# 基礎数理Ⅰ （問題）

問題１．次の（１）から（８）までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入せよ。なお、必要であれば（付表）に記載された数値を用いよ。（40 点）

（１）　ある電気製品の店で、1 人の修理工が 1 つの故障品を修理するのにかかる時間は、平均 30 分の指数分布に従うという。この店で 3 つの故障品を 1 人の修理工が 1 つずつ修理した場合、90 分以内に修理が終わる確率は $\boxed{\quad ① \quad}$ である。

（ア） $1-\frac{3}{2}e^{-\frac{1}{2}}$　（イ） $1-\frac{13}{8}e^{-\frac{1}{2}}$　（ウ） $1-\frac{7}{4}e^{-\frac{3}{4}}$　（エ） $1-\frac{65}{32}e^{-\frac{3}{4}}$　（オ） $1-e^{-1}$

（カ） $1-2e^{-1}$　（キ） $1-3e^{-2}$　（ク） $1-5e^{-2}$　（ケ） $1-\frac{17}{2}e^{-3}$　（コ） $1-4e^{-3}$

（２）　確率密度関数が

$$f(x)=\frac{(k\lambda)^k}{(k-1)!}x^{k-1}e^{-k\lambda x} \qquad (x>0,\ \lambda>0,\ k：\text{正整数})$$

である分布に従う確率変数 $X$ について、$E(X)=\boxed{\quad ① \quad}$ 、

$V(X)=\boxed{\quad ② \quad}$ となる。

（ア） $\frac{1}{\lambda}$　（イ） $\frac{k}{\lambda}$　（ウ） $\frac{k+1}{\lambda}$　（エ） $\frac{1}{k\lambda}$　（オ） $\frac{k+1}{k\lambda}$

（カ） $\frac{1}{\lambda^2}$　（キ） $\frac{k}{\lambda^2}$　（ク） $\frac{k+1}{\lambda^2}$　（ケ） $\frac{1}{k\lambda^2}$　（コ） $\frac{k+1}{k\lambda^2}$

（3）　確率密度関数が

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{12}{(1+x+y)^5} & (x \geqq 0,\ y \geqq 0)\\ 0 & (\text{その他})\end{cases}$$

である分布に従う確率変数 $X$ 、$Y$ について、$E(X)=$ [ ① ] 、$V(X)=$ [ ② ] であり、共分散 $C(X,Y)=$ [ ③ ] である。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| （ア）$\dfrac{1}{12}$ | （イ）$\dfrac{1}{8}$ | （ウ）$\dfrac{1}{6}$ | （エ）$\dfrac{1}{4}$ | （オ）$\dfrac{1}{3}$ |
| （カ）$\dfrac{1}{2}$ | （キ）$\dfrac{2}{3}$ | （ク）$\dfrac{3}{4}$ | （ケ）$\dfrac{4}{5}$ | （コ）$\dfrac{3}{2}$ |

（4）　母平均のわからない正規母集団から、標本を 9 個無作為抽出し（不偏でない）標本分散 $S^2$ を計算するという操作を何度も繰り返した結果、$S^2>1$ となる確率が 0.05 であることがわかった。
繰り返し回数は十分に大きいとするとき、母分散 $\sigma^2$ は [ ① ] と推定される。
答えに最も近いものを以下の選択肢より選べ。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| （ア）　0.50 | （イ）　0.52 | （ウ）　0.54 | （エ）　0.56 | （オ）　0.58 |
| （カ）　0.60 | （キ）　0.62 | （ク）　0.64 | （ケ）　0.66 | （コ）　0.68 |

（5）　区間$\left[0,\theta\right]$ $(\theta>0)$ 上の一様分布をもつ母集団から抽出した大きさ$n$の標本$(X_1, X_2,\cdots, X_n)$に対して$2\overline{X}=\dfrac{2}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)$は$\theta$の不偏推定量である。また、$T=\max(X_1, X_2,\cdots, X_n)$とすると、$\dfrac{n+1}{n}T$も$\theta$の不偏推定量となる。

このとき、$V\left(2\overline{X}\right)=$ ［　①　］、$V\left(\dfrac{n+1}{n}T\right)=$ ［　②　］ であるから、

［　③　］ がより有効である。

＜①の選択肢＞

（ア）$\dfrac{\theta^2}{3}$　（イ）$\dfrac{n\theta^2}{3}$　（ウ）$\dfrac{\theta^2}{3n}$　（エ）$\dfrac{\theta^2}{3n^2}$　（オ）$\dfrac{\theta^2}{6}$

（カ）$\dfrac{n\theta^2}{6}$　（キ）$\dfrac{\theta^2}{6n}$　（ク）$\dfrac{\theta^2}{6n^2}$　（ケ）$\dfrac{\theta^2}{12}$　（コ）$\dfrac{n\theta^2}{12}$

＜②の選択肢＞

（ア）$\dfrac{\theta^2}{n}$　（イ）$\dfrac{\theta^2}{(n+1)}$　（ウ）$\dfrac{\theta^2}{(n+2)}$　（エ）$\dfrac{\theta^2}{n(n+1)}$　（オ）$\dfrac{\theta^2}{n(n+2)}$

（カ）$\dfrac{\theta^2}{(n+1)(n+2)}$　（キ）$\dfrac{n\theta^2}{(n+1)(n+2)}$　（ク）$\dfrac{n\theta^2}{(n+1)^2(n+2)}$

（ケ）$\dfrac{n\theta^2}{(n+1)(n+2)^2}$　（コ）$\dfrac{n^2\theta^2}{(n+1)^2(n+2)^2}$

＜③の選択肢＞

（ア）$2\overline{X}$　（イ）$\dfrac{n+1}{n}T$

（6）　ある大学の学生（300 人）の解析の成績と線形代数の成績について次のデータを得た。ただし、両科目とも成績は優：良：可＝3：2：1 の割合であるとする。

（単位：人）

| | 優（解析） | 良（解析） | 可（解析） | 計 |
|---|---|---|---|---|
| 優（線形代数） | 74 | 46 | 30 | 150 |
| 良（線形代数） | 53 | 39 | 8 | 100 |
| 可（線形代数） | 23 | 15 | 12 | 50 |
| 計 | 150 | 100 | 50 | 300 |

この解析と線形代数の成績について、独立でないかどうかを有意水準 5%で検定する。

「帰無仮説 $H_0$ ：解析と線形代数の成績は独立である」について、 $\chi^2$ 検定を行うと、

$T=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{(x_{ij}-np_{ij})^2}{np_{ij}}$ は近似的に自由度 $\boxed{①}$ の $\chi^2$ 分布に従い、棄却域は

$t >$ $\boxed{②}$ である。（$x_{ij}$ と $np_{ij}$ は上記 3×3 分割表の実現値および期待度数とする）

$T$ の実現値 $t$ を計算すると $t =$ $\boxed{③}$ となる。

したがって、有意水準 5%で解析と線形代数の成績は $\boxed{④}$ 。

①～③は、答えに最も近いものを以下の選択肢よりそれぞれ選べ。

＜①の選択肢＞

（ア）1　（イ）2　（ウ）3　（エ）4　（オ）5

（カ）6　（キ）7　（ク）8　（ケ）9　（コ）10

＜②の選択肢＞

（ア）3.8415　（イ）5.0239　（ウ）5.9915　（エ）7.3778　（オ）7.8147

（カ）9.3484　（キ）9.4877　（ク）11.0705　（ケ）11.1433　（コ）12.8325

＜③の選択肢＞

（ア）0.08　（イ）0.56　（ウ）0.71　（エ）1.35　（オ）3.36

（カ）5.12　（キ）6.79　（ク）8.92　（ケ）10.17　（コ）13.06

＜④の選択肢＞

（ア）独立でないとはいえない　（イ）独立でないといえる

（7）　$(x, y)$ のデータが以下のとおり与えられている。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 6.5 | 7.7 | 8.0 | 7.6 | 7.2 |
| $y$ | 14.8 | 14.9 | 16.2 | 15.6 | 14.3 |

