基礎数理Ⅰ（問題）

問題１．次の（１）から（８）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入せよ。なお、必要であれば（付表）に記載された数値を用いよ。（40 点）

（１）　3 個のさいころを同時に投げる。このとき、

さいころの目の和が 12 になる確率は $\dfrac{\boxed{\quad ① \quad}}{216}$ であり、

さいころの目の和が 12 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\quad ② \quad}}{216}$ である。

（ア）　19	（イ）　22	（ウ）　24	（エ）　25	（オ）　28
（カ）　147	（キ）　150	（ク）　160	（ケ）　166	（コ）　169

（２）　あるシステム S_1、S_2、S_3 の寿命 X_1、X_2、X_3 は確率変数であって、独立でそれぞれが次の指数分布に従っているとする。

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0)\\ 0 & (x<0)\end{cases}\quad (\lambda\ ：一定数であり、\lambda>0)$$

S_1、S_2、S_3 が並列で結合されている場合、どれかが稼動していればシステム全体としては稼動することとなるが、その場合のシステム全体の寿命を表す確率変数を Y とする。

このとき、Y の平均は $\boxed{\quad ① \quad}$ となる。

S_1、S_2、S_3 が直列で結合されている場合、3 つのシステム全てが稼動していなければシステム全体としては稼動しないこととなるが、その場合のシステム全体の寿命を表す確率変数を Z とする。

このとき、Z の平均は $\boxed{\quad ② \quad}$ となる。

（ア）　$\dfrac{1}{5\lambda}$	（イ）　$\dfrac{1}{4\lambda}$	（ウ）　$\dfrac{1}{3\lambda}$	（エ）　$\dfrac{1}{2\lambda}$	（オ）　$\dfrac{3}{2\lambda}$
（カ）　$\dfrac{5}{3\lambda}$	（キ）　$\dfrac{11}{6\lambda}$	（ク）　$\dfrac{2}{\lambda}$	（ケ）　$\dfrac{13}{6\lambda}$	（コ）　$\dfrac{7}{3\lambda}$

（3）　確率密度関数 $f(x)=\begin{cases} x & (0<x<1) \\ 2-x & (1\leq x<2) \end{cases}$ で与えられる確率分布の積率母関数 $M(t)$ は $\boxed{\quad ①\quad}$ である。

（ア）$\dfrac{1}{t}$　（イ）$\dfrac{e^t}{t}$　（ウ）$\dfrac{e^{2t}}{t}$　（エ）$\dfrac{e^t-1}{t}$　（オ）$\dfrac{(e^t-1)^2}{t}$

（カ）$\dfrac{1}{t^2}$　（キ）$\dfrac{e^t}{t^2}$　（ク）$\dfrac{e^{2t}}{t^2}$　（ケ）$\dfrac{e^t-1}{t^2}$　（コ）$\dfrac{(e^t-1)^2}{t^2}$

（4）　ある店で買った 10 個の卵の重さ（単位 g）を計ったところ、次の結果が得られた。

65.1,　67.5,　71.5,　68.4,　70.1,　72.2,　68.7,　69.3,　70.6,　67.1

この店で売られている卵全体を正規母集団とした場合、これらの標本値から得られる母平均の最小分散不偏推定量の値は $\boxed{\quad ①\quad}$ であり、不偏分散の値は $\boxed{\quad ②\quad}$ である。

①および②の答えに最も近いものを以下の選択肢よりそれぞれ選べ。

＜①の選択肢＞

（ア）64.6　（イ）65.1　（ウ）65.6　（エ）66.1　（オ）66.6

（カ）67.1　（キ）67.6　（ク）68.1　（ケ）68.6　（コ）69.1

＜②の選択肢＞

（ア）3.8　（イ）4.0　（ウ）4.2　（エ）4.4　（オ）4.6

（カ）4.8　（キ）5.0　（ク）5.2　（ケ）5.4　（コ）5.6

（5） あるコインについて、投げたときに表の出る確率 p と裏の出る確率 $q=1-p$ が等しい（つまり、$p=0.5$）という仮説（帰無仮説）が間違っていないか検証（仮説検定）したい。何回かコインを振って、そのうちで表が出た回数によって帰無仮説を棄却するか帰無仮説を採択するかを決める。コインを振る回数を 13 回とし、実験の結果表が出た回数を表す確率変数を X とし、その実現値を x とする。

