年金数理（問題）

本問題においては、以下のとおりとする。
１．「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年１の年金を、退職時より終身にわたり年１回期初に支給する年金制度をいう。
２．「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式(特定年齢方式)をいう。
３．「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。

問題１から15までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題16から20までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題１．被保険者数 l_x は年齢 x に関して微分可能な関数とする。$\mathring{e}_x = 0.8 \times (68 - x)$、$l_0 = 100{,}000$ のとき、$l_x = 80{,}000$ となる x に最も近いものは次のいずれか。（３点）

(A) 38　(B) 40　(C) 42　(D) 44　(E) 46

問題２．x 歳の昇給率 R_x が以下の通りとする。20 歳の給与が 10 万円のとき、40 歳の給与に最も近いものは次のいずれか。（３点）

$$R_x = \frac{1.01 \cdot f(x+1) - f(x)}{f(x)} \quad \text{ただし、} f(x) = \frac{x^2}{40}$$

なお、必要に応じて次の数値を使用してもよい。

$$\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(i=1.0\%)} = 18.22601、1.01^{20} = 1.22019$$

掲載の問題は出題の意図に沿ったものに修正済み。
実際の試験では、R_x は以下の数式となっていた。

$$R_x = \frac{1.01 \cdot f(x) - f(x)}{f(x)}$$

(A) 45 万円　(B) 46 万円　(C) 47 万円　(D) 48 万円　(E) 49 万円

問題３．以下の年１回期初払確定年金の現価として最も近いものは次のいずれか。（３点）

1 年目から 5 年目まで：	定額 5 万円
6 年目から 10 年目まで：	前年度年金額＋1 万円
11 年目から 15 年目まで：	前年度年金額－1 万円

なお、必要に応じて次の現価率を使ってもよい。

$$\ddot{a}_{\overline{5|}} = 4.54595、\ddot{a}_{\overline{10|}} = 8.10782、I\ddot{a}_{\overline{5|}} = 13.19471$$

(A) 70 万円　(B) 80 万円　(C) 90 万円　(D) 100 万円　(E) 110 万円

問題４．（x）、（y）および（z）の３生命に対して以下の条件で給付する年金の現価は次のいずれか。（３点）

・（x）が生存中は（y）、（z）のうち少なくとも一方の生存を条件として（x）に年金額１を支払い、同時に（y）、（z）のうち生存している者に（共存の場合は両者に）年金額 0.5 を支払う。

・（x）が死亡後に（y）、（z）が共存している場合、一方に年金額 1、他方には年金額 0.5 をそれぞれ支払う。

・（x）が死亡後に（y）、（z）のどちらか一方だけが生存している場合、その者に年金額１を支払う。

・年金はいずれも年１回期末払とする。

(A) $\left(a_{xy}+a_{zx}-a_{xyz}\right)+0.5\left(a_{y}+a_{z}-a_{yz}+a_{xyz}\right)$

(B) $a_{x}+1.5\left(a_{y}+a_{z}-a_{yz}\right)$

(C) $\left(a_{x}+a_{y}+a_{z}\right)-0.5\left(a_{xy}+a_{yz}+a_{zx}-a_{xyz}\right)$

(D) $\left(a_{x}+a_{y}+a_{z}-a_{xyz}\right)+0.5\left(a_{xy}+a_{yz}+a_{zx}\right)$

(E) $\left(a_{y}+a_{z}\right)+0.5\left(a_{xy}-a_{yz}+a_{zx}-a_{xyz}\right)$

問題５．以下の近似式の空欄①②にあてはまるものの組み合わせとして最も ふさわしいものは次のいずれか。（３点）

$$\ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{n}|} \fallingdotseq \ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\frac{m-1}{2m}\times(①) \qquad \bar{a}_{x} \fallingdotseq a_{x}+\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\times(②)$$

