{x:\overline{n}|}^1 = 0.4476$ 、 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 21.7258$  を用いなさい。

- (ア) 0.3597      (イ) 0.3697      (ウ) 0.3797      (エ) 0.3897  
 (オ) 0.3997      (カ) 0.4097      (キ) 0.4197      (ク) 0.4297

(8)  $x$  歳加入、保険期間 3 年、保険料年払全期払込で、次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

- ・満期まで生存すれば、満期時に生存保険金 1 を支払う。
- ・満期までに死亡すれば、死亡した年度末に死亡保険金 1 と純保険料式責任準備金の合計を支払う。

予定利率  $i = 2\%$ 、 $q_x = 0.04$ 、 $q_{x+1} = 0.042$ 、 $q_{x+2} = 0.044$  のとき、この保険の純保険料に最も近いのは次のうちどれか。

- |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (ア) 0.345 | (イ) 0.349 | (ウ) 0.353 | (エ) 0.357 |
| (オ) 0.361 | (カ) 0.365 | (キ) 0.369 | (ク) 0.373 |

(9) 予定利率  $i'$  と  $i$  の間および予定死亡率  $q'_{x+t}$  と  $q_{x+t}$  ( $0 \leq t \leq n-1$ ) の間に

$$\begin{cases} i' = 1.003 \times i + 0.003 \\ q'_{x+t} = 1.003 \times q_{x+t} - 0.003 \end{cases}$$

という関係があるとする。

$x$  歳加入、保険期間  $n$  年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険の純保険料について、予定利率  $i'$  および予定死亡率  $q'_{x+t}$  に基づいて計算した場合を  $P'_{x:\overline{n}|}$ 、予定利率  $i$  および予定死亡率  $q_{x+t}$  に基づいて計算した場合を  $P_{x:\overline{n}|}$  とすると、純保険料の差  $P'_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n}|}$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

必要であれば、予定利率  $i$  および予定死亡率  $q_{x+t}$  に基づいて計算した現価率  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 19.48747$ 、

$A_{x:\overline{n}|} = 0.43240$  を用いなさい。

- |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| (ア) 0.00290 | (イ) 0.00295 | (ウ) 0.00300 | (エ) 0.00305 |
| (オ) 0.00310 | (カ) 0.00315 | (キ) 0.00320 | (ク) 0.00325 |

(10) 30歳加入、保険期間30年、保険料年払全期払込の生存保険で、満期まで生存すれば満期時に生存保険金1を支払い、満期までに死亡すればその年度末に既払込営業保険料を支払う保険の営業保険料に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、予定利率 $i = 2\%$ とし、予定新契約費は、新契約時にのみ生存保険金1に対し0.02および保険料払込のつど営業保険料1に対し0.05、予定集金費は保険料払込のつど営業保険料1に対し0.03、予定維持費は毎年度始に生存保険金1に対し0.001を徴収するものとする。

必要であれば、 $\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = 22.342$ 、 $A_{30:\overline{30}|}^1 = 0.505$ 、 $(I\ddot{a})_{30:\overline{30}|} = 309.384$ を用いなさい。

- |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| (ア) 0.0254 | (イ) 0.0258 | (ウ) 0.0262 | (エ) 0.0266 |
| (オ) 0.0270 | (カ) 0.0274 | (キ) 0.0278 | (ク) 0.0282 |

(11) 次の(ア)から(カ)のうち、 ${}_t|q_{xy}^2$ に等しい式をすべて選びなさい。

なお、等しい式が1つもないときは×を記入しなさい。

- |  |   |
|--|---|
| (ア) ${}_tq_{xy}^1 - {}_tP_x \times {}_tq_y$  | (イ) ${}_t q_x - {}_t q_{xy}^1$  |
| (ウ) ${}_t q_{xy}^1 - {}_t q_x + {}_t q_{xy}$ | (エ) ${}_t q_{xy}^1 + {}_t q_x \times {}_tq_y - {}_{t+1}P_x \times {}_t q_y$   |
| (オ) ${}_{t+1}q_{xy}^2 - {}_tq_{xy}$          | (カ) ${}_t q_{xy}^1 + {}_tP_x \times {}_tq_y - {}_{t+1}P_x \times {}_{t+1}q_y$ |