このとき、$x$ と $y$ の相関係数は $\boxed{\text{①}}$ であり、$y$ の $x$ への回帰直線 $y = \alpha + \beta x$ は

$\alpha = \boxed{\text{②}}$ 、　$\beta = \boxed{\text{③}}$ となる。

ここで、上で得られた回帰係数 $\beta$ について

帰無仮説：$H_0 : \beta = 1$、　対立仮説：$H_1 : \beta \neq 1$

とする有意水準5%の検定を行うとする。$\hat{\sigma}^2$ を回帰直線の誤差項の分散 $\sigma^2$ の推定量とすると

$$T = \frac{\boxed{\text{③}} - 1}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \Big/ \sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2}}$$

の実現値 $t$ は、$t = \boxed{\text{④}}$ となり、

棄却域は $t > \boxed{\text{⑤}}$ または $t < -\boxed{\text{⑤}}$

であるから、$H_0$ は $\boxed{\text{⑥}}$ 。

①～⑤は、答えに最も近いものを以下の選択肢よりそれぞれ選べ。

＜①の選択肢＞

（ア）0.50632　（イ）0.52508　（ウ）0.54383　（エ）0.56258　（オ）0.58134

（カ）0.60009　（キ）0.61884　（ク）0.63759　（ケ）0.65635　（コ）0.67510

＜②の選択肢＞

（ア）8.74141　（イ）8.91970　（ウ）9.09799　（エ）9.27629　（オ）9.45458

（カ）9.63288　（キ）9.81117　（ク）9.98947　（ケ）10.16776　（コ）10.34606

＜③の選択肢＞

（ア）0.65053　（イ）0.67463　（ウ）0.69872　（エ）0.72281　（オ）0.74691

（カ）0.77100　（キ）0.79510　（ク）0.81919　（ケ）0.84328　（コ）0.86738

＜④の選択肢＞

（ア）$-0.25046$　（イ）$-0.28003$　（ウ）$-0.28921$　（エ）$-0.32335$　（オ）$-0.36151$

（カ）$-0.52001$　（キ）$-0.58139$　（ク）$-0.60046$　（ケ）$-0.67133$　（コ）$-0.75057$

＜⑤の選択肢＞

（ア）0.2158　（イ）0.3518　（ウ）0.4844　（エ）0.7107　（オ）2.0150

（カ）2.1318　（キ）2.3534　（ク）2.5706　（ケ）2.7764　（コ）3.1824

＜⑥の選択肢＞

（ア）棄却される　（イ）棄却されない

（8） ある保険について、4 名の契約者の過去 3 年のクレーム額実績データは以下のとおりであった。

| 契約者 | クレーム額（クレーム額の 2 乗） | | | 合計 |
|---|---|---|---|---|
| | 1 年目 | 2 年目 | 3 年目 | |
| $A$ | 300（90,000） | 350（122,500） | 400（160,000） | 1,050（372,500） |
| $B$ | 600（360,000） | 500（250,000） | 400（160,000） | 1,500（770,000） |
| $C$ | 800（640,000） | 700（490,000） | 850（722,500） | 2,350（1,852,500） |
| $D$ | 800（640,000） | 600（360,000） | 500（250,000） | 1,900（1,250,000） |
| 合計 | 2,500（1,730,000） | 2,150（1,222,500） | 2,150（1,292,500） | 6,800（4,245,000） |

このとき、ビュールマン・モデルにより推定した契約者 $D$ の 4 年目のクレーム額は

$\boxed{\quad ① \quad}$ である。答えに最も近いものを以下の選択肢より選べ。

（ア） 621　（イ） 624　（ウ） 627　（エ） 630　（オ） 633

（カ） 636　（キ） 639　（ク） 642　（ケ） 645　（コ） 648

問題２．次の（1）から（8）までの各問について、空欄にあてはまる解答のみを、指定の解答用紙の所定欄に記入せよ。なお、必要であれば（付表）に記載された数値を用いよ。(60 点)

（1）　ある食堂には $m$ 種類の定食があり、この食堂を毎日利用している人がいる。この人は 2 日続けて同じ定食を注文することは無く、必ず前日に注文した定食以外の定食をランダムに選んで注文することとする。この人がある日に注文した定食を、その $n$ 日後にも注文する確率を求める。

ある日に注文した定食を、その $n$ 日後にも注文する事象を $F_n$ とすると、

$$P(F_n) = P(F_n \mid F_{n-1})P(F_{n-1}) + P(F_n \mid F_{n-1}{}^c)P(F_{n-1}{}^c)$$

が成り立つ。ここで、$P_n = P(F_n)$ とおけば、$P_1 = \boxed{\quad ① \quad}$ であり、漸化式

$P_n = \boxed{\quad ② \quad}$ が成り立つから、求める確率は、$P_n = \boxed{\quad ③ \quad}$ となる。

（②は $m$ 、$P_{n-1}$ を、③は $m$ 、$n$ を用いてそれぞれ表せ。なお、$m$ は2 以上の整数値、$n$ は1以上の整数値とする。）

（2）　ある時点でバスに乗客が $n$ 人おり、その後終点までの停留所が（終点を含めて）$r$ 個あるとする。降りる乗客がいない場合、バスはその停留所を通過するものとする。すべての乗客にとってどの停留所で降りる確率も同じとするとき、止まる停留所の個数の期待値を求める。

なお、バスに新たに乗車する乗客はいないものとする。

止まる停留所の個数を $X$ とし、

$$X_k = \begin{cases} 1 & (k\text{個目の停留所に止まる}) \\ 0 & (k\text{個目の停留所に止まらない}) \end{cases} \qquad (0 < k \le r)$$

とすれば、$X = \sum_{k=1}^{r} X_k$

また、$k$ 個目の停留所で降りる乗客の人数を $N_k$ とすると、$N_k$ は平均 $\dfrac{n}{r}$ の二項分布に従うことから、$P(N_k = m) = \boxed{\quad ① \quad}$ $(0 \le m \le n)$ と表すことができる。

ここで、$X_k = 1$ は $N_k \ge 1$ と同等であるから、$E(X_k) = \boxed{\quad ② \quad}$ であり、したがって止まる停留所の個数の期待値は、$E(X) = \boxed{\quad ③ \quad}$ となる。

（3）　確率密度関数 $f(x)=\dfrac{1}{\mu}e^{-\frac{x}{\mu}}\ (x\geq 0,\ \mu>0)$ で与えられる確率分布に従う確率変数 $X$ の積率母関数 $M_X(t)$ は $\boxed{\quad ① \quad}$ である。

確率密度関数 $g(y)=\dfrac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}y^{\alpha-1}e^{-\beta y}\ (y\geq 0, \alpha>0, \beta>0)$ で与えられる確率分布に従う確率変数 $Y$ の積率母関数 $M_Y(t)$ は $\boxed{\quad ② \quad}$ である。