(A) ① $1-\dfrac{N_{x+n}}{D_{x}}$ ② $\mu_{x}+\delta$

(B) ① $1+\dfrac{D_{x+n}}{D_{x}}$ ② $\mu_{x}+\delta$

(C) ① $1-\dfrac{D_{x+n}}{D_{x}}$ ② $\mu_{x}-\delta$

(D) ① $1+\dfrac{N_{x+n}}{D_{x}}$ ② $\mu_{x}-\delta$

(E) ① $1-\dfrac{D_{x+n}}{D_{x}}$ ② $\mu_{x}+\delta$

問題６．Trowbridge モデルの年金制度で、加入年齢 x 歳の加入者の y 歳時の単位積立方式による保険料を ${}^{U}P_{y}^{[x]}$ とするとき、$\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\frac{1}{{}^{U}P_{x}^{[x]}}$ として適切なものは次のいずれか。（３点）

(A) $\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e|}}$　　(B) $\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot(I\ddot{a})_{x_e:\overline{x_r-x_e|}}$　　(C) $\dfrac{D_{x_e}}{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}\cdot(I\ddot{a})_{x_e:\overline{x_r-x_e|}}$

(D) $\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}\cdot(D\ddot{a})_{x_e:\overline{x_r-x_e|}}$　　(E) $\dfrac{D_{x_e}}{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}\cdot(D\ddot{a})_{x_e:\overline{x_r-x_e|}}$

問題７．定常状態の Trowbridge モデルで、各財政方式の積立金の関係を表している以下の数式群のうち、誤っているものの個数は次のいずれか。（３点）

（数式群）

① ${}^{T}F-{}^{P}F=\left(S^{p}-B\right)+\left({}^{P}C-{}^{T}C\right)$　② ${}^{U}F-{}^{T}F=S_{FS}^{a}+{}^{T}C$　③ ${}^{In}F-{}^{U}F=S_{PS}^{a}+{}^{In}C$

④ ${}^{Co}F-{}^{In}F=S^{a}+{}^{In}C$　⑤ ${}^{Co}F-{}^{U}F=S_{FS}^{a}+S^{f}$　⑥ ${}^{In}F-{}^{T}F=S^{a}+\left({}^{T}C-{}^{In}C\right)$

(A)1 つ　(B)2 つ　(C)3 つ　(D)4 つ　(E)それ以外

問題８．ある年金制度は、財政方式として開放型総合保険料方式を採用し、定常状態にある。年間の保険料 C は期初払、給付 B は期末払、期初の積立金は年間給付の 10 倍とする。
ある年度以降予定利率を 5.0%から 4.0%へ引き下げたが、積立金の額を変更せずに保険料 C を増加させて定常状態を保つこととした。保険料の引き上げ割合として最も近いものは次のいずれか。なお、予定利率引き下げ後の積立金の運用利回りは引き下げ後の予定利率と同率とする。（３点）

(A)10%　(B)20%　(C)30%　(D)40%　(E)50%

問題９．ある年金制度は保険料C（期初払）、給付B（期末払）、期初積立金Fで定常状態にある。ある年度（第１年度とする）から期初に支払う保険料を$\dfrac{C}{2}$としたとき、期末の積立金が$\dfrac{F}{2}$を下回る年度として正しいものは次のいずれか。なお、$[a]$はaを超えない最大の整数とする。（３点）

(A) $\left[\dfrac{1}{i}\cdot\log\left(\dfrac{v\cdot B}{2\cdot C}\right)\right]+1$　(B) $\left[\dfrac{1}{i}\cdot\log\left(\dfrac{v\cdot B}{C}\right)\right]+1$　(C) $\left[\dfrac{1}{\delta}\cdot\log\left(\dfrac{v\cdot B+1}{C}\right)\right]+1$

(D) $\left[\dfrac{1}{\delta}\cdot\log\left(\dfrac{v\cdot B}{C}\right)\right]+1$　(E) $\left[\dfrac{1}{\delta}\cdot\log\left(\dfrac{v\cdot B}{2\cdot C}\right)\right]+1$

問題10．定常状態にある年金制度において、ある年度の積立金の運用利回りが大きく低下し、多額の未積立債務が発生した。当該年度末の責任準備金と積立金は以下の通りである。

責任準備金	320,107 百万円
積立金	272,030 百万円
未積立債務	48,077 百万円

この未積立債務を翌年度期初から 3 年間で元利均等償却するとした場合、年間 16,344 百万円の特別保険料が必要と見込まれている。仮に特別保険料を拠出せず、翌年度から 2 年間で未積立債務を零にするためには、毎年予定利率を上回る運用利回りが必要となる。2 年間の運用利回りが同率として、この最低限必要な運用利回りと予定利率との差に最も近いものは次のいずれか。なお、この年金制度は加入年齢方式で運営され、保険料および給付金は期初払とし、運用利回り以外は従前と変化はないものとする。（３点）