表の出る回数 x が定数 c 以上という範囲（棄却域）であれば、帰無仮説を棄却することにする。帰無仮説が正しいとしたときに、$P(X \geq c) \leq 0.05$ を満たす最小の整数値 c の値は $\boxed{\quad ① \quad}$ である。

（ア）	4	（イ）	5	（ウ）	6	（エ）	7	（オ）	8
（カ）	9	（キ）	10	（ク）	11	（ケ）	12	（コ）	13

（6） ある保険会社が元受けで引き受けている契約集団のクレーム総額 Y は

$$f(y)=0.02\left(1-\frac{y}{100}\right) \qquad (0<y<100)$$

を確率密度関数に持つ分布に従う。

この保険会社がエクセスポイント 40 のリスクを 80%比例で出再した場合のネット再保険料は、$\boxed{\quad ① \quad}$ である。答えに最も近いものを以下の選択肢より選べ。

<table>
<tr><td>20%</td><td>80%（出再部分）</td></tr>
<tr><td colspan="2">40</td></tr>
</table>

（ア）	3.20	（イ）	3.82	（ウ）	4.28	（エ）	4.98	（オ）	5.24
（カ）	5.76	（キ）	6.24	（ク）	6.78	（ケ）	7.20	（コ）	9.00

（7） つぼの中に赤球N_1個、白球N_2個、合計$N = N_1 + N_2$個の球が入っている。この中から球をひとつずつ計n個の球を取り出す。

このとき、

i番目の球が赤の場合：$X_i = 1$

i番目の球が白の場合：$X_i = 0$

とすると、

平均$E(X_i) = \dfrac{\boxed{①}}{\boxed{②}}$、分散$V(X_i) = \dfrac{\boxed{③}}{\boxed{④}}$

共分散$Cov\ (X_i, X_j) = \dfrac{\boxed{⑤}}{\boxed{⑥}}$　　$(i \neq j)$

となる。

（ア）	N_1	（イ）	$-N_1$	（ウ）	N	（エ）	$-NN_1$	（オ）	$N - N_1$
（カ）	N_1^2	（キ）	N^2	（ク）	$(N - N_1)^2$	（ケ）	$N - 1$	（コ）	$N - 2$
（サ）	$N(N - N_1)$	（シ）	$N_1(N - N_1)$	（ス）	$-N(N - N_1)$	（セ）	$-N_1(N - N_1)$		
（ソ）	$N^2(N - N_1)$	（タ）	$N_1^2(N - N_1)$	（チ）	$N(N - 1)$	（ツ）	$N(N - 2)$		
（テ）	$N^2(N - 1)$	（ト）	$N^2(N - 2)$						

（8）　次のデータは 10 組の父子の身長を測定したものである。子の身長(y)の父の身長(x)への回帰直線 $y = A + Bx$ とすると、$A =$ $\boxed{\quad ① \quad}$ 、$B =$ $\boxed{\quad ② \quad}$ である。
また、A の信頼係数 95%の信頼区間は $\boxed{\quad ③ \quad}$ である。
①から③の答えに最も近いものを以下の選択肢よりそれぞれ選べ。

父子の身長（単位：cm）

父の身長 (x)	175.2	175.5	167.4	169.2	156.6
子の身長 (y)	185.0	182.9	176.9	173.3	166.7
父の身長 (x)	168.8	169.6	178.7	174.7	163.9
子の身長 (y)	173.3	181.2	175.1	182.9	167.5

＜①の選択肢＞

（ア）41.28　（イ）43.18　（ウ）46.15　（エ）48.40　（オ）51.32
（カ）53.75　（キ）56.90　（ク）60.37　（ケ）63.89　（コ）65.47