なお、$X$ が従う確率分布および $Y$ が従う確率分布のうち、いずれかのパラメータ（$X$ が従う確率分布については $\mu$ 、$Y$ が従う確率分布については $\alpha$ または $\beta$ のことを指す）に関する再生性は、$\boxed{\quad ③ \quad}$ 。

（③は「$X$ が従う確率分布のみがもつ」、「$Y$ が従う確率分布のみがもつ」、「いずれの確率分布ももつ」、「いずれの確率分布ももたない」から選択せよ。）

（4）　ある工場では旧型成型機を新型のものにおきかえて生産増強態勢を整えようとしている。この 2 種の機械による不良品数を調べたところ、次のような値を得たという。

| 成型機 | 製品数 | 製品数のうち不良品数 |
|---|---|---|
| 旧型 | 600 | 93 |
| 新型 | 400 | 14 |

この両種の成型機による製品不良率の差を区間推定する。旧型、新型のそれぞれの二項母集団を $X$ 、$Y$ とし、それぞれの不良率を $p_x$、 $p_y$ とすると、その差 $\delta=p_x-p_y$ の信頼係数 95%における信頼区間は（ $\boxed{\quad ① \quad}$ ， $\boxed{\quad ② \quad}$ ）と推定される。

次に、旧型と比較してどのくらい新型のほうの不良率が少なくなったかを推定する。信頼係数 95%で $\delta=p_x-p_y$ を推定することにより、新型機の不良率は $\boxed{\quad ③ \quad}$ 以上良くなったと考えることができる。（①～③は小数第 4 位を四捨五入せよ。）

（5）　ある貝の取引で、国内産表示のものが外国産なのではないかと疑っている。国内産の貝の大きさは$N(6,\sigma^2)$に従い、外国産の貝の大きさの母平均は国内産より小さいことはわかっている。まず、10 個の標本をとったところ、

1.2,　3.5,　6.3,　5.5,　3.6,　6.8,　4.2,　2.5,　7.0,　3.2　$(cm)$のデータが得られた。

（a）母分散が$\sigma^2=0.64$とわかっているとき、有意水準 5%で、帰無仮説$H_0:\mu=6$、対立仮説$H_1:\mu<6$として、片側検定を実行する。

10 個の標本データから、$\bar{x}=4.38$、$\sigma^2=0.64$より

$$\frac{\bar{x}-6}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{10}}}=-\boxed{\quad ① \quad}$$

また、上側 5%点は $\boxed{\quad ② \quad}$ であり、

$-\boxed{\quad ① \quad}<-\boxed{\quad ② \quad}$ となることから、帰無仮説$H_0$は棄却され、対立仮説$H_1$を採択する。

また、有意水準 5%のとき棄却域は$t<\boxed{\quad ③ \quad}$となる。

（b）母分散が未知の場合、$t$検定で有意水準 5%の片側検定を実行する。

$$\frac{\bar{x}-6}{\sqrt{\boxed{\quad ④ \quad}}}=-\boxed{\quad ⑤ \quad}$$

また、上側 5%点は $\boxed{\quad ⑥ \quad}$ であり、

$-\boxed{\quad ⑤ \quad}<-\boxed{\quad ⑥ \quad}$ となることから、帰無仮説$H_0$は棄却され、対立仮説$H_1$を採択する。

また、有意水準 5%のとき棄却域は$t<\boxed{\quad ⑦ \quad}$となる。

（①、③～⑤、⑦は小数第 5 位を四捨五入せよ。ただし、既に解答した数値を用いて次の問題以降の計算を行うときも、その数値は四捨五入した後の数値ではなく、四捨五入する前の数値を用いて計算を行うこと。また、②、⑥は付表内の最も近い数値をそのまま記入せよ。）

（6） ある高等学校の生徒 350 名に対して数学と英語の試験を行ったところ、数学の成績は平均 50、分散 $25^2$ の正規分布に従い、英語の成績は平均 60、分散 $15^2$ の正規分布に従い、互いに独立であったとする。

この生徒を任意に選び、数学と英語の成績の平均を $\overline{X}$ とすると、$\overline{X}$ は平均 $\boxed{\quad ① \quad}$ 、分散 $\boxed{\quad ② \quad}$ の正規分布に従う。

また、$\overline{X} < 35$ となる生徒は約 $\boxed{\quad ③ \quad}$ 名になると考えられる。

（③は小数第 1 位を四捨五入せよ。）

（7） 壺 $A$ は赤球 1 個と白球 2 個、壺 $B$ は赤球 2 個と白球 1 個が入っており、それぞれの壺から球を 1 個取り出し交換する試行を繰り返す。$n$ 回 $(n = 0, 1, 2, 3 \cdots)$ の試行直後の壺 $A$ の赤球の個数を $X_n$ とする。

$X_n$ はマルコフ連鎖を作り、$p_{ij} = P(X_{n+1} = j-1 \mid X_n = i-1)$ $(i,\ j = 1, 2, 3, 4)$ は $n$ に無関係であり、4×4 行列 $P = [p_{ij}]$ は $\boxed{\quad ① \quad}$ となる。

次に、$X_n$ が 1 または 2 となる確率 $a_n = P(X_n = 1) + P(X_n = 2)$ を求めると $\boxed{\quad ② \quad}$ となる。

さらに、今回の試行を十分に多く繰り返すと、$P(X_n = i)$ $(i = 0, 1, 2, 3)$ は一定の確率に収束し、

$\vec{\pi} = \lim_{n \to \infty} (P(X_n = 0),\ P(X_n = 1),\ P(X_n = 2),\ P(X_n = 3))$ は $\boxed{\quad ③ \quad}$ となる。

（8）　ルンドベリ・モデルにおいて、時刻$t$までのクレーム額の累計と保険料収入累計の差額の最大値（最大損失額）を$L$とする。$L=\max\{\,S(t)-(1+\theta)\lambda\mu t\,|\,t>0\}$

$S(t)$：期間に発生したクレーム総額

複合ポアソン過程に従う（クレーム件数はパラメータ$\lambda$のポアソン分布、クレーム額$X$は期待値$\mu$の確率分布にそれぞれ従う）

$\theta$　：安全割増

$c=(1+\theta)\lambda\mu$：単位時間に領収される保険料

最大損失額は、

$N$：赤字更新回数

$L_i$：初期から$i$回目の赤字更新額

$L_i(i=1,2,3,\ldots,N)$と$N$は互いに独立であり、$L_i(i=1,2,3,\ldots,N)$は同じ分布に従う確率変数とすると　$L=L_1+L_2+L_3+\ldots+L_N$　と表されるものとする。このとき$N$、$L_i$および$L$の積率母関数を計算する。

この赤字更新$L_i$が起きる確率は　$\dfrac{1}{1+\theta}$　であるため、赤字更新される回数$N$の確率は、

$P(N=n)=$ $\boxed{\quad ① \quad}$ と表される。

一方、初期サープラスゼロの場合で初めて赤字更新し、サープラスが最大$-y(y>0)$まで落ち込む確率$G(0,y)$は、クレーム額$X$の累積分布関数$F_X(x)$を用いることで、

$G(0,y)=\dfrac{\lambda}{c}\displaystyle\int_0^y\{1-F_X(x)\}dx$ と表現できる。これを用いて、赤字更新した直後に発生する赤字幅

