

## 年金数理（問題）

本問題においては、以下のとおりとする。

1. 「Trowbridge モデル」とは、定年退職者に対して毎年 1 の年金を、退職時より終身にわたり年 1 回期初に支給する年金制度をいう。
2. 「加入年齢方式」とは、加入年齢を特定して算出された標準保険料を在職中の被保険者全員に適用する財政方式(特定年齢方式)をいう。
3. 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいい、「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。

問題 1 から 15 までは、それぞれの選択肢から、設問の答として正しいものを選んで、その記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。問題 16 から 20 までは、それぞれの指示にしたがって、解答用紙の所定欄に解答を記せ。

問題 1. 死力が次のように与えられたとき、35 歳の人が 5 年以上生存する確率として最も近いものは次のいずれか。(3 点)

$$\mu_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100 - x} \quad (0 \leq x < 100)$$

- (A)  $\frac{1}{7}$       (B)  $\frac{12}{13}$       (C)  $\sqrt{\frac{1}{7}}$       (D)  $\sqrt{\frac{7}{12}}$       (E)  $\sqrt{\frac{12}{13}}$

問題 2.  $x$  歳の人が死亡するまでの年数  $T$  を確率変数とするとき、 $v^T$  の分散として最も適切なものは次のいずれか。なお、 $v = \frac{1}{1+i}$ 、 $\delta$  を利力とし、死力は年齢に関係なく一律  $c$  とする。(3 点)

- (A)  $\frac{c}{c+2\delta} - \frac{c^2}{(c+\delta)^2}$       (B)  $\frac{c^2}{(c+\delta)^2}$       (C)  $\frac{c^2}{(c+\delta)^2} - \frac{c}{c+2\delta}$   
(D)  $\frac{c}{c+\delta} - \frac{c^2}{(c+2\delta)^2}$       (E)  $\frac{c^2}{(c+2\delta)^2} - \frac{c}{c+\delta}$

問題 3. 以下の前提条件の下で、 $a_{x+1}^{(6)}$  として最も近いものは次のいずれか。(3 点)

$$a_x^{(6)} = 17.68476, q_x = 0.00791, \text{ 予定利率} = 2.0\%$$

- (A) 17.02679    (B) 17.03012    (C) 17.16587    (D) 17.17056    (E) 17.18228

問題 4. ある会社の年金制度は退職金の 50%を原資とし、年金の原資相当額を給付利率 4.0%の 15 年確定年金現価で除した金額を年金額とした 60 歳支給開始 15 年保証期間付終身年金である。このとき、60 歳で定年退職した者に対する会社負担率を次のように定義する。

$$\text{会社負担率} = (A+C) \div (A+B)$$

A=年金の原資相当額を除いた会社が支払う退職金の額

B=年金の原資相当額

C=給付利率を予定利率とした支給開始時の年金現価の額

今、会社は給付利率を 2.0%に引き下げることを行っているが、年金額が減少するため、年金の原資を増額し（会社が支払う退職金の額を減額し）、退職金の 50%を原資とした 15 年保証期間付終身年金に加えて、支給開始時の年金額が変更前の年金額と変わらないように増額部分で 20 年保証期間付終身年金を設けるものとする。増額部分の年金額は増額部分の原資を給付利率 2.0%の 20 年確定年金現価で除した金額とするとき、変更前の会社負担率に対する変更後の会社負担率の倍率として最も近いものは次のいずれか。なお、会社負担率は変更前後でそれぞれの給付利率で計算するものとし、計算基数は必要に応じて以下の数値を使用すること。また、年金の支給時期および確定年金現価はすべて期初払いを前提とする。（3 点）

	予定利率 4.0%	予定利率 2.0%
$\ddot{a}_{\overline{15} }$	11.56312	13.10625
$\ddot{a}_{\overline{20} }$	14.13394	16.67846
$D_{60}$	6,424.1	7,800.9
$N_{60}$	96,544.8	145,111.6
$D_{75}$	2,868.3	4,660.7
$N_{75}$	27,038.3	49,878.8
$D_{80}$	1,933.8	3,462.6
$N_{80}$	14,607.7	28,934.4

- (A) 0.85                      (B) 0.92                      (C) 1.07                      (D) 1.26                      (E) 1.43