＜②の選択肢＞

（ア）0.57　（イ）0.60　（ウ）0.65　（エ）0.69　（オ）0.72
（カ）0.75　（キ）0.80　（ク）0.83　（ケ）0.87　（コ）0.93

＜③の選択肢＞

（ア）$[-17.50,\quad 100.06]$　（イ）$[-21.52,\quad 129.02]$　（ウ）$[-37.51,\quad 140.15]$
（エ）$[-41.37,\quad 138.17]$　（オ）$[-65.47,\quad 186.21]$　（カ）$[7.50,\quad 113.24]$
（キ）$[14.80,\quad 67.76]$　（ク）$[24.80,\quad 82.70]$　（ケ）$[30.72,\quad 66.08]$
（コ）$[38.24,\quad 82.50]$

問題２．次の（１）から（８）までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、必要であれば（付表）に記載された数値を用いよ。(60 点)

（１）　2 つの数が、区間$[0,1]$の中から、ランダムかつ独立に選ばれた。小さいほうの数が$1/3$以下となる条件のもと、大きいほうの数が$3/4$以上となる確率は $\boxed{①}$ である。

確率変数X の確率密度関数が $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-x} & (x\geq 0)\\ \dfrac{1}{2}e^{x} & (x<0)\end{cases}$ で与えられている場合に、

$Y=X^2$が従う確率密度関数$g(y)$は$g(y)=\begin{cases}\boxed{②} & (y>0)\\ 0 & (y\leq 0)\end{cases}$ である。

（２）　あるチョコレート菓子には、1 個につきn種類のカードのうちのどれか 1 種類が封入されているが、このn種類のカードを全種類集めればさらに別に景品がもらえるものとする。現時点で何もカードを持っていないとした場合、景品をもらうためには平均 $\boxed{①}$ 個のチョコレート菓子を買えばよい。ただし，n種類のカードは均等に封入されているものとする。

（３）　標準コーシー分布に従う確率変数X の特性関数$\phi_X(t)$を以下の方法によって求める（確率変数Y_1,Y_2が互いに独立で、どちらも平均0、標準偏差1の標準正規分布に従うとき、Y_1/Y_2 が従う分布が標準コーシー分布である。）。

標準コーシー分布の確率密度関数は$f(x)=$ $\boxed{①}$ となる。

よって、特性関数$\phi_X(t)$は

$\phi_X(t)=E[e^{itX}]=E[$ $\boxed{②}$ $]+iE[$ $\boxed{③}$ $]$

であることから

$$\phi_X(t)=E[e^{itX}]=\int_{-\infty}^{\infty}\boxed{④}\,dx+i\int_{-\infty}^{\infty}\boxed{⑤}\,dx$$

$$=\int_0^{\infty}\boxed{⑥}\,dx$$

ここで、$\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{\cos ax}{b^2+x^2}dx=\frac{\pi}{2b}e^{-|a|b},b>0$ という等式を用いると

$\phi_X(t)=$ $\boxed{⑦}$ となる。

（4）　会社 A と会社 B が合併することとなった。それぞれの会社の従業員の障害保険の年間クレーム総額は、下表のパラメータを持つ複合ポアソン分布に従うことが判明している。このとき、正規近似を用いて、合併後の会社の年間クレーム総額 S の信頼係数 90%の信頼区間を求めたい。

	クレーム件数のパラメータ	クレーム額の確率密度関数
会社 A	$\lambda_A = 4$	$f_A(x) = e^{-x}$
会社 B	$\lambda_B = 8$	$f_B(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}$

合併後の年間クレーム総額 S のクレーム件数のパラメータ、クレーム額の確率密度関数を、それぞれ λ , $g(x)$ とする。複合ポアソン分布の性質から

$\lambda =$ $\boxed{①}$,　$g(x) =$ $\boxed{②}$ である。

そこで、まずクレーム件数 N 、クレーム額 X のモーメントを計算すると

$E(N) = V(N) = \lambda =$ $\boxed{①}$,

$E(X) = \int_0^\infty xg(x)dx =$ $\boxed{③}$,　$E(X^2) = \int_0^\infty x^2 g(x)dx =$ $\boxed{④}$ となるので、