(A) 6.48%　(B) 8.94%　(C) 9.96%　(D) 10.94%　(E) 16.16%

問題11．２つの年金制度 A および B が合併することになった。合併直前の両制度の状況は以下の通りである。

①B の被保険者数および総給与は A の 30%で、勤続年数および年齢構成比は A と等しい

②B の給付水準は A の 3 倍、B の積立金残高は A の 30%

③A の未積立債務は A の給付現価の 40%であり、A の特別保険料率は合併直前における A の総給与がその後一定という前提でn年償却するように算定されている

合併にあたり、A の給付水準はそのままとし、合併後の特別保険料率が合併前の A における特別保険料率の 120%となるように B の給付水準を一律に引き下げた。B の変更前の給付水準に対する変更後の給付水準の比率として最も近いものは次のいずれか。なお、財政方式は合併前後とも加入年齢方式とし、合併後の計算基礎率および標準保険料率は合併前の A のそれを使用する。また、未積立債務は合併後の総給与がその後一定という前提でn年償却するように特別保険料率を算定する。（３点）

(A) 45%　(B) 47%　(C) 49%　(D) 51%　(E) 53%

問題12．退職者に退職時の給与に比例した一時金を支給する年金制度が、加入年齢方式で運営されている。特別保険料は前年度末の未積立債務の 20%、保険料および給付は年 1 回期初払である。この年金制度の第 n 年度には、新規加入者の実績、給与の上昇および退職者の実績は予定通りであったが、退職者に支払われる給付は予定していた給付額の $(1+k)$ 倍となった。また、予定利率 4.0%に対して、積立金の運用利回りは 2.5%となった。第 n 年度の損益計算書が以下のとき、k に最も近いものは次のいずれか。（３点）

（n）年度損益計算書

給付支払	?	前期末責任準備金	10,000
未積立債務減少額	156	標準保険料	700
期末責任準備金	?	特別保険料	400
		運用収益	196
	11,296		11,296

（A）4.0％　　（B）5.0％　　（C）6.0％　　（D）7.0％　　（E）8.0％

問題13．加入期間 1 年あたり 1 の年金を制度の脱退年度の翌期初から支給期間 20 年の期初払確定年金で支払う年金制度が、加入年齢方式で運営されている。

生存脱退率 $q_x^{(w)}$、死亡脱退率 $q_x^{(d)}$ および現価率等が次の通り与えられているとき、30 歳で加入し、期初に 50 歳である加入者の一人当たり責任準備金として最も近いものは次のいずれか。なお、特定年齢は 30 歳、定年年齢は 60 歳とし、保険料は期初払い、脱退は期末に発生（定年退職の場合は定年年齢到達年度の期末に脱退）するものとする。（３点）

$$q_x^{(w)} = \begin{cases} 0.5 & (x = 49) \\ 0.0 & (x \neq 49) \end{cases} \quad 、\quad q_x^{(d)} = 0$$

t	v^t	$\ddot{a}_{\overline{t}\rceil}$
10	0.820348	9.16224
20	0.672971	16.67846
30	0.552071	22.84438

（A）280　　（B）285　　（C）290　　（D）295　　（E）300

問題14．定年退職者（定年年齢 60 歳）に加入期間に応じた定額の年金を給付する年金制度において、ある年度末の加入者は次の 2 名で構成されている。

加入者 A：　年齢 50 歳、加入期間 10 年、給付現価 S_a

加入者 B：　年齢 40 歳、加入期間 20 年、給付現価 S_b

この年金制度は加入年齢方式（特定年齢 30 歳）で運営されているが、この年度末に加入期間 t 年の給付額を $(1+k\cdot t)$ 倍（ただし、$k>0$）とする給付増額を実施した。財政方式および基礎率の見直しを行わない場合、責任準備金は制度変更前後で変わらなかった。このとき、責任準備金の額として最も適切なものは次のいずれか。（３点）