問題 5. 保険料が年 1 回期初払いである Trowbridge モデルの年金制度を考える。単位積立方式における  $x$  歳の一人あたりの保険料を  ${}^U P_x$  とし、 $x$  歳の一人あたりの将来期間に対応する保険料を  ${}^A P_x$  とする。このとき、開放基金方式における一人あたりの標準保険料  ${}^{OAN} P$  を表すものは次のいずれか。（3 点）

- (A)  $\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^A P_x l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x}$                       (B)  $\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^U P_x D_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$                       (C)  $\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^A P_x (N_x - N_{x_r})/v^x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (N_x - N_{x_r})/v^x}$
- (D)  $\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^A P_x (N_x - N_{x_r})/v^x + {}^A P_{x_e} (N_{x_e} - N_{x_r})/(iv^{x_e})}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (N_x - N_{x_r})/v^x + (N_{x_e} - N_{x_r})/(iv^{x_e})}$
- (E)  $\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^A P_x (N_x - N_{x_r})/v^x + {}^A P_{x_e} (N_{x_e} - N_{x_r})/(dv^{x_e})}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (N_x - N_{x_r})/v^x + (N_{x_e} - N_{x_r})/(dv^{x_e})}$

問題 6. 定常人口の被保険者及び年金受給者集団に対して、Trowbridge モデルに基づく年金制度を発足させた。財政方式は閉鎖型総合保険料方式とするが、積立水準を早期に高めるため制度発足時の保険料をしばらく見直ししないこととした。この年金制度が予定通り推移するものとしたとき、年度末の積立金残高が、保険料を毎年見直した場合の定常状態の積立金残高に到達する年度(この年金制度の発足時点を 1 年度始とする)は次のいずれか。なお、保険料は年 1 回期初払いとし、この年金制度に関する諸数値は以下の通りとする。(3 点)

年金受給者の給付現価	$S^p =$	9,306
在職中の被保険者の給付現価	$S^a =$	14,620
在職中の被保険者の人数現価	$G^a =$	46,143 人
在職中の被保険者の総数	$L =$	3,894 人
毎年度の給付額	$B =$	831
予定利率	$i =$	2.7 %

また、計算に必要であれば、以下の数値を用いよ。

$t$	$\ddot{s}_{\overline{t} }$	$t$	$\ddot{s}_{\overline{t} }$
1	1.02700	11	12.95256
2	2.08173	12	14.32928
3	3.16494	13	15.74317
4	4.27739	14	17.19523
5	5.41988	15	18.68650
6	6.59322	16	20.21804
7	7.79823	17	21.79093
8	9.03578	18	23.40628
9	10.30675	19	25.06525
10	11.61203	20	26.76901

- (A) 13 年度末 (B) 15 年度末 (C) 17 年度末 (D) 19 年度末 (E) 21 年度末

問題 7. 現在  $x$  歳の人に対し、次のような年金または一時金を給付する。

期初に生存している場合：年金 1 を給付する。

死亡した場合：翌期初から給付する予定であった年金額 1 の永久年金の年金現価を一時金として死亡即時に給付する。なお、一時金を計算するための利力を  $\delta$  とし、死亡時点から翌期初までの時点の経過を考慮するものとする。

給付現価を利力  $\tilde{\delta}$  と利力  $\delta$  で計算した結果、前者は後者の  $\alpha$  倍になった。 $\alpha$  として最も適切なものは次のいずれか。なお、死力は年齢に関係なく一律  $\mu$  とする。(3 点)

- (A) 1      (B)  $\frac{1 - e^{-\delta}}{1 - e^{-(\tilde{\delta} + \mu)}} \left( 1 + e^{-\delta} \cdot \frac{\mu}{\mu + \tilde{\delta} - \delta} \cdot \frac{1 - e^{-(\mu + \tilde{\delta} - \delta)}}{1 - e^{-\delta}} \right)$
- (C)  $\frac{1 - e^{-\delta}}{1 - e^{-(\tilde{\delta} + \mu)}} \left( 1 + e^{-\delta} \cdot \frac{\mu}{\mu - \tilde{\delta} + \delta} \cdot \frac{1 - e^{-(\mu - \tilde{\delta} + \delta)}}{1 - e^{-\delta}} \right)$
- (D)  $\frac{1 - e^{-\delta}}{1 - e^{-(\tilde{\delta} + \mu)}} \left( 1 - e^{-\delta} \cdot \frac{\mu}{\mu - \tilde{\delta} + \delta} \cdot \frac{1 - e^{-(\mu - \tilde{\delta} + \delta)}}{1 - e^{-\delta}} \right)$       (E)  $\frac{1 - e^{-\delta}}{1 - e^{-(\tilde{\delta} + \mu)}}$