$E(S) =$ $\boxed{⑤}$, $V(S) =$ $\boxed{⑥}$ である。したがって、合併後の年間クレーム総額 S の信頼係数 90% の信頼区間は、正規近似により、

$\boxed{⑦} \le S \le \boxed{⑧}$ である。

（⑦、⑧は小数第 2 位を四捨五入せよ。）

（5） 表１はあるドライバー集団の１年間の事故実績である。ドライバーの１年当たりの事故回数の確率は、$f(y)=\binom{4}{y}p^{y}(1-p)^{4-y}$ $(y=0,1,2,3,4)$ の二項分布に従っているとする。

最尤法によりパラメータ p を推定すると、最尤推定値 $\hat{p}$ は ［ ① ］ である。
推定値 $\hat{p}$ の適合度を χ^2 検定で確かめる（なお、検定に当たっては、事故回数２回以上のデータはプールするものとする。）。
帰無仮説 $H_0: p=\hat{p}$ のもとでは
事故回数０回のドライバー数の理論値＝ ［ ② ］、
事故回数１回のドライバー数の理論値＝ ［ ③ ］ であり、

$$T=\frac{(Y_0-\boxed{②})^2}{\boxed{②}}+\frac{(Y_1-\boxed{③})^2}{\boxed{③}}+\frac{(Y_{\geq 2}-\boxed{④})^2}{\boxed{④}}$$ は

自由度 ［ ⑤ ］ の χ^2 分布に従う（ただし、Y_i は事故回数 i 回 $(i=0,1)$ のドライバー数の、$Y_{\geq 2}$ は事故回数２回以上のドライバー数の標本変量)。T の実現値は ［ ⑥ ］ であるため、有意水準5% では、推定値 $\hat{p}$ は ［ ⑦ ］ 。

（②、③は小数第１位を四捨五入し、その結果を以下の計算に用いること。⑥は小数第４位を四捨五入し、⑦は「適合しない」「適合しないとはいえない」のいずれかから選択せよ。）

（表１）

事故回数	ドライバー数
0　回	9,047 人
1　回	909 人
2　回	42 人
3　回	2 人
4　回以上	0 人
合計	10,000 人

（6）　ある音楽コンサートの入場チケットについて、コンサート運営管理会社がそのチケットに1番から N 番までの通し番号をつけて発売したという。ある日に、第三者がそのコンサートの入場者数を知りたいとの興味から、そのコンサートの入場者からランダムに 50 枚を抽出して通し番号の和を求めた。その和は 240,000 であったという。

抽出した通し番号の平均を $\overline{X}$ とする。$\overline{X}$ の平均値 μ は、N を用いて $\boxed{\quad ① \quad}$ と表すことができる。したがって、今回抽出した通し番号の平均値 $\overline{x} = 240{,}000/50 = 4{,}800$ から、
$N =$ $\boxed{\quad ② \quad}$ と推定される。

また、$\overline{X}$ の分散 σ^2 は、有限修正係数を無視すると、N を用いて $\boxed{\quad ③ \quad}$ と表すことができる。σ に②を代入した値を用いた上で、正規近似により μ の信頼係数 95%の信頼区間を推定すると、
（ $\boxed{\quad ④ \quad}$, $\boxed{\quad ⑤ \quad}$ ）となることから、N の信頼係数 95%の信頼区間は
（ $\boxed{\quad ⑥ \quad}$, $\boxed{\quad ⑦ \quad}$ ）と推定される。

（②、⑥、⑦は最も近い整数値を記入し、④、⑤は小数第 3 位を四捨五入せよ。なお、当日には、発売されたチケットを入手した者全員が会場に来場したものとする。）

（7）　ある日の翌日の天気（晴れ・曇り・雨）が、以下のとおり、その日の天気のみに依存すると仮定する。

・晴れの日の翌日が晴れる確率は 0.3、曇りの確率は 0.6、雨の確率は 0.1
・曇りの日の翌日が晴れる確率は 0.3、曇りの確率は 0.5、雨の確率は 0.2
・雨の日の翌日が晴れる確率は 0.1、曇りの確率は 0.7、雨の確率は 0.2