(12) 35歳の妻がいる40歳の夫が、60歳開始10年保証期間付終身年金(年度始支払、年金額1)に加入し、同時に次の年金を付加した。

【付加した年金の内容】

夫の60歳到達時に妻が生存していれば、保証期間経過後も夫の死後10年間は妻の生存中遺族年金(年度始支払、年金額1)を受け取ることができる。

加入時におけるこの2つの年金の現価の合計に最も近いのは次のうちどれか。

必要であれば、次の数値を用いなさい。ただし、夫と妻は異なる生命表に従うものとし、右肩にがついていない記号は夫の生命表に従うものおよび生命表に関係ないものであり、右肩にがついている記号は妻の生命表および夫と妻の連生生命表に従うものである。また、連合生命に関する記号は妻・夫の順である(例えば、 $\ddot{a}'_{65,60}$ は妻65歳、夫60歳の年度始支払の連生終身年金の現価率を表わす)。

$${}_{20}p_{40} = 0.9320, \quad {}_{10}p_{60} = 0.8972,$$

$$D_{40} = 599,235, \quad D_{60} = 375,836, \quad D_{70} = 276,627, \quad \ddot{a}_{70} = 12.9785, \quad \ddot{a}_{\overline{10}|} = 8.1720,$$

$$D'_{35} = 669,166, \quad D'_{65} = 351,887, \quad \ddot{a}'_{65,60} = 15.8280, \quad \ddot{a}'_{65,70} = 12.3118$$

- |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| (ア) 12.5603 | (イ) 12.8603 | (ウ) 13.1603 | (エ) 13.4603 |
| (オ) 13.7603 | (カ) 14.0603 | (キ) 14.3603 | (ク) 14.6603 |

問題 2 . 次の ( 1 ) から ( 3 ) までの各問について、空欄にあてはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入しなさい。ただし、( 1 ) の空欄、          については、あてはまる最も適切な数値を、指定の解答用紙の所定欄に記入しなさい。なお、選択肢の中から 1 つを選ぶ場合、同じ選択肢を複数回用いてもよい。( 28 点 )

( 1 ) 人口が定常状態であり、かつ死力が年齢に関係なく一定、すなわち  $\mu_x = c$  ( $x \geq 0, c > 0$ ) であったある国家で、死力はそのままで出生数が毎年前年の  $e^{-c}$  倍にて等比数列的に減少し始めた。このとき、次の ( ) ~ ( ) の時点における、65 歳以上人口の 20 歳以上 60 歳未満人口に対する比率を、それぞれ  $c$  を用いた算式で表わすと、

( ) 定常状態時の  $\frac{65\text{歳以上人口}}{20\text{歳以上60歳未満人口}} = \frac{1}{\boxed{\phantom{00}} \times (\boxed{\phantom{00}} - 1)}$

( ) 出生数が減少し始めて 30 年後の  $\frac{65\text{歳以上人口}}{20\text{歳以上60歳未満人口}}$   
 $= \frac{1}{\boxed{\phantom{00}} \times \{ \boxed{\phantom{00}} \times (\boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} \times \boxed{\phantom{00}}) - 1 \}}$

( ) 出生数が減少し始めて 60 年後の  $\frac{65\text{歳以上人口}}{20\text{歳以上60歳未満人口}}$   
 $= \frac{1}{\boxed{\phantom{00}} \times \boxed{\phantom{00}} \times (1 - \boxed{\phantom{00}})}$

( ) 出生数が減少し始めて 90 年後の  $\frac{65\text{歳以上人口}}{20\text{歳以上60歳未満人口}} = \frac{\boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} \times \boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}} \times (1 - \boxed{\phantom{00}})}$

となる。

ここで、 $e^{-c} = 0.98$  とすると、65 歳以上人口の 20 歳以上 60 歳未満人口に対する比率は、

( ) 定常状態時の値 =  $\boxed{\phantom{00}}$  (小数第 4 位四捨五入) から、

( ) 出生数が減少し始めて 90 年後の値 =  $\boxed{\phantom{00}}$  (小数第 4 位四捨五入) へ

大幅に増加することがわかる。必要であれば、 $0.98^{40} = 0.44570$  を用いなさい。

【空欄 ~ の選択肢】

- |               |               |               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| (ア) $e^{-3c}$ | (イ) $e^{-2c}$ | (ウ) $e^{-c}$  | (エ) $e^c$     | (オ) $e^{2c}$  | (カ) $e^{3c}$  | (キ) $e^{5c}$  |
| (ク) $e^{6c}$  | (ケ) $e^{9c}$  | (コ) $e^{10c}$ | (サ) $e^{20c}$ | (シ) $e^{30c}$ | (ス) $e^{40c}$ | (セ) $e^{60c}$ |
| (ソ) $e^{65c}$ | (タ) $e^{90c}$ | (チ) 9         | (ツ) 10        | (テ) 11        | (ト) 12        | (ナ) 20        |
| (ニ) 25        | (ヌ) 26        | (ネ) 27        | (ノ) 28        | (ハ) 29        | (ヒ) 30        | (フ) 40        |
| (ヘ) 60        | (ホ) 90        |               |               |               |               |               |

(2)  $x$  歳加入、保険期間  $n$  年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険がある。