問題 8. Trowbridge モデルの単位積立方式の保険料  ${}^uP_x$  に関する以下の算式について、正しいものは次のいずれか。(3 点)

- (A)  $\frac{d {}^uP_x}{di} = -(x_r - x) \cdot {}^uP_x - \frac{1}{x_r - x_e} \cdot \frac{S_{x_r+1}}{D_x}$
- (B)  $\frac{d {}^uP_x}{di} = -(x_r - x) \cdot {}^uP_x - \frac{1}{x_r - x_e} \cdot \frac{S_{x_r}}{D_x}$
- (C)  $\frac{d {}^uP_x}{di} = -(x_r - x) \cdot {}^uP_x - \frac{1}{x_r - x_e} \cdot \frac{N_{x_r+1}}{D_x}$
- (D)  $\frac{d {}^uP_x}{di} = -v \cdot (x_r - x) \cdot {}^uP_x - \frac{v}{x_r - x_e} \cdot \frac{N_{x_r+1}}{D_x}$
- (E)  $\frac{d {}^uP_x}{di} = -v \cdot (x_r - x) \cdot {}^uP_x - \frac{v}{x_r - x_e} \cdot \frac{S_{x_r+1}}{D_x}$

問題 9. 定年退職者に退職時の給与の  $\alpha$  倍 ( $\alpha > 0$ ) の終身年金を支払い、保険料は給与比例の年金制度は開放基金方式で運営され、定常状態で推移していた。ある年度に、予定とは異なる以下の事象が発生した場合、期末の財政決算において剰余金(差益)発生 の要因と考えられるものの個数として正しいものの数は次のいずれか。(3 点)

- ① 新規加入の被保険者の加入年齢は予定通りであるが、加入時の総給与は予定を下回った。
- ② 将来加入が見込まれる被保険者の加入年齢に近い年齢層で、脱退者数が予定を下回った。
- ③ 将来加入が見込まれる被保険者の加入年齢に近い年齢層で、昇給が予定を上回った。
- ④ 定年年齢を超える年齢で、年金受給者の死亡者数が予定を上回った。
- ⑤ 将来加入が見込まれる被保険者の人数の見込みは変わらないが一人あたりの給与が増加した。

- (A) 1 個      (B) 2 個      (C) 3 個      (D) 4 個      (E) それ以外

問題10. 定常状態にある Trowbridge モデルの年金制度が、完全積立方式により運営されている。ある期末に、財政方式を単位積立方式に変更するとともに、剰余金が生じないように、過去の加入期間分も含めて給付を一律 $\alpha(> 1)$ 倍にした（ただし年金受給者の給付は従前通りとする）。このとき、 $\alpha$ を表すものとして正しいものは次のいずれか。なお、保険料は年1回期初払いとする。（3点）

- (A)  $\frac{(x_r - x_e)d}{(x_r - x_e)d - (1 - v^{x_r - x_e + 1})}$
- (B)  $\frac{(x_r - x_e)d}{(x_r - x_e)d - (1 - v^{x_r - x_e})}$
- (C)  $\frac{(x_r - x_e + 1)d}{(x_r - x_e + 1)d - (1 - v^{x_r - x_e + 1})}$
- (D)  $\frac{(x_r - x_e + 1)d}{(x_r - x_e + 1)d - (1 - v^{x_r - x_e})}$
- (E)  $\frac{(x_r - x_e - 1)d}{(x_r - x_e - 1)d - (1 - v^{x_r - x_e - 1})}$

問題11. 定年退職者に退職時から年額1の10年確定年金を支払う年金制度が加入年齢方式で運営されている。今般、年金の支給対象者を「定年退職者」から「50歳以上の退職者」に見直した。このとき、現在50歳の加入者の変更前の責任準備金に対する、制度変更後の責任準備金の倍率として最も近いものは次のいずれか。なお、保険料および給付は年1回期初払いとする。（3点）  
（前提条件）