(A) $\dfrac{S_a+S_b}{2}$　　(B) $\dfrac{S_a-S_b}{2}$　　(C) $\dfrac{2S_a+4S_b}{3}$　　(D) $\dfrac{S_a+S_b}{3}$　　(E) $\dfrac{S_a-S_b}{3}$

問題15．Trowbridge モデルによる年金制度が定常状態に達しているとする。この年金制度の年間保険料は 140 百万円、年間給付金額は 160 百万円、予定利率は 2.5%である。

ある年度から、財政方式を開放型総合保険料方式に変更することとするが、6 年目の保険料を当初 5 年間の保険料の 15%引き上げるという段階的な保険料を設定することとする。保険料の計算は期初に行い期初払とするが、毎年「計算時点から 6 年目の保険料を引き上げる」という前提で保険料の再計算を行うため、15%引き上げられた後の保険料が実際に適用されることはない。財政方式を変更した年度を第 1 年度とした場合、積立金の額が 0 になる年度に最も近いものは次のいずれか。なお、年間給付金（期初払）や予定利率は財政方式変更後も同一であり、積立金の運用利回りは予定利率通りに推移しているとする。また、計算には、以下の近似式を使用してよい。（３点）

$$\log(1-x) \fallingdotseq -\left(x+\frac{x^2}{2}\right) \quad x\in[-1,1)$$

(A)第 33 年度　　(B)第 41 年度　　(C)第 46 年度　　(D)第 68 年度

(E)積立金の額は 0 にならない

問題16．以下の空欄にあてはまる適切な算式を記入せよ。　（10 点）

ある企業年金制度は、定年年齢がなく、保険料、給付、給与の変動、制度からの脱退はすべて連続的に起こる。x 歳で加入し、加入期間 t の加入者について、記号を次のとおり定義する。

ω ：最終年齢

$S_\tau^{(x)} d\tau$ ：加入期間 τ における微小期間 $d\tau$ に脱退する者の給付額の期待値

$B_\tau^{(x)}$ ：加入期間 τ における給与額の期待値

P_τ ：加入期間 τ における保険料率

δ ：利力

この加入者の給与 1 当たりの責任準備金 ${}_tV_x$ は、

$${}_tV_x = \int_t^{\omega-x} \boxed{\quad ① \quad}\, d\tau - \int_t^{\omega-x} \boxed{\quad ② \quad}\, d\tau$$

ここで、$S_\tau^{(x)} d\tau$、$B_\tau^{(x)}$ を残存数 l_x、脱退力 μ_x、給与指数 b_x を用いて表現すると、

$$S_\tau^{(x)} d\tau = \bar{S}_\tau^{(x)} \cdot \boxed{\quad ③ \quad}\, d\tau$$

$$B_\tau^{(x)} = \boxed{\quad ④ \quad}$$

となる。ただし、$\bar{S}_\tau^{(x)}$ は x 歳で加入し加入期間 τ で脱退した者の脱退時の給与 1 当たりの給付現価である。

これらを ${}_tV_x$ に代入して整理すると、

$${}_tV_x = \frac{e^{\delta \cdot t}}{l_{x+t} \cdot b_{x+t}} \int_t^{\omega-x} \boxed{\quad ⑤ \quad}\, d\tau$$

となる。さらに Δt 時間経過後は

$${}_{t+\Delta t}V_x = \frac{e^{\delta \cdot (t+\Delta t)}}{l_{x+t+\Delta t} \cdot b_{x+t+\Delta t}} \int_{t+\Delta t}^{\omega-x} \boxed{\quad ⑤ \quad}\, d\tau$$

となる。この両者の差額は、

$$1 = \frac{l_{x+t} \cdot \left(b_{x+t} - b_{x+t+\Delta t}\right) + \left(l_{x+t} - l_{x+t+\Delta t}\right) \cdot b_{x+t+\Delta t} + l_{x+t+\Delta t} \cdot b_{x+t+\Delta t}}{l_{x+t} \cdot b_{x+t}}$$