このとき、晴れの日の 3 日後が晴れる確率は $\boxed{\quad ① \quad}$ となる。
また、十分遠い将来を想定した場合に、天気（晴れ・曇り・雨）は一定の割合に収束するものと考えられる。このうち雨の日の割合は $\boxed{\quad ② \quad}$ となる。
（①、②は小数第 3 位を四捨五入せよ。）

（8） ある保険会社は

クレーム件数 N の期待値：6.7、標準偏差：2.3

クレーム額 X の期待値　：179、標準偏差：521

のポートフォリオを保有している。

保険会社はこのポートフォリオの保険金支払いに備えて、年間クレーム総額の期待値の 20%に当たるファンドを期初のサープラスとして保有し、保険料収入は期待値どおりとした。

このとき、年間クレーム総額の期待値は $\boxed{\quad ① \quad}$ 、標準偏差は $\boxed{\quad ② \quad}$ である。

ここで、正規近似を用いて 1 年後の期末のサープラスが負になる確率を計算すると $\boxed{\quad ③ \quad}$ である。

この確率を 10%未満にするために期初のサープラスとして最低限必要なファンドは年間クレーム総額の期待値の $\boxed{\quad ④ \quad}$ となる。

（①、②は小数第 2 位を四捨五入、④はパーセント表示で小数第 2 位を四捨五入せよ。また、③は付表内の最も近い数値をそのまま記入せよ。）

（付表）

１．標準正規分布表（上側ε点$u(\varepsilon)$から確率εを求める表）

	*=0	*=1	*=2	*=3	*=4	*=5	*=6	*=7	*=8	*=9
0.0*	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1*	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2*	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3*	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4*	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5*	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6*	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7*	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8*	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9*	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0*	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1*	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2*	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3*	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4*	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5*	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6*	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7*	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8*	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9*	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0*	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1*	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2*	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3*	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4*	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5*	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6*	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7*	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8*	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9*	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014