- ・ 特定年齢：40歳           ・ 予定利率：3.0%    $\ddot{a}_{\overline{10}|}(3.0\%) = 8.78611$
  - ・ 生存脱退率：すべての年齢で2.0%    死亡脱退率：0%
  - ・ 脱退時期：定年退職は60歳到達年度の期末、  
                  生存脱退は期末とし、翌期初から年金の支給を開始する
  - ・  $0.98^{10} = 0.81707$     $0.98^{20} = 0.66761$
- (A) 1.20    (B) 1.23    (C) 1.26    (D) 1.29    (E) 1.32

問題12. 以下の内容の年金制度を考える。

【制度内容】

○ 年金給付

支給時期：60歳到達の翌期より年1回期初払い、20年保証期間付終身年金として支給

年金額：加入時年齢 $x$ 、脱退年度の年度末における年齢 $y$ に対して、以下の金額。ただし、保証期間経過後は、以下の金額の80%の金額。

$$\frac{\alpha_{y-x} \times 1.01^{60-y} \div \ddot{a}_{20|}(2\%)}$$

$\ddot{a}_{\overline{t}|}(k)$ ：利率 $k$ の期初払い $t$ 年確定年金現価率

一時金選択：生存脱退時は、60歳からの年金受給に代えて一時金を受給することも可能。

一時金を選択した場合は、脱退年度の年度末に支給する。一時金額は、以下の金額

$$\alpha_{y-x}$$

遺族年金：脱退時に年金選択後、支給開始前に死亡した場合、死亡年度の翌期初から20年確定年金を支払う。年金額は死亡年度の年度末の年齢 $z$ に対して、以下の金額

$$\frac{\alpha_{y-x} \times 1.01^{z-y} \div \ddot{a}_{20|}(2\%)}$$

標準保険料の計算において一時金選択率を年齢別に設定する場合、保険料率が最も高くなる一時金選択率は次のいずれか。計算基礎率は以下の通り。(3点)

- ・ 財政方式：加入年齢方式
- ・ 定年年齢：60歳(60歳到達直後の年度末に制度から脱退)
- ・ 予定利率：3.0%
- ・ 生存脱退率：2.5%
- ・ 死亡脱退率：0%
- ・ 生存脱退後の死亡率：
  - 60歳未満 0.7%
  - 60歳以上 下記基数表を満たしている死亡率(基数表の予定利率は3.0%)

$x$	$l_x$	$d_x$	$D_x$	$N_x$
60	100,000.00	791.00	26,443.86	433,032.27
80	64,091.80	3,456.47	9,383.89	73,641.63

また、計算に必要であれば、以下の数値を用いよ。

$$\ddot{a}_{20|}(2\%) = 16.67846 \quad \ddot{a}_{20|}(3\%) = 15.32380$$

- (A) 一律 0%
- (B) 脱退年度の年度末時点で 46歳以上は 0%、45歳以下は 100%
- (C) 脱退年度の年度末時点で 58歳以上は 0%、57歳以下は 100%
- (D) 定年脱退は 0%、定年前脱退は 100%
- (E) 一律 100%

問題13. ある年金制度の平成 25 年度末の貸借対照表は以下のとおりであった。

平成 25 年度末貸借対照表

積立金	4,500	責任準備金	6,000
未積立債務	1,500		
	6,000		6,000

この年金制度は平成 26 年度に以下のように推移したため、平成 26 年度の未積立債務減少額は 80 となった。この年金制度の予定利率に最も近いものは次のいずれか。(3 点)

- ・平成 25 年度末の未積立債務の 20%を翌期初に償却した
- ・平成 25 年度末責任準備金の 5%相当額が、平成 26 年度末における責任準備金の変動による差損となった
- ・運用利回りは予定利率を 2.0%上回った
- ・標準保険料は 400 で年 1 回期初払い
- ・給付は期末払い

(A) 2.0%      (B) 2.5%      (C) 3.0%      (D) 3.5%      (E) 4.0%

問題14. 定常人口の状態にある年金制度は加入年齢方式で運営されている。給付は最終給与に比例した一時金のみで年金受給権者は存在しない。また、特別保険料の設定はない。 $t + 2$ 年度に一律  $(1 + k)$ 倍の給付改善を実施するものとして、 $t$ 年度末を基準日として保険料の計算を行った。未積立債務は制度変更の適用年度から 20 年で償却することとした場合、特別保険料率として最も適切なものは次のいずれか。 $t$ 年度末の責任準備金は $V_t$ 、積立金は $F_t$  (ただし $V_t > F_t$ ) とし、保険料および給付は年 1 回期初払いとする。なお、制度変更後の保険料および給付は $t + 2$ 年度の期初から適用するものとし、計算基準日以降、年金制度が予定通り推移するものとして予想される制度変更適用日時点の未積立債務に基づき特別保険料を設定する。また、加入者の給与総額は $B$ とする。(3 点)