$A_{x:n} = a$ 、 ${}_1V_{x:n}^{[z]} = b$ 、 $p_x = c$  とするとき、全期チルメル式責任準備金のチルメル割合  $\alpha$  は、

$a$ 、 $b$ 、 $c$  および現価率  $v$  を用いて、

$$\alpha = \frac{(1 - \boxed{\phantom{00}}) \times (1 - \boxed{\phantom{00}}) \times \boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}}} - 1$$

となる。

- |                           |                           |                           |                           |                                    |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------------------|
| (ア) $a$                   | (イ) $b$                   | (ウ) $c$                   | (エ) $v$                   | (オ) $a \times b$                   |
| (カ) $a \times c$          | (キ) $a \times v$          | (ク) $b \times c$          | (ケ) $b \times v$          | (コ) $c \times v$                   |
| (サ) $a \times b \times c$ | (シ) $a \times b \times v$ | (ス) $a \times c \times v$ | (セ) $b \times c \times v$ | (ソ) $a \times b \times c \times v$ |

(3) 以下のような死亡・就業不能脱退残存表がある。

・主集団として就業者の集団をとり、それからの脱退原因には死亡と就業不能の 2 つがある (2 重脱退残存表)

・副集団として就業不能者の集団をとり、その副集団からの脱退原因は死亡のみとする。

また、瞬間死亡率および瞬間就業不能率は、すべて年齢に関係なく一定で、次のとおりとする。

- ・就業者の瞬間死亡率： $\mu^{ad}$
- ・就業者の瞬間就業不能率： $\mu^{ai}$
- ・就業不能者の瞬間死亡率： $\mu^{id}$

このとき、 $x$  歳の就業者が  $t$  年以内に、就業不能となってから死亡する確率  ${}_tq_x^{ai}$  を求める。

まず、 ${}_s p_x^{aa} = e^{-\boxed{\phantom{00}} \times s}$ 、 ${}_s q_x^i = 1 - e^{-\boxed{\phantom{00}} \times s}$  であり、次に、 ${}_t q_x^{ai}$  は  $x$  歳の就業者が時点  $s$  で就業不能となり、かつ期間  $[s, t]$  の間に死亡する確率を、 $s$  に関して期間  $[0, t]$  の間で合計したものであるから、これらより、

$${}_t q_x^{ai} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{(\boxed{\phantom{00}}) \times (\boxed{\phantom{00}})} \times e^{-\boxed{\phantom{00}} \times t} - \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \times e^{-\boxed{\phantom{00}} \times t}$$

となることがわかる。

- |                                      |  |                                       |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| (ア) $\mu^{ad}$                       | (イ) $\mu^{ai}$                                 | (ウ) $\mu^{id}$                        |
| (エ) $\mu^{ad} + \mu^{ai}$            | (オ) $\mu^{ad} + \mu^{id}$                      | (カ) $\mu^{ai} + \mu^{id}$             |
| (キ) $\mu^{ad} + \mu^{ai} + \mu^{id}$ | (ク) $-\mu^{ad} + \mu^{ai} + \mu^{id}$          | (ケ) $\mu^{ad} - \mu^{ai} + \mu^{id}$  |
| (コ) $\mu^{ad} + \mu^{ai} - \mu^{id}$ | (サ) $-\mu^{ad} - \mu^{ai} + \mu^{id}$          | (シ) $-\mu^{ad} + \mu^{ai} - \mu^{id}$ |
| (ス) $\mu^{ad} - \mu^{ai} - \mu^{id}$ | (セ) $\mu^{ad} \times \mu^{ai}$                 | (ソ) $\mu^{ad} \times \mu^{id}$        |
| (タ) $\mu^{ai} \times \mu^{id}$       | (チ) $\mu^{ad} \times \mu^{ai} \times \mu^{id}$ |                                       |



科目	基礎数理	受験番号	社団法人 日本年金数理人会
----	------	------	---------------

## 問題 1

( 1 )	( 2 )	( 3 )	( 4 )	( 5 )	( 6 )	( 7 )
( エ )	( ウ )	( カ )	( ク )	( イ )	( カ )	( キ )
( 8 )	( 9 )	( 10 )	( 11 )			( 12 )
( オ )	( ア )	( ク )	( イ ) ( エ ) ( カ )			( エ )

## 問題 2

( 1 )	( キ )	( ス )	( シ )	( テ )
	( ツ )	( ウ )	( フ )	( ヌ )
	( ニ )	0.727		1.875
( 2 )	( エ )	( ア )	( イ )	( コ )
( 3 )	( エ )	( ウ )	( エ )	( イ )
	( エ )	( コ )	( タ )	( コ )
	( イ )	【 と は順不同】		