$L_i$の累積分布関数は　$P(L_i\le y)=\dfrac{G(0,y)}{\boxed{\quad ② \quad}}$ と表せるため、$L_i$の確率密度関数は

$\mu$と累積分布関数$F_X(y)$を用いることで$f_{Li}(y)=$ $\boxed{\quad ③ \quad}$ と表される

（これは$i=1,2,3,\ldots,N$のいずれでも成立する）。

以上より、赤字更新回数$N$と赤字更新額$L_i$の積率母関数は

$M_N(t)=$ $\boxed{\quad ④ \quad}$

$M_{Li}(t)=$ $\boxed{\quad ⑤ \quad}$

と表すことができる。また、最大損失額$L$の確率は、赤字更新額$L_i$と赤字更新回数$N$との複合分布で表現できることから、積率母関数は$M_L(t)=$ $\boxed{\quad ⑥ \quad}$ と表される。

（④～⑥は、$\theta$、$\mu$、$t$、自然対数の底$e$ならびに$X$の積率母関数$M_X(t)$を用いて回答すること）

（付表）

１．標準正規分布表（上側$\varepsilon$点$u(\varepsilon)$から確率$\varepsilon$を求める表）

| | *=0 | *=1 | *=2 | *=3 | *=4 | *=5 | *=6 | *=7 | *=8 | *=9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0* | 0.5000 | 0.4960 | 0.4920 | 0.4880 | 0.4840 | 0.4801 | 0.4761 | 0.4721 | 0.4681 | 0.4641 |
| 0.1* | 0.4602 | 0.4562 | 0.4522 | 0.4483 | 0.4443 | 0.4404 | 0.4364 | 0.4325 | 0.4286 | 0.4247 |
| 0.2* | 0.4207 | 0.4168 | 0.4129 | 0.4090 | 0.4052 | 0.4013 | 0.3974 | 0.3936 | 0.3897 | 0.3859 |
| 0.3* | 0.3821 | 0.3783 | 0.3745 | 0.3707 | 0.3669 | 0.3632 | 0.3594 | 0.3557 | 0.3520 | 0.3483 |
| 0.4* | 0.3446 | 0.3409 | 0.3372 | 0.3336 | 0.3300 | 0.3264 | 0.3228 | 0.3192 | 0.3156 | 0.3121 |
| 0.5* | 0.3085 | 0.3050 | 0.3015 | 0.2981 | 0.2946 | 0.2912 | 0.2877 | 0.2843 | 0.2810 | 0.2776 |
| 0.6* | 0.2743 | 0.2709 | 0.2676 | 0.2643 | 0.2611 | 0.2578 | 0.2546 | 0.2514 | 0.2483 | 0.2451 |
| 0.7* | 0.2420 | 0.2389 | 0.2358 | 0.2327 | 0.2296 | 0.2266 | 0.2236 | 0.2206 | 0.2177 | 0.2148 |
| 0.8* | 0.2119 | 0.2090 | 0.2061 | 0.2033 | 0.2005 | 0.1977 | 0.1949 | 0.1922 | 0.1894 | 0.1867 |
| 0.9* | 0.1841 | 0.1814 | 0.1788 | 0.1762 | 0.1736 | 0.1711 | 0.1685 | 0.1660 | 0.1635 | 0.1611 |
| 1.0* | 0.1587 | 0.1562 | 0.1539 | 0.1515 | 0.1492 | 0.1469 | 0.1446 | 0.1423 | 0.1401 | 0.1379 |
| 1.1* | 0.1357 | 0.1335 | 0.1314 | 0.1292 | 0.1271 | 0.1251 | 0.1230 | 0.1210 | 0.1190 | 0.1170 |
| 1.2* | 0.1151 | 0.1131 | 0.1112 | 0.1093 | 0.1075 | 0.1056 | 0.1038 | 0.1020 | 0.1003 | 0.0985 |
| 1.3* | 0.0968 | 0.0951 | 0.0934 | 0.0918 | 0.0901 | 0.0885 | 0.0869 | 0.0853 | 0.0838 | 0.0823 |
| 1.4* | 0.0808 | 0.0793 | 0.0778 | 0.0764 | 0.0749 | 0.0735 | 0.0721 | 0.0708 | 0.0694 | 0.0681 |
| 1.5* | 0.0668 | 0.0655 | 0.0643 | 0.0630 | 0.0618 | 0.0606 | 0.0594 | 0.0582 | 0.0571 | 0.0559 |
| 1.6* | 0.0548 | 0.0537 | 0.0526 | 0.0516 | 0.0505 | 0.0495 | 0.0485 | 0.0475 | 0.0465 | 0.0455 |
| 1.7* | 0.0446 | 0.0436 | 0.0427 | 0.0418 | 0.0409 | 0.0401 | 0.0392 | 0.0384 | 0.0375 | 0.0367 |
| 1.8* | 0.0359 | 0.0351 | 0.0344 | 0.0336 | 0.0329 | 0.0322 | 0.0314 | 0.0307 | 0.0301 | 0.0294 |
| 1.9* | 0.0287 | 0.0281 | 0.0274 | 0.0268 | 0.0262 | 0.0256 | 0.0250 | 0.0244 | 0.0239 | 0.0233 |
| 2.0* | 0.0228 | 0.0222 | 0.0217 | 0.0212 | 0.0207 | 0.0202 | 0.0197 | 0.0192 | 0.0188 | 0.0183 |
| 2.1* | 0.0179 | 0.0174 | 0.0170 | 0.0166 | 0.0162 | 0.0158 | 0.0154 | 0.0150 | 0.0146 | 0.0143 |
| 2.2* | 0.0139 | 0.0136 | 0.0132 | 0.0129 | 0.0125 | 0.0122 | 0.0119 | 0.0116 | 0.0113 | 0.0110 |
| 2.3* | 0.0107 | 0.0104 | 0.0102 | 0.0099 | 0.0096 | 0.0094 | 0.0091 | 0.0089 | 0.0087 | 0.0084 |
| 2.4* | 0.0082 | 0.0080 | 0.0078 | 0.0075 | 0.0073 | 0.0071 | 0.0069 | 0.0068 | 0.0066 | 0.0064 |
| 2.5* | 0.0062 | 0.0060 | 0.0059 | 0.0057 | 0.0055 | 0.0054 | 0.0052 | 0.0051 | 0.0049 | 0.0048 |
| 2.6* | 0.0047 | 0.0045 | 0.0044 | 0.0043 | 0.0041 | 0.0040 | 0.0039 | 0.0038 | 0.0037 | 0.0036 |
| 2.7* | 0.0035 | 0.0034 | 0.0033 | 0.0032 | 0.0031 | 0.0030 | 0.0029 | 0.0028 | 0.0027 | 0.0026 |
| 2.8* | 0.0026 | 0.0025 | 0.0024 | 0.0023 | 0.0023 | 0.0022 | 0.0021 | 0.0021 | 0.0020 | 0.0019 |
| 2.9* | 0.0019 | 0.0018 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0016 | 0.0016 | 0.0015 | 0.0015 | 0.0014 | 0.0014 |