- (A)  $\frac{(1 + k)V_t - F_t}{B \cdot a_{20|}}$       (B)  $\frac{(1 + v + k)V_t - F_t}{B \cdot a_{20|}}$       (C)  $\frac{(1 + v)V_t - F_t}{B \cdot a_{20|}}$
- (D)  $\frac{(1 + kv)V_t - F_t}{B \cdot a_{20|}}$       (E)  $\frac{\{1 + (1 + k)v\}V_t - F_t}{B \cdot a_{20|}}$

問題15. 以下の年金制度の単位積立方式による責任準備金に最も近いものは次のいずれか。(3点)

【給付内容】 定年退職者に以下の年金または一時金を支給する

一時金: 加入期間 20 年未満の定年退職

$$\text{一時金額} = \text{加入期間} \times 10 \text{ 万円}$$

年金: 加入期間 20 年以上の定年退職

$$\text{年金額} = \text{加入期間} \times 1.2 \text{ 万円 (即時支給開始期初払 10 年確定年金)}$$

【基礎率等】

定年年齢: 60 歳 (到達年度の期末脱退)

脱退残存表による計算基数

$x$	$D_x$
55	13,019
56	12,508
57	12,018
58	11,547
59	11,094
60	10,659

$$\ddot{a}_{\overline{10}|} = 9.16224$$

【計算基準日時点の加入者】 以下の 2 名

加入者番号	計算基準日時点の年齢	計算基準日時点の勤続期間
1	56 歳 0 月	16 年 0 月
2	58 歳 0 月	13 年 0 月

- (A) 260 万円 (B) 270 万円 (C) 280 万円 (D) 290 万円 (E) 300 万円

問題16. 以下の空欄に当てはまる数値を解答用紙の所定欄に記入せよ。(10点)

財政方式を加入年齢方式としている年金制度を考える。当該年金制度には、異なる職種 A、B の被保険者がおり、それぞれ異なった給付が適用されており、保険料も職種ごとに設定されている。ある年度末に財政再計算を実施するものとし、諸数値は以下のようになった。

	職種 A	職種 B
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価( $S^f$ )	100,000 千円	150,000 千円
在職中の被保険者の将来期間にかかる給付現価( $S_{FS}^a$ )	150,000 千円	180,000 千円
在職中の被保険者の過去期間にかかる給付現価( $S_{PS}^a$ )	250,000 千円	310,000 千円
年金受給権者の給付現価( $S^p$ )	290,000 千円	200,000 千円
将来加入が見込まれる被保険者の給与現価( $G^f$ )	830,000 千円	950,000 千円
在職中の被保険者の給与現価( $G^a$ )	720,000 千円	860,000 千円
在職中の被保険者の給与合計( $B$ )	50,000 千円	70,000 千円
再計算前の特別保険料率	1.1%	10.0%
再計算前の特別保険料率による残余償却期間の現価率	9.1	
積立金( $F$ )	1,200,000 千円	

【前提】未積立債務は再計算前の残余償却期間で償却するものとする。ただし、未積立債務が負となる場合には、当該負の未積立債務の2分の1の絶対値を在職中の被保険者の給与現価で除して得た率を、標準保険料率から控除したものを保険料率とする(当該保険料率を「過去含み保険料率」と呼ぶ)。また、過去含み保険料率算出前で、一方の職種の未積立債務が正、もう一方が負となった場合、負の未積立債務が正とならない範囲内で、正の未積立債務が0となる額を上限として、積立金の移動を行う。なお、計算結果または計算の過程において、保険料率はパーセント単位で小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めたものを使用し、積立金を職種ごとに按分する際は、千円未満を四捨五入し千円単位で求める。