を利用すると次のように整理される。

$$ {}_{t+\Delta t}V_x - {}_tV_x = \frac{1}{l_{x+t} \cdot b_{x+t}} \int_t^{t+\Delta t} \boxed{\quad ⑥ \quad} \, d\tau + \left(e^{\delta \cdot \Delta t} - 1\right) \cdot {}_tV_x $$

$$ + {}_{t+\Delta t}V_x \cdot \boxed{\quad ⑦ \quad} - {}_{t+\Delta t}V_x \cdot \frac{b_{x+t+\Delta t} - b_{x+t}}{b_{x+t}} $$

$$ - \frac{1}{l_{x+t} \cdot b_{x+t}} \int_t^{t+\Delta t} \boxed{\quad ⑧ \quad} \, d\tau $$

上式は、責任準備金の時間的経過による変化を示しており、各項の意味は次のとおりである。
第１項………保険料の払込による増（減）
第２項………予定利息による増（減）
第３項………加入者の減少による相対的増（減）
第４項………昇給による相対的減（増）
第５項………給付の支払いによる減（増）
この式をΔtで除し、$\Delta t \to 0$として極限を取る。
脱退力μ_{x+t}について、

$$ \mu_{x+t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{l_{x+t} - l_{x+t+\Delta t}}{l_{x+t} \cdot \Delta t} $$

の関係があり、さらにλ_{x+t}を$(x+t)$歳における昇給力、すなわち

$$ \lambda_{x+t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{b_{x+t+\Delta t} - b_{x+t}}{b_{x+t} \cdot \Delta t} $$

と定義すると、次のように上式の極限式が得られる。

$$ \frac{d\,{}_tV_x}{dt} = P_t + \left(\boxed{\quad ⑨ \quad} \right) \cdot {}_tV_x - \bar{S}_t^{(x)} \cdot \mu_{x+t} $$

この式を、ファクラーの公式の連続的表現であるティーレの公式と呼ぶ。

問題17．以下の空欄にあてはまる適切な算式を解答用紙の所定の欄へ記入せよ。　（10 点）

以下の年金制度の加入年齢方式の標準保険料を求める。

受給資格	加入期間 0 年以上の脱退
給付額	【キャッシュバランス制度】 「加入から脱退までの毎期初の給与 A 円（一定額）に、期初から脱退時まで予定利率で付利した額の合計額」を脱退年度の期末に一時金として支払う。
標準保険料	年1回期初払
脱退時期	期末脱退

x_e 歳で加入した者の x 歳脱退時の給付額を α_x とすると、加入年齢方式（特定年齢 x_e ）の標準保険料 P_{x_e} は次のように表される。

$$P_{x_e} = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} \alpha_x \cdot C_x + \alpha_{x_r} \cdot D_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x} \quad \cdots (1)$$

$C_x = d_x \cdot v^{x+1} = \boxed{①}$ であるから

$$(1)\text{の分子} \ = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \alpha_x \cdot \left(\boxed{①} \right) + \alpha_{x_r} \cdot D_{x_r}$$

$$= \left(\boxed{②} \right) \cdot D_{x_e} + \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \left(\boxed{③} \right) \cdot D_x + \left(\boxed{④} \right) \cdot D_{x_r}$$

α_x は A 円の脱退年度末時点の元利合計であるから、

$$\alpha_x = \begin{cases} \boxed{⑤} & (x < x_r) \\ \boxed{⑥} & (x = x_r) \end{cases}$$

となる。

$$\boxed{③} = A \cdot \boxed{⑦}$$

等を代入して、

$$(1)\text{の分子} \ = A \cdot \boxed{⑧}$$

つまり、

$$P_{x_e} = \frac{A \cdot \boxed{⑧}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x} = \boxed{⑨}$$

となる。

問題18．以下の空欄に当てはまる数値を解答用紙の所定欄に記入せよ。①から④は小数第 1 位を四捨五入して整数で、⑤から⑦はパーセント単位で小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位で答えよ。（10 点）

ある年金制度は開放基金方式で財政運営を行っており、財政再計算時の諸数値は以下のように見込まれている。

将来加入が見込まれる被保険者の給付現価（S^f）	200,000 千円
在職中の被保険者の将来期間にかかる給付現価（S^a_{FS}）	200,000 千円
在職中の被保険者の過去期間にかかる給付現価（S^a_{PS}）	220,000 千円
年金受給権者の給付現価（S^p）	180,000 千円
将来加入が見込まれる被保険者の給与現価（G^f）	600,000 千円
在職中の被保険者の給与現価（G^a）	400,000 千円
在職中の被保険者の給与合計（B）	25,000 千円
特別保険料算定のための給与現価	
（$B \cdot \ddot{a}_{\overline{10|}}$）	225,000 千円
（$B \cdot \ddot{a}_{\overline{20|}}$）	400,000 千円