２．逆標準正規分布表（確率εから上側ε点$u(\varepsilon)$を求める表）

	*=0	*=1	*=2	*=3	*=4	*=5	*=6	*=7	*=8	*=9
0.00*	∞	3.0902	2.8782	2.7478	2.6521	2.5758	2.5121	2.4573	2.4089	2.3656
0.01*	2.3263	2.2904	2.2571	2.2262	2.1973	2.1701	2.1444	2.1201	2.0969	2.0749
0.02*	2.0537	2.0335	2.0141	1.9954	1.9774	1.9600	1.9431	1.9268	1.9110	1.8957
0.03*	1.8808	1.8663	1.8522	1.8384	1.8250	1.8119	1.7991	1.7866	1.7744	1.7624
0.04*	1.7507	1.7392	1.7279	1.7169	1.7060	1.6954	1.6849	1.6747	1.6646	1.6546
0.05*	1.6449	1.6352	1.6258	1.6164	1.6072	1.5982	1.5893	1.5805	1.5718	1.5632
0.06*	1.5548	1.5464	1.5382	1.5301	1.5220	1.5141	1.5063	1.4985	1.4909	1.4833
0.07*	1.4758	1.4684	1.4611	1.4538	1.4466	1.4395	1.4325	1.4255	1.4187	1.4118
0.08*	1.4051	1.3984	1.3917	1.3852	1.3787	1.3722	1.3658	1.3595	1.3532	1.3469
0.09*	1.3408	1.3346	1.3285	1.3225	1.3165	1.3106	1.3047	1.2988	1.2930	1.2873
0.10*	1.2816	1.2759	1.2702	1.2646	1.2591	1.2536	1.2481	1.2426	1.2372	1.2319
0.11*	1.2265	1.2212	1.2160	1.2107	1.2055	1.2004	1.1952	1.1901	1.1850	1.1800
0.12*	1.1750	1.1700	1.1650	1.1601	1.1552	1.1503	1.1455	1.1407	1.1359	1.1311
0.13*	1.1264	1.1217	1.1170	1.1123	1.1077	1.1031	1.0985	1.0939	1.0893	1.0848
0.14*	1.0803	1.0758	1.0714	1.0669	1.0625	1.0581	1.0537	1.0494	1.0450	1.0407
0.15*	1.0364	1.0322	1.0279	1.0237	1.0194	1.0152	1.0110	1.0069	1.0027	0.9986
0.16*	0.9945	0.9904	0.9863	0.9822	0.9782	0.9741	0.9701	0.9661	0.9621	0.9581
0.17*	0.9542	0.9502	0.9463	0.9424	0.9385	0.9346	0.9307	0.9269	0.9230	0.9192
0.18*	0.9154	0.9116	0.9078	0.9040	0.9002	0.8965	0.8927	0.8890	0.8853	0.8816
0.19*	0.8779	0.8742	0.8705	0.8669	0.8633	0.8596	0.8560	0.8524	0.8488	0.8452
0.20*	0.8416	0.8381	0.8345	0.8310	0.8274	0.8239	0.8204	0.8169	0.8134	0.8099
0.21*	0.8064	0.8030	0.7995	0.7961	0.7926	0.7892	0.7858	0.7824	0.7790	0.7756
0.22*	0.7722	0.7688	0.7655	0.7621	0.7588	0.7554	0.7521	0.7488	0.7454	0.7421
0.23*	0.7388	0.7356	0.7323	0.7290	0.7257	0.7225	0.7192	0.7160	0.7128	0.7095
0.24*	0.7063	0.7031	0.6999	0.6967	0.6935	0.6903	0.6871	0.6840	0.6808	0.6776
0.25*	0.6745	0.6713	0.6682	0.6651	0.6620	0.6588	0.6557	0.6526	0.6495	0.6464
0.26*	0.6433	0.6403	0.6372	0.6341	0.6311	0.6280	0.6250	0.6219	0.6189	0.6158
0.27*	0.6128	0.6098	0.6068	0.6038	0.6008	0.5978	0.5948	0.5918	0.5888	0.5858
0.28*	0.5828	0.5799	0.5769	0.5740	0.5710	0.5681	0.5651	0.5622	0.5592	0.5563
0.29*	0.5534	0.5505	0.5476	0.5446	0.5417	0.5388	0.5359	0.5330	0.5302	0.5273
0.30*	0.5244	0.5215	0.5187	0.5158	0.5129	0.5101	0.5072	0.5044	0.5015	0.4987
0.31*	0.4959	0.4930	0.4902	0.4874	0.4845	0.4817	0.4789	0.4761	0.4733	0.4705
0.32*	0.4677	0.4649	0.4621	0.4593	0.4565	0.4538	0.4510	0.4482	0.4454	0.4427
0.33*	0.4399	0.4372	0.4344	0.4316	0.4289	0.4261	0.4234	0.4207	0.4179	0.4152
0.34*	0.4125	0.4097	0.4070	0.4043	0.4016	0.3989	0.3961	0.3934	0.3907	0.3880
0.35*	0.3853	0.3826	0.3799	0.3772	0.3745	0.3719	0.3692	0.3665	0.3638	0.3611
0.36*	0.3585	0.3558	0.3531	0.3505	0.3478	0.3451	0.3425	0.3398	0.3372	0.3345
0.37*	0.3319	0.3292	0.3266	0.3239	0.3213	0.3186	0.3160	0.3134	0.3107	0.3081
0.38*	0.3055	0.3029	0.3002	0.2976	0.2950	0.2924	0.2898	0.2871	0.2845	0.2819
0.39*	0.2793	0.2767	0.2741	0.2715	0.2689	0.2663	0.2637	0.2611	0.2585	0.2559
0.40*	0.2533	0.2508	0.2482	0.2456	0.2430	0.2404	0.2378	0.2353	0.2327	0.2301
0.41*	0.2275	0.2250	0.2224	0.2198	0.2173	0.2147	0.2121	0.2096	0.2070	0.2045
0.42*	0.2019	0.1993	0.1968	0.1942	0.1917	0.1891	0.1866	0.1840	0.1815	0.1789
0.43*	0.1764	0.1738	0.1713	0.1687	0.1662	0.1637	0.1611	0.1586	0.1560	0.1535
0.44*	0.1510	0.1484	0.1459	0.1434	0.1408	0.1383	0.1358	0.1332	0.1307	0.1282
0.45*	0.1257	0.1231	0.1206	0.1181	0.1156	0.1130	0.1105	0.1080	0.1055	0.1030
0.46*	0.1004	0.0979	0.0954	0.0929	0.0904	0.0878	0.0853	0.0828	0.0803	0.0778
0.47*	0.0753	0.0728	0.0702	0.0677	0.0652	0.0627	0.0602	0.0577	0.0552	0.0527
0.48*	0.0502	0.0476	0.0451	0.0426	0.0401	0.0376	0.0351	0.0326	0.0301	0.0276
0.49*	0.0251	0.0226	0.0201	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025