## ２．逆標準正規分布表（確率$\varepsilon$から上側$\varepsilon$点$u(\varepsilon)$を求める表）

| | *=0 | *=1 | *=2 | *=3 | *=4 | *=5 | *=6 | *=7 | *=8 | *=9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.00* | ∞ | 3.0902 | 2.8782 | 2.7478 | 2.6521 | 2.5758 | 2.5121 | 2.4573 | 2.4089 | 2.3656 |
| 0.01* | 2.3263 | 2.2904 | 2.2571 | 2.2262 | 2.1973 | 2.1701 | 2.1444 | 2.1201 | 2.0969 | 2.0749 |
| 0.02* | 2.0537 | 2.0335 | 2.0141 | 1.9954 | 1.9774 | 1.9600 | 1.9431 | 1.9268 | 1.9110 | 1.8957 |
| 0.03* | 1.8808 | 1.8663 | 1.8522 | 1.8384 | 1.8250 | 1.8119 | 1.7991 | 1.7866 | 1.7744 | 1.7624 |
| 0.04* | 1.7507 | 1.7392 | 1.7279 | 1.7169 | 1.7060 | 1.6954 | 1.6849 | 1.6747 | 1.6646 | 1.6546 |
| 0.05* | 1.6449 | 1.6352 | 1.6258 | 1.6164 | 1.6072 | 1.5982 | 1.5893 | 1.5805 | 1.5718 | 1.5632 |
| 0.06* | 1.5548 | 1.5464 | 1.5382 | 1.5301 | 1.5220 | 1.5141 | 1.5063 | 1.4985 | 1.4909 | 1.4833 |
| 0.07* | 1.4758 | 1.4684 | 1.4611 | 1.4538 | 1.4466 | 1.4395 | 1.4325 | 1.4255 | 1.4187 | 1.4118 |
| 0.08* | 1.4051 | 1.3984 | 1.3917 | 1.3852 | 1.3787 | 1.3722 | 1.3658 | 1.3595 | 1.3532 | 1.3469 |
| 0.09* | 1.3408 | 1.3346 | 1.3285 | 1.3225 | 1.3165 | 1.3106 | 1.3047 | 1.2988 | 1.2930 | 1.2873 |
| 0.10* | 1.2816 | 1.2759 | 1.2702 | 1.2646 | 1.2591 | 1.2536 | 1.2481 | 1.2426 | 1.2372 | 1.2319 |
| 0.11* | 1.2265 | 1.2212 | 1.2160 | 1.2107 | 1.2055 | 1.2004 | 1.1952 | 1.1901 | 1.1850 | 1.1800 |
| 0.12* | 1.1750 | 1.1700 | 1.1650 | 1.1601 | 1.1552 | 1.1503 | 1.1455 | 1.1407 | 1.1359 | 1.1311 |
| 0.13* | 1.1264 | 1.1217 | 1.1170 | 1.1123 | 1.1077 | 1.1031 | 1.0985 | 1.0939 | 1.0893 | 1.0848 |
| 0.14* | 1.0803 | 1.0758 | 1.0714 | 1.0669 | 1.0625 | 1.0581 | 1.0537 | 1.0494 | 1.0450 | 1.0407 |
| 0.15* | 1.0364 | 1.0322 | 1.0279 | 1.0237 | 1.0194 | 1.0152 | 1.0110 | 1.0069 | 1.0027 | 0.9986 |
| 0.16* | 0.9945 | 0.9904 | 0.9863 | 0.9822 | 0.9782 | 0.9741 | 0.9701 | 0.9661 | 0.9621 | 0.9581 |
| 0.17* | 0.9542 | 0.9502 | 0.9463 | 0.9424 | 0.9385 | 0.9346 | 0.9307 | 0.9269 | 0.9230 | 0.9192 |
| 0.18* | 0.9154 | 0.9116 | 0.9078 | 0.9040 | 0.9002 | 0.8965 | 0.8927 | 0.8890 | 0.8853 | 0.8816 |
| 0.19* | 0.8779 | 0.8742 | 0.8705 | 0.8669 | 0.8633 | 0.8596 | 0.8560 | 0.8524 | 0.8488 | 0.8452 |
| 0.20* | 0.8416 | 0.8381 | 0.8345 | 0.8310 | 0.8274 | 0.8239 | 0.8204 | 0.8169 | 0.8134 | 0.8099 |
| 0.21* | 0.8064 | 0.8030 | 0.7995 | 0.7961 | 0.7926 | 0.7892 | 0.7858 | 0.7824 | 0.7790 | 0.7756 |
| 0.22* | 0.7722 | 0.7688 | 0.7655 | 0.7621 | 0.7588 | 0.7554 | 0.7521 | 0.7488 | 0.7454 | 0.7421 |
| 0.23* | 0.7388 | 0.7356 | 0.7323 | 0.7290 | 0.7257 | 0.7225 | 0.7192 | 0.7160 | 0.7128 | 0.7095 |
| 0.24* | 0.7063 | 0.7031 | 0.6999 | 0.6967 | 0.6935 | 0.6903 | 0.6871 | 0.6840 | 0.6808 | 0.6776 |
| 0.25* | 0.6745 | 0.6713 | 0.6682 | 0.6651 | 0.6620 | 0.6588 | 0.6557 | 0.6526 | 0.6495 | 0.6464 |
| 0.26* | 0.6433 | 0.6403 | 0.6372 | 0.6341 | 0.6311 | 0.6280 | 0.6250 | 0.6219 | 0.6189 | 0.6158 |
| 0.27* | 0.6128 | 0.6098 | 0.6068 | 0.6038 | 0.6008 | 0.5978 | 0.5948 | 0.5918 | 0.5888 | 0.5858 |
| 0.28* | 0.5828 | 0.5799 | 0.5769 | 0.5740 | 0.5710 | 0.5681 | 0.5651 | 0.5622 | 0.5592 | 0.5563 |
| 0.29* | 0.5534 | 0.5505 | 0.5476 | 0.5446 | 0.5417 | 0.5388 | 0.5359 | 0.5330 | 0.5302 | 0.5273 |
| 0.30* | 0.5244 | 0.5215 | 0.5187 | 0.5158 | 0.5129 | 0.5101 | 0.5072 | 0.5044 | 0.5015 | 0.4987 |
| 0.31* | 0.4959 | 0.4930 | 0.4902 | 0.4874 | 0.4845 | 0.4817 | 0.4789 | 0.4761 | 0.4733 | 0.4705 |
| 0.32* | 0.4677 | 0.4649 | 0.4621 | 0.4593 | 0.4565 | 0.4538 | 0.4510 | 0.4482 | 0.4454 | 0.4427 |
| 0.33* | 0.4399 | 0.4372 | 0.4344 | 0.4316 | 0.4289 | 0.4261 | 0.4234 | 0.4207 | 0.4179 | 0.4152 |
| 0.34* | 0.4125 | 0.4097 | 0.4070 | 0.4043 | 0.4016 | 0.3989 | 0.3961 | 0.3934 | 0.3907 | 0.3880 |
| 0.35* | 0.3853 | 0.3826 | 0.3799 | 0.3772 | 0.3745 | 0.3719 | 0.3692 | 0.3665 | 0.3638 | 0.3611 |
| 0.36* | 0.3585 | 0.3558 | 0.3531 | 0.3505 | 0.3478 | 0.3451 | 0.3425 | 0.3398 | 0.3372 | 0.3345 |
| 0.37* | 0.3319 | 0.3292 | 0.3266 | 0.3239 | 0.3213 | 0.3186 | 0.3160 | 0.3134 | 0.3107 | 0.3081 |
| 0.38* | 0.3055 | 0.3029 | 0.3002 | 0.2976 | 0.2950 | 0.2924 | 0.2898 | 0.2871 | 0.2845 | 0.2819 |
| 0.39* | 0.2793 | 0.2767 | 0.2741 | 0.2715 | 0.2689 | 0.2663 | 0.2637 | 0.2611 | 0.2585 | 0.2559 |
| 0.40* | 0.2533 | 0.2508 | 0.2482 | 0.2456 | 0.2430 | 0.2404 | 0.2378 | 0.2353 | 0.2327 | 0.2301 |
| 0.41* | 0.2275 | 0.2250 | 0.2224 | 0.2198 | 0.2173 | 0.2147 | 0.2121 | 0.2096 | 0.2070 | 0.2045 |
| 0.42* | 0.2019 | 0.1993 | 0.1968 | 0.1942 | 0.1917 | 0.1891 | 0.1866 | 0.1840 | 0.1815 | 0.1789 |
| 0.43* | 0.1764 | 0.1738 | 0.1713 | 0.1687 | 0.1662 | 0.1637 | 0.1611 | 0.1586 | 0.1560 | 0.1535 |
| 0.44* | 0.1510 | 0.1484 | 0.1459 | 0.1434 | 0.1408 | 0.1383 | 0.1358 | 0.1332 | 0.1307 | 0.1282 |
| 0.45* | 0.1257 | 0.1231 | 0.1206 | 0.1181 | 0.1156 | 0.1130 | 0.1105 | 0.1080 | 0.1055 | 0.1030 |
| 0.46* | 0.1004 | 0.0979 | 0.0954 | 0.0929 | 0.0904 | 0.0878 | 0.0853 | 0.0828 | 0.0803 | 0.0778 |
| 0.47* | 0.0753 | 0.0728 | 0.0702 | 0.0677 | 0.0652 | 0.0627 | 0.0602 | 0.0577 | 0.0552 | 0.0527 |
| 0.48* | 0.0502 | 0.0476 | 0.0451 | 0.0426 | 0.0401 | 0.0376 | 0.0351 | 0.0326 | 0.0301 | 0.0276 |
| 0.49* | 0.0251 | 0.0226 | 0.0201 | 0.0175 | 0.0150 | 0.0125 | 0.0100 | 0.0075 | 0.0050 | 0.0025 |

