平成 25 年 10 月 2 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
B	E	A	E	E	E	C	B
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
D	B	A	B	D	E	C	

問題16

①	②	③
$S_\tau^{(x)} e^{-\delta(\tau - t)}$	$B_\tau P_\tau e^{-\delta(\tau - t)}$	$\dfrac{l_{x+\tau} b_{x+\tau}}{l_{x+t} b_{x+t}} \mu_{x+\tau}$

④	⑤
$\dfrac{l_{x+\tau} b_{x+\tau}}{l_{x+t} b_{x+t}}$	$l_{x+\tau} b_{x+\tau} \left(\mu_{x+\tau} \overline{S}_\tau^{(x)} - P_\tau \right) e^{-\delta\tau}$
⑥	⑦
$l_{x+\tau} b_{x+\tau} P_\tau e^{-\delta(\tau - t - \Delta t)}$	$\dfrac{b_{x+\tau+\Delta t}}{b_{x+t}} \dfrac{l_{x+\tau} - l_{x+\tau+\Delta t}}{l_{x+t}}$
⑧	⑨
$l_{x+\tau} b_{x+\tau} \mu_{x+\tau} \overline{S}_\tau^{(x)} e^{-\delta(\tau - t - \Delta t)}$	$\delta + \mu_{x+t} - \lambda_{x+t}$

問題17

①	②	③	④	⑤
$vD_x - D_{x+1}$	$v\alpha_{x_e}$	$v\alpha_x - \alpha_{x-1}$	$\alpha_{x_r} - \alpha_{x_r - 1}$	$A\ddot{s}_{\overline{x - x_e + 1}\rceil}$
⑥	⑦	⑧	⑨	
$A\ddot{s}_{\overline{x_r - x_e}\rceil}$	1	$\sum_{x=x_e}^{x_r - 1} D_x$	A	

問題18

①	②	③	④
440,000	400,000	355,000	320,000
⑤	⑥	⑦	
37.0	65.0	47.6	

平成 25 年 10 月 2 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

(1) 各年齢の新規加入者数をそれぞれ l_1, l_2, l_3 とすると、

$l_1 : l_2 : l_3 = 1:3:1$　および $l_1\varepsilon_{x_1} + l_2\varepsilon_{x_2} + l_3\varepsilon_{x_3} = L$

が成り立つので、これを解いて $l_1 = \dfrac{L}{\varepsilon_{x_1} + 3\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}$。

(2) 特定年齢が x_2 歳なので、x_1 歳および x_3 歳の加入時の責任準備金が後発過去勤務債務となる。

x_1 歳について、

$$加入時責任準備金 = l_1\left(\frac{D_{x_r}}{D_{x_1}}\ddot{a}_{x_r} - {}^{E}P_{x_2}\sum_{x=x_1}^{x_r-1}\frac{D_x}{D_{x_1}}\right)$$

$$= \frac{L}{\varepsilon_{x_1} + 3\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}\left(\frac{N_{x_r}}{D_{x_1}} - \frac{N_{x_r}}{N_{x_2} - N_{x_r}}\frac{N_{x_1} - N_{x_r}}{D_{x_1}}\right) = -\frac{L}{\varepsilon_{x_1} + 3\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}\frac{N_{x_r}}{D_{x_1}}\frac{N_{x_1} - N_{x_2}}{N_{x_2} - N_{x_r}}$$

x_3 歳の新規加入者についても同様に $\dfrac{L}{\varepsilon_{x_1} + 3\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_3}}\dfrac{N_{x_2} - N_{x_3}}{N_{x_2} - N_{x_r}}$ が後発過去勤務債務となる。

したがって新規加入者の年齢によって発生する後発過去勤務債務は、

$$\frac{L}{\varepsilon_{x_1} + 3\varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}}\frac{N_{x_r}}{N_{x_2} - N_{x_r}}\left(\frac{N_{x_2} - N_{x_3}}{D_{x_3}} - \frac{N_{x_1} - N_{x_2}}{D_{x_1}}\right)$$

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20　←問題番号を記入すること。

(1)　P_x を単位積立方式の年齢別保険料 ${}^U P_x$ とすると、開放基金方式の標準保険料は次のように単位積立方式の保険料の加重平均で表されるため、$\left\{{}^U P_x\right\}$ は[1]の条件を満たす。

$$^{OAN}P = \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x {}^U P_x\right) \Big/ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x \Leftrightarrow {}^{OAN}C = {}^{OAN}P \cdot L = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x {}^U P_x$$

また $\sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^U P_x D_x = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \left(\frac{1}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r}}{D_x} \ddot{a}_{x_r}\right) D_x = D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$ なので、[2]の条件を満たす。

以上より開放基金方式は $\left\{{}^U P_x\right\}$ によって題意の〔性質〕を持つ。

(2) $\tilde{F}$ が極限方程式を満たすことを示せばよい。

$$\tilde{F} \text{ の第一項} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} P_y l_y \sum_{x=y}^{x_r-1} (1+i)^{x-y+1} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} P_y l_y \frac{1+i}{i} \left\{(1+i)^{x_r-y} - 1\right\}$$

$$= \frac{1}{d} \left\{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} P_y l_y (1+i)^{x_r-y} - \sum_{y=x_e}^{x_r-1} P_y l_y\right\} = \frac{1}{d} \left\{l_{x_r} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{P_y D_y}{D_{x_r}} - \sum_{y=x_e}^{x_r-1} P_y l_y\right\} = \frac{1}{d}\left(l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} - C\right) \quad \text{（条件[1][2]より）}$$

$$\tilde{F} \text{ の第二項} = \sum_{x=x_r}^{\omega} (1+i)^{x+1} \sum_{x=y}^{x_r-1} P_y D_y = \sum_{x=x_r}^{\omega} (1+i)^{x+1} D_{x_r} \ddot{a}_{x_r} = \frac{(1+i)^{x_r+1}}{i} \cdot \left\{(1+i)^{\omega - x_r + 1} - 1\right\} D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

$$= \frac{1}{d} \left\{(1+i)^{\omega - x_r + 1} - 1\right\} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

$$\tilde{F} \text{ の第三項} = \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \sum_{x=y}^{\omega} (1+i)^{x-y+1} = \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \frac{1+i}{i} \left\{(1+i)^{\omega-y+1} - 1\right\}$$

$$= \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y \frac{1+i}{i} \left\{(1+i)^{\omega-y+1} - 1\right\} = \frac{1}{d} \left\{(1+i)^{\omega+1} \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y v^y - \sum_{y=x_r}^{\omega} l_y\right\} = \frac{1}{d} \left\{(1+i)^{\omega+1} \sum_{y=x_r}^{\omega} D_y - B\right\}$$

$$= \frac{1}{d} \left\{(1+i)^{\omega+1} D_{x_r} \ddot{a}_{x_r} - B\right\} = \frac{1}{d} \left\{(1+i)^{\omega - x_r + 1} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} - B\right\}$$

これらより、$d\tilde{F} = B - C$ となり、$\tilde{F}$ は定常状態の積立金である。