３．χ^2 分布表（自由度 m の上側 ε 点 $\chi_m^2(\varepsilon)$ を求める表）

m	ε									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^2393	0.0158	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.5966
3	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.8382
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8603
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.6757	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	2.8331	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9550
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5894
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1882
11	2.6032	3.0535	3.8157	4.5748	5.5778	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7568
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.5650	4.1069	5.0088	5.8919	7.0415	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8195
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	31.3193
15	4.6009	5.2293	6.2621	7.2609	8.5468	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.2648	7.0149	8.2307	9.3905	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1565
19	6.8440	7.6327	8.9065	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1909	38.5823
20	7.4338	8.2604	9.5908	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.0337	8.8972	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	41.4011
22	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7957
23	9.2604	10.1957	11.6886	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6384	44.1813
24	9.8862	10.8564	12.4012	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9279
26	11.1602	12.1981	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8785	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9629	49.6449
28	12.4613	13.5647	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3371	44.4608	48.2782	50.9934
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5570	45.7223	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	53.6720
31	14.4578	15.6555	17.5387	19.2806	21.4336	41.4217	44.9853	48.2319	52.1914	55.0027
32	15.1340	16.3622	18.2908	20.0719	22.2706	42.5847	46.1943	49.4804	53.4858	56.3281
33	15.8153	17.0735	19.0467	20.8665	23.1102	43.7452	47.3999	50.7251	54.7755	57.6484
34	16.5013	17.7891	19.8063	21.6643	23.9523	44.9032	48.6024	51.9660	56.0609	58.9639
35	17.1918	18.5089	20.5694	22.4650	24.7967	46.0588	49.8018	53.2033	57.3421	60.2748
36	17.8867	19.2327	21.3359	23.2686	25.6433	47.2122	50.9985	54.4373	58.6192	61.5812
37	18.5858	19.9602	22.1056	24.0749	26.4921	48.3634	52.1923	55.6680	59.8925	62.8833
38	19.2889	20.6914	22.8785	24.8839	27.3430	49.5126	53.3835	56.8955	61.1621	64.1814
39	19.9959	21.4262	23.6543	25.6954	28.1958	50.6598	54.5722	58.1201	62.4281	65.4756
40	20.7065	22.1643	24.4330	26.5093	29.0505	51.8051	55.7585	59.3417	63.6907	66.7660
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7643	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5345	37.4849	40.4817	43.1880	46.4589	74.3970	79.0819	83.2977	88.3794	91.9517
70	43.2752	45.4417	48.7576	51.7393	55.3289	85.5270	90.5312	95.0232	100.4252	104.2149
80	51.1719	53.5401	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.8795	106.6286	112.3288	116.3211
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2911	107.5650	113.1453	118.1359	124.1163	128.2989
100	67.3276	70.0649	74.2219	77.9295	82.3581	118.4980	124.3421	129.5612	135.8067	140.1695