## ３． $\chi^2$ 分布表（自由度 $m$ の上側 $\varepsilon$ 点 $\chi_m^2(\varepsilon)$ を求める表）

| $m$ | $\varepsilon$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.995 | 0.990 | 0.975 | 0.950 | 0.900 | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
| 1 | $0.0^4393$ | $0.0^3157$ | $0.0^3982$ | $0.0^2393$ | 0.0158 | 2.7055 | 3.8415 | 5.0239 | 6.6349 | 7.8794 |
| 2 | 0.0100 | 0.0201 | 0.0506 | 0.1026 | 0.2107 | 4.6052 | 5.9915 | 7.3778 | 9.2103 | 10.5966 |
| 3 | 0.0717 | 0.1148 | 0.2158 | 0.3518 | 0.5844 | 6.2514 | 7.8147 | 9.3484 | 11.3449 | 12.8382 |
| 4 | 0.2070 | 0.2971 | 0.4844 | 0.7107 | 1.0636 | 7.7794 | 9.4877 | 11.1433 | 13.2767 | 14.8603 |
| 5 | 0.4117 | 0.5543 | 0.8312 | 1.1455 | 1.6103 | 9.2364 | 11.0705 | 12.8325 | 15.0863 | 16.7496 |
| 6 | 0.6757 | 0.8721 | 1.2373 | 1.6354 | 2.2041 | 10.6446 | 12.5916 | 14.4494 | 16.8119 | 18.5476 |
| 7 | 0.9893 | 1.2390 | 1.6899 | 2.1673 | 2.8331 | 12.0170 | 14.0671 | 16.0128 | 18.4753 | 20.2777 |
| 8 | 1.3444 | 1.6465 | 2.1797 | 2.7326 | 3.4895 | 13.3616 | 15.5073 | 17.5345 | 20.0902 | 21.9550 |
| 9 | 1.7349 | 2.0879 | 2.7004 | 3.3251 | 4.1682 | 14.6837 | 16.9190 | 19.0228 | 21.6660 | 23.5894 |
| 10 | 2.1559 | 2.5582 | 3.2470 | 3.9403 | 4.8652 | 15.9872 | 18.3070 | 20.4832 | 23.2093 | 25.1882 |
| 11 | 2.6032 | 3.0535 | 3.8157 | 4.5748 | 5.5778 | 17.2750 | 19.6751 | 21.9200 | 24.7250 | 26.7568 |
| 12 | 3.0738 | 3.5706 | 4.4038 | 5.2260 | 6.3038 | 18.5493 | 21.0261 | 23.3367 | 26.2170 | 28.2995 |
| 13 | 3.5650 | 4.1069 | 5.0088 | 5.8919 | 7.0415 | 19.8119 | 22.3620 | 24.7356 | 27.6882 | 29.8195 |
| 14 | 4.0747 | 4.6604 | 5.6287 | 6.5706 | 7.7895 | 21.0641 | 23.6848 | 26.1189 | 29.1412 | 31.3193 |
| 15 | 4.6009 | 5.2293 | 6.2621 | 7.2609 | 8.5468 | 22.3071 | 24.9958 | 27.4884 | 30.5779 | 32.8013 |
| 16 | 5.1422 | 5.8122 | 6.9077 | 7.9616 | 9.3122 | 23.5418 | 26.2962 | 28.8454 | 31.9999 | 34.2672 |
| 17 | 5.6972 | 6.4078 | 7.5642 | 8.6718 | 10.0852 | 24.7690 | 27.5871 | 30.1910 | 33.4087 | 35.7185 |
| 18 | 6.2648 | 7.0149 | 8.2307 | 9.3905 | 10.8649 | 25.9894 | 28.8693 | 31.5264 | 34.8053 | 37.1565 |
| 19 | 6.8440 | 7.6327 | 8.9065 | 10.1170 | 11.6509 | 27.2036 | 30.1435 | 32.8523 | 36.1909 | 38.5823 |
| 20 | 7.4338 | 8.2604 | 9.5908 | 10.8508 | 12.4426 | 28.4120 | 31.4104 | 34.1696 | 37.5662 | 39.9968 |
| 21 | 8.0337 | 8.8972 | 10.2829 | 11.5913 | 13.2396 | 29.6151 | 32.6706 | 35.4789 | 38.9322 | 41.4011 |
| 22 | 8.6427 | 9.5425 | 10.9823 | 12.3380 | 14.0415 | 30.8133 | 33.9244 | 36.7807 | 40.2894 | 42.7957 |
| 23 | 9.2604 | 10.1957 | 11.6886 | 13.0905 | 14.8480 | 32.0069 | 35.1725 | 38.0756 | 41.6384 | 44.1813 |
| 24 | 9.8862 | 10.8564 | 12.4012 | 13.8484 | 15.6587 | 33.1962 | 36.4150 | 39.3641 | 42.9798 | 45.5585 |
| 25 | 10.5197 | 11.5240 | 13.1197 | 14.6114 | 16.4734 | 34.3816 | 37.6525 | 40.6465 | 44.3141 | 46.9279 |
| 26 | 11.1602 | 12.1981 | 13.8439 | 15.3792 | 17.2919 | 35.5632 | 38.8851 | 41.9232 | 45.6417 | 48.2899 |
| 27 | 11.8076 | 12.8785 | 14.5734 | 16.1514 | 18.1139 | 36.7412 | 40.1133 | 43.1945 | 46.9629 | 49.6449 |
| 28 | 12.4613 | 13.5647 | 15.3079 | 16.9279 | 18.9392 | 37.9159 | 41.3371 | 44.4608 | 48.2782 | 50.9934 |
| 29 | 13.1211 | 14.2565 | 16.0471 | 17.7084 | 19.7677 | 39.0875 | 42.5570 | 45.7223 | 49.5879 | 52.3356 |
| 30 | 13.7867 | 14.9535 | 16.7908 | 18.4927 | 20.5992 | 40.2560 | 43.7730 | 46.9792 | 50.8922 | 53.6720 |
| 31 | 14.4578 | 15.6555 | 17.5387 | 19.2806 | 21.4336 | 41.4217 | 44.9853 | 48.2319 | 52.1914 | 55.0027 |
| 32 | 15.1340 | 16.3622 | 18.2908 | 20.0719 | 22.2706 | 42.5847 | 46.1943 | 49.4804 | 53.4858 | 56.3281 |
| 33 | 15.8153 | 17.0735 | 19.0467 | 20.8665 | 23.1102 | 43.7452 | 47.3999 | 50.7251 | 54.7755 | 57.6484 |
| 34 | 16.5013 | 17.7891 | 19.8063 | 21.6643 | 23.9523 | 44.9032 | 48.6024 | 51.9660 | 56.0609 | 58.9639 |
| 35 | 17.1918 | 18.5089 | 20.5694 | 22.4650 | 24.7967 | 46.0588 | 49.8018 | 53.2033 | 57.3421 | 60.2748 |
| 36 | 17.8867 | 19.2327 | 21.3359 | 23.2686 | 25.6433 | 47.2122 | 50.9985 | 54.4373 | 58.6192 | 61.5812 |
| 37 | 18.5858 | 19.9602 | 22.1056 | 24.0749 | 26.4921 | 48.3634 | 52.1923 | 55.6680 | 59.8925 | 62.8833 |
| 38 | 19.2889 | 20.6914 | 22.8785 | 24.8839 | 27.3430 | 49.5126 | 53.3835 | 56.8955 | 61.1621 | 64.1814 |
| 39 | 19.9959 | 21.4262 | 23.6543 | 25.6954 | 28.1958 | 50.6598 | 54.5722 | 58.1201 | 62.4281 | 65.4756 |
| 40 | 20.7065 | 22.1643 | 24.4330 | 26.5093 | 29.0505 | 51.8051 | 55.7585 | 59.3417 | 63.6907 | 66.7660 |
| 50 | 27.9907 | 29.7067 | 32.3574 | 34.7643 | 37.6886 | 63.1671 | 67.5048 | 71.4202 | 76.1539 | 79.4900 |
| 60 | 35.5345 | 37.4849 | 40.4817 | 43.1880 | 46.4589 | 74.3970 | 79.0819 | 83.2977 | 88.3794 | 91.9517 |
| 70 | 43.2752 | 45.4417 | 48.7576 | 51.7393 | 55.3289 | 85.5270 | 90.5312 | 95.0232 | 100.4252 | 104.2149 |
| 80 | 51.1719 | 53.5401 | 57.1532 | 60.3915 | 64.2778 | 96.5782 | 101.8795 | 106.6286 | 112.3288 | 116.3211 |
| 90 | 59.1963 | 61.7541 | 65.6466 | 69.1260 | 73.2911 | 107.5650 | 113.1453 | 118.1359 | 124.1163 | 128.2989 |
| 100 | 67.3276 | 70.0649 | 74.2219 | 77.9295 | 82.3581 | 118.4980 | 124.3421 | 129.5612 | 135.8067 | 140.1695 |