この年金制度は、次の条件で年金財政上の過不足を処理することとしている。

ア．積立金が責任準備金を下回る場合、不足金は償却期間 10 年の元利均等償却による給与比例特別保険料で償却する。ただし特別保険料率が標準保険料率の 50%を超えることが見込まれる場合、特別保険料率が標準保険料率の 50%となるように償却期間を延長する。

イ．アで、償却期間が 20 年を超えることが見込まれる場合は、償却期間を 20 年として特別保険料を計算する。

ウ．積立金が責任準備金を上回る場合、剰余金が責任準備金の 10%の範囲内であれば剰余金全額を温存する。

エ．ウで、剰余金が責任準備金の 10%を超過する場合は、超過した金額の 50%を使用して標準保険料の調整を行い、収支相等する保険料率を計算する。

（1）保険料率の合計が標準保険料率と等しくなる積立金の最大値は $\boxed{①}$ 千円、最小値は $\boxed{②}$ 千円、保険料率の合計が標準保険料率の 1.5 倍となる積立金の最大値は $\boxed{③}$ 千円、最小値は $\boxed{④}$ 千円である。

（2）財政再計算時の積立金が責任準備金プラス 100,000 千円の時の保険料率合計は $\boxed{⑤}$ %、責任準備金マイナス 100,000 千円の時の保険料率合計は $\boxed{⑥}$ %である。

（3）財政再計算時の積立金が責任準備金±100,000 千円の範囲の一様分布に従うとき、保険料率合計の期待値は $\boxed{⑦}$ %である。

問題19．Trowbridge モデルの年金制度は期初の被保険者数の総数Lで定常人口となっている。毎年期初にx_1歳、x_2歳およびx_3歳（ただし、$x_1 < x_2 < x_3$）で１：３：１の割合で新規加入があるものとして、以下の問いに答えよ。 なお、脱退残存表によるx歳の被保険者数をl_x、$\varepsilon_x = \dfrac{\sum_{y=x}^{x_r-1} l_y}{l_x}$ とする。（12 点）

（1） x_1歳の新規加入者数を求めよ。

（2） この年金制度を加入年齢方式（特定年齢方式）で運営したとする。標準保険料率${}^{E}P$決定のための加入年齢x_2歳とした場合、毎年発生すると見込まれる後発過去勤務債務の額をε_x、N_x、D_x、Lを用いて表せ。

問題20．ある Trowbridge モデルに基づく年金制度が定常状態に達しているとする。この年金制度が採用している財政方式は以下の性質を持つ。

〔性質〕この年金制度の年間保険料Cに対して、下記[1][2]の条件を満足する$\{P_x\}$（ただし、$x_e \leqq x \leqq x_r - 1$、かつ$P_x \geqq 0$）が存在する。

[1] $$\sum_{x=x_e}^{x_r-1} P_x l_x = C$$

[2] $$\sum_{x=x_e}^{x_r-1} P_x D_x = D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

なお、$\{P_x\}$は必ずしも一意に定まるものではない。このとき、以下の問いに答えよ。（13 点）

（1）開放基金方式が上記〔性質〕を持つ財政方式であること示せ。

（年間保険料が${}^{OAN}C$のときに、上記〔性質〕の条件[1][2]を満足するような$\{P_x\}$を示せばよい）

（2）年金制度が採用している財政方式に対して$\{P_x\}$が上記〔性質〕の条件[1][2]を満足しているとき、年金制度全体の積立金は以下の$\tilde{F}$で表されることを示せ。ただし、iは予定利率である。

$$\tilde{F} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \sum_{y=x_e}^{x} P_y l_y (1+i)^{x-y+1} + \sum_{x=x_r}^{\omega} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} P_y l_y (1+i)^{x-y+1} - \sum_{x=x_r}^{\omega} \sum_{y=x_r}^{x} l_y (1+i)^{x-y+1}$$

以上