４．F 分布表（分母の自由度n、分子の自由度mのF 分布の上側ε点$F_n^m(\varepsilon)$を求める表）

$\varepsilon = 0.050$

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	18.5128	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.3710	19.3848	19.3959
3	10.1280	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	5.9644
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990	4.0600
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	3.6365
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782

$\varepsilon = 0.025$

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	38.5063	39.0000	39.1655	39.2484	39.2982	39.3315	39.3552	39.3730	39.3869	39.3980
3	17.4434	16.0441	15.4392	15.1010	14.8848	14.7347	14.6244	14.5399	14.4731	14.4189
4	12.2179	10.6491	9.9792	9.6045	9.3645	9.1973	9.0741	8.9796	8.9047	8.8439
5	10.0070	8.4336	7.7636	7.3879	7.1464	6.9777	6.8531	6.7572	6.6811	6.6192
6	8.8131	7.2599	6.5988	6.2272	5.9876	5.8198	5.6955	5.5996	5.5234	5.4613
7	8.0727	6.5415	5.8898	5.5226	5.2852	5.1186	4.9949	4.8993	4.8232	4.7611
8	7.5709	6.0595	5.4160	5.0526	4.8173	4.6517	4.5286	4.4333	4.3572	4.2951
9	7.2093	5.7147	5.0781	4.7181	4.4844	4.3197	4.1970	4.1020	4.0260	3.9639
10	6.9367	5.4564	4.8256	4.4683	4.2361	4.0721	3.9498	3.8549	3.7790	3.7168

$\varepsilon = 0.010$

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	98.5025	99.0000	99.1662	99.2494	99.2993	99.3326	99.3564	99.3742	99.3881	99.3992
3	34.1162	30.8165	29.4567	28.7099	28.2371	27.9107	27.6717	27.4892	27.3452	27.2287
4	21.1977	18.0000	16.6944	15.9770	15.5219	15.2069	14.9758	14.7989	14.6591	14.5459
5	16.2582	13.2739	12.0600	11.3919	10.9670	10.6723	10.4555	10.2893	10.1578	10.0510
6	13.7450	10.9248	9.7795	9.1483	8.7459	8.4661	8.2600	8.1017	7.9761	7.8741
7	12.2464	9.5466	8.4513	7.8466	7.4604	7.1914	6.9928	6.8400	6.7188	6.6201
8	11.2586	8.6491	7.5910	7.0061	6.6318	6.3707	6.1776	6.0289	5.9106	5.8143
9	10.5614	8.0215	6.9919	6.4221	6.0569	5.8018	5.6129	5.4671	5.3511	5.2565
10	10.0443	7.5594	6.5523	5.9943	5.6363	5.3858	5.2001	5.0567	4.9424	4.8491

$\varepsilon = 0.005$

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	198.5013	199.0000	199.1664	199.2497	199.2996	199.3330	199.3568	199.3746	199.3885	199.3996
3	55.5520	49.7993	47.4672	46.1946	45.3916	44.8385	44.4341	44.1256	43.8824	43.6858
4	31.3328	26.2843	24.2591	23.1545	22.4564	21.9746	21.6217	21.3520	21.1391	20.9667
5	22.7848	18.3138	16.5298	15.5561	14.9396	14.5133	14.2004	13.9610	13.7716	13.6182
6	18.6350	14.5441	12.9166	12.0275	11.4637	11.0730	10.7859	10.5658	10.3915	10.2500
7	16.2356	12.4040	10.8824	10.0505	9.5221	9.1553	8.8854	8.6781	8.5138	8.3803
8	14.6882	11.0424	9.5965	8.8051	8.3018	7.9520	7.6941	7.4959	7.3386	7.2106
9	13.6136	10.1067	8.7171	7.9559	7.4712	7.1339	6.8849	6.6933	6.5411	6.4172
10	12.8265	9.4270	8.0807	7.3428	6.8724	6.5446	6.3025	6.1159	5.9676	5.8467

５．t 分布表

自由度 m の上側 ε 点 $t_m(\varepsilon)$ を求める表

m	ε					
	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500