## ４．$F$ 分布表（分母の自由度$n$、分子の自由度$m$の$F$ 分布の上側$\varepsilon$点$F_n^m(\varepsilon)$を求める表）

$\varepsilon = 0.050$

| $n$ | $m$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 18.5128 | 19.0000 | 19.1643 | 19.2468 | 19.2964 | 19.3295 | 19.3532 | 19.3710 | 19.3848 | 19.3959 |
| 3 | 10.1280 | 9.5521 | 9.2766 | 9.1172 | 9.0135 | 8.9406 | 8.8867 | 8.8452 | 8.8123 | 8.7855 |
| 4 | 7.7086 | 6.9443 | 6.5914 | 6.3882 | 6.2561 | 6.1631 | 6.0942 | 6.0410 | 5.9988 | 5.9644 |
| 5 | 6.6079 | 5.7861 | 5.4095 | 5.1922 | 5.0503 | 4.9503 | 4.8759 | 4.8183 | 4.7725 | 4.7351 |
| 6 | 5.9874 | 5.1433 | 4.7571 | 4.5337 | 4.3874 | 4.2839 | 4.2067 | 4.1468 | 4.0990 | 4.0600 |
| 7 | 5.5914 | 4.7374 | 4.3468 | 4.1203 | 3.9715 | 3.8660 | 3.7870 | 3.7257 | 3.6767 | 3.6365 |
| 8 | 5.3177 | 4.4590 | 4.0662 | 3.8379 | 3.6875 | 3.5806 | 3.5005 | 3.4381 | 3.3881 | 3.3472 |
| 9 | 5.1174 | 4.2565 | 3.8625 | 3.6331 | 3.4817 | 3.3738 | 3.2927 | 3.2296 | 3.1789 | 3.1373 |
| 10 | 4.9646 | 4.1028 | 3.7083 | 3.4780 | 3.3258 | 3.2172 | 3.1355 | 3.0717 | 3.0204 | 2.9782 |

$\varepsilon = 0.025$

| $n$ | $m$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 38.5063 | 39.0000 | 39.1655 | 39.2484 | 39.2982 | 39.3315 | 39.3552 | 39.3730 | 39.3869 | 39.3980 |
| 3 | 17.4434 | 16.0441 | 15.4392 | 15.1010 | 14.8848 | 14.7347 | 14.6244 | 14.5399 | 14.4731 | 14.4189 |
| 4 | 12.2179 | 10.6491 | 9.9792 | 9.6045 | 9.3645 | 9.1973 | 9.0741 | 8.9796 | 8.9047 | 8.8439 |
| 5 | 10.0070 | 8.4336 | 7.7636 | 7.3879 | 7.1464 | 6.9777 | 6.8531 | 6.7572 | 6.6811 | 6.6192 |
| 6 | 8.8131 | 7.2599 | 6.5988 | 6.2272 | 5.9876 | 5.8198 | 5.6955 | 5.5996 | 5.5234 | 5.4613 |
| 7 | 8.0727 | 6.5415 | 5.8898 | 5.5226 | 5.2852 | 5.1186 | 4.9949 | 4.8993 | 4.8232 | 4.7611 |
| 8 | 7.5709 | 6.0595 | 5.4160 | 5.0526 | 4.8173 | 4.6517 | 4.5286 | 4.4333 | 4.3572 | 4.2951 |
| 9 | 7.2093 | 5.7147 | 5.0781 | 4.7181 | 4.4844 | 4.3197 | 4.1970 | 4.1020 | 4.0260 | 3.9639 |
| 10 | 6.9367 | 5.4564 | 4.8256 | 4.4683 | 4.2361 | 4.0721 | 3.9498 | 3.8549 | 3.7790 | 3.7168 |

$\varepsilon = 0.010$

| $n$ | $m$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 98.5025 | 99.0000 | 99.1662 | 99.2494 | 99.2993 | 99.3326 | 99.3564 | 99.3742 | 99.3881 | 99.3992 |
| 3 | 34.1162 | 30.8165 | 29.4567 | 28.7099 | 28.2371 | 27.9107 | 27.6717 | 27.4892 | 27.3452 | 27.2287 |
| 4 | 21.1977 | 18.0000 | 16.6944 | 15.9770 | 15.5219 | 15.2069 | 14.9758 | 14.7989 | 14.6591 | 14.5459 |
| 5 | 16.2582 | 13.2739 | 12.0600 | 11.3919 | 10.9670 | 10.6723 | 10.4555 | 10.2893 | 10.1578 | 10.0510 |
| 6 | 13.7450 | 10.9248 | 9.7795 | 9.1483 | 8.7459 | 8.4661 | 8.2600 | 8.1017 | 7.9761 | 7.8741 |
| 7 | 12.2464 | 9.5466 | 8.4513 | 7.8466 | 7.4604 | 7.1914 | 6.9928 | 6.8400 | 6.7188 | 6.6201 |
| 8 | 11.2586 | 8.6491 | 7.5910 | 7.0061 | 6.6318 | 6.3707 | 6.1776 | 6.0289 | 5.9106 | 5.8143 |
| 9 | 10.5614 | 8.0215 | 6.9919 | 6.4221 | 6.0569 | 5.8018 | 5.6129 | 5.4671 | 5.3511 | 5.2565 |
| 10 | 10.0443 | 7.5594 | 6.5523 | 5.9943 | 5.6363 | 5.3858 | 5.2001 | 5.0567 | 4.9424 | 4.8491 |

$\varepsilon = 0.005$

| $n$ | $m$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 198.5013 | 199.0000 | 199.1664 | 199.2497 | 199.2996 | 199.3330 | 199.3568 | 199.3746 | 199.3885 | 199.3996 |
| 3 | 55.5520 | 49.7993 | 47.4672 | 46.1946 | 45.3916 | 44.8385 | 44.4341 | 44.1256 | 43.8824 | 43.6858 |
| 4 | 31.3328 | 26.2843 | 24.2591 | 23.1545 | 22.4564 | 21.9746 | 21.6217 | 21.3520 | 21.1391 | 20.9667 |
| 5 | 22.7848 | 18.3138 | 16.5298 | 15.5561 | 14.9396 | 14.5133 | 14.2004 | 13.9610 | 13.7716 | 13.6182 |
| 6 | 18.6350 | 14.5441 | 12.9166 | 12.0275 | 11.4637 | 11.0730 | 10.7859 | 10.5658 | 10.3915 | 10.2500 |
| 7 | 16.2356 | 12.4040 | 10.8824 | 10.0505 | 9.5221 | 9.1553 | 8.8854 | 8.6781 | 8.5138 | 8.3803 |
| 8 | 14.6882 | 11.0424 | 9.5965 | 8.8051 | 8.3018 | 7.9520 | 7.6941 | 7.4959 | 7.3386 | 7.2106 |
| 9 | 13.6136 | 10.1067 | 8.7171 | 7.9559 | 7.4712 | 7.1339 | 6.8849 | 6.6933 | 6.5411 | 6.4172 |
| 10 | 12.8265 | 9.4270 | 8.0807 | 7.3428 | 6.8724 | 6.5446 | 6.3025 | 6.1159 | 5.9676 | 5.8467 |

## ５．$t$ 分布表

自由度 $m$ の上側 $\varepsilon$ 点 $t_m(\varepsilon)$ を求める表

| $m$ | $\varepsilon$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.250 | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
| 1 | 1.0000 | 3.0777 | 6.3138 | 12.7062 | 31.8205 | 63.6567 |
| 2 | 0.8165 | 1.8856 | 2.9200 | 4.3027 | 6.9646 | 9.9248 |
| 3 | 0.7649 | 1.6377 | 2.3534 | 3.1824 | 4.5407 | 5.8409 |
| 4 | 0.7407 | 1.5332 | 2.1318 | 2.7764 | 3.7469 | 4.6041 |
| 5 | 0.7267 | 1.4759 | 2.0150 | 2.5706 | 3.3649 | 4.0321 |
| 6 | 0.7176 | 1.4398 | 1.9432 | 2.4469 | 3.1427 | 3.7074 |
| 7 | 0.7111 | 1.4149 | 1.8946 | 2.3646 | 2.9980 | 3.4995 |
| 8 | 0.7064 | 1.3968 | 1.8595 | 2.3060 | 2.8965 | 3.3554 |
| 9 | 0.7027 | 1.3830 | 1.8331 | 2.2622 | 2.8214 | 3.2498 |
| 10 | 0.6998 | 1.3722 | 1.8125 | 2.2281 | 2.7638 | 3.1693 |
| 11 | 0.6974 | 1.3634 | 1.7959 | 2.2010 | 2.7181 | 3.1058 |
| 12 | 0.6955 | 1.3562 | 1.7823 | 2.1788 | 2.6810 | 3.0545 |
| 13 | 0.6938 | 1.3502 | 1.7709 | 2.1604 | 2.6503 | 3.0123 |
| 14 | 0.6924 | 1.3450 | 1.7613 | 2.1448 | 2.6245 | 2.9768 |
| 15 | 0.6912 | 1.3406 | 1.7531 | 2.1314 | 2.6025 | 2.9467 |
| 16 | 0.6901 | 1.3368 | 1.7459 | 2.1199 | 2.5835 | 2.9208 |
| 17 | 0.6892 | 1.3334 | 1.7396 | 2.1098 | 2.5669 | 2.8982 |
| 18 | 0.6884 | 1.3304 | 1.7341 | 2.1009 | 2.5524 | 2.8784 |
| 19 | 0.6876 | 1.3277 | 1.7291 | 2.0930 | 2.5395 | 2.8609 |
| 20 | 0.6870 | 1.3253 | 1.7247 | 2.0860 | 2.5280 | 2.8453 |
| 21 | 0.6864 | 1.3232 | 1.7207 | 2.0796 | 2.5176 | 2.8314 |
| 22 | 0.6858 | 1.3212 | 1.7171 | 2.0739 | 2.5083 | 2.8188 |
| 23 | 0.6853 | 1.3195 | 1.7139 | 2.0687 | 2.4999 | 2.8073 |
| 24 | 0.6848 | 1.3178 | 1.7109 | 2.0639 | 2.4922 | 2.7969 |
| 25 | 0.6844 | 1.3163 | 1.7081 | 2.0595 | 2.4851 | 2.7874 |
| 26 | 0.6840 | 1.3150 | 1.7056 | 2.0555 | 2.4786 | 2.7787 |
| 27 | 0.6837 | 1.3137 | 1.7033 | 2.0518 | 2.4727 | 2.7707 |
| 28 | 0.6834 | 1.3125 | 1.7011 | 2.0484 | 2.4671 | 2.7633 |
| 29 | 0.6830 | 1.3114 | 1.6991 | 2.0452 | 2.4620 | 2.7564 |
| 30 | 0.6828 | 1.3104 | 1.6973 | 2.0423 | 2.4573 | 2.7500 |