- (ア) 職種 A および B の責任準備金の比率に応じて積立金を按分する場合、保険料率の合計(過去含み保険料率、または標準保険料率と特別保険料率の合計)は、職種 A が %、職種 B が %である。
- (イ) (ア) において、積立金の按分方法を、「受給権者の責任準備金相当額の積立金を先取りし、残余積立金を在職中の被保険者の責任準備金の比率で按分する」とした場合の保険料率の合計は、職種 A が %、職種 B が %である。
- (ウ) (ア) において、「責任準備金の比率に応じて」を「責任準備金から再計算前の特別保険料収入現価を控除したものの比率に応じて」と変更した場合、過去含み保険料率算出前の未積立債務の額は、職種 A が 千円、職種 B が 千円である。保険料率の合計は、職種 A が %、職種 B が %である。

問題17. 以下の空欄にあてはまる適切な算式を解答用紙の所定の欄へ記入せよ。 (10点)

(1)一時金のみを支給するある年金制度は定常人口となっており、年金受給権者はいないものとする。財政方式は加入年齢方式を採用しており、 $t$ 年度末において責任準備金は $V_t$ 、積立金は $F_t$ である(ただし $V_t > F_t$ )。現在の標準保険料率は $P$ であり、特別保険料は設定していない。現在、次の2つの保険料増額を検討している。

第一案:  $t$ 年度末の未積立債務について、償却割合を50%とした給与比例の特別保険料を設定する。

第二案:  $t$ 年度末において $(1+k)$ 倍の給付増額を行い、未積立債務について償却期間を20年とした給与比例の特別保険料を設定する。

標準保険料および特別保険料はいずれも年1回期初払いとして、 $t+1$ 年度期初に支払う第二案の標準保険料率と特別保険料率の合計額が第一案のそれを下回る場合に、第二案を採用する予定である。第二案を採用するための、 $k$ の条件を以下に検討する。

$t$ 年度末の給与総額を $B$ とすると、第一案の標準保険料率と特別保険料率の合計は、

$$P + \frac{\text{①}}{\text{②}} \quad \dots (A)$$

となる。一方、第二案の標準保険料率と特別保険料率の合計は、

$$(1+k)P + \frac{\text{③}}{\text{④}} \quad \dots (B)$$

となり、 $(B) < (A)$ となる $k$ の範囲を求めると、次の結果が得られる。

$$k < \frac{\text{⑤}}{\text{⑥}} \cdot (\text{⑦} - 1)$$

(2)ある給付改正水準 $k'$ に関して、上記の検討の結果、第二案の保険料率の合計が第一案を上回ってしまった。そこで第二案を修正し、第三案で検討することとする。

第三案:  $t$ 年度末において標準保険料とは別に $\alpha$ の特別保険料を一括で拠出し、積立金を増やしたうえで第二案の制度変更、標準保険料および特別保険料の設定を行う。

この時、第一案の保険料合計と第三案の保険料合計(ただし一括で拠出した特別保険料を除く)が同額となるような一括拠出額 $\alpha$ は以下のとおりとなる。

$$\alpha = k' \cdot (\text{⑧}) + (\text{⑤}) \cdot (\text{⑨})$$

問題18. 以下の空欄に当てはまる適切な算式や数値を記入せよ。(10点)

Trowbridge モデルに基づく年金制度が定常状態にあったが、ある年度から被保険者または年金受給者の人数が変化することにより定常状態が崩れたものとし、その年度以降のこの年金制度の財政状況について考える。定常状態にあった年度における人数や給付現価・人数現価等について、以下の記号を定義する。

$l_x$  :  $x$ 歳の被保険者または年金受給者の人数 ( $x_e \leq x \leq \omega$ )

$S_x$  :  $x$ 歳の者の給付現価 ( $x_e \leq x \leq \omega$ )

$G_x$  :  $x$ 歳の者の人数現価 ( $x_e \leq x \leq \omega$ 、ただし  $x_r \leq x$  のとき  $G_x = 0$  とする)

$P$  : 標準保険料率

$i$  : 予定利率

また、この問題において、以下の前提をおく。

- ・ 財政方式は開放基金方式とし、保険料は年1回期初払いとする。
- ・ 責任準備金および積立金は各年度期初で評価したものとする。
- ・ 責任準備金算出の際は、将来の被保険者を常に  $l_{x_e}$  人で見込むものとする。
- ・ 各年度の損益は、その年度の期初の新規加入者の加入後、保険料および給付の発生直前から翌年度期初の同時点までの損益をいい、未積立債務が増加する場合をプラスとして扱う。
- ・ 定常状態が崩れた最初の年度を1年度とする。

(1) 1年度の翌期初、予定通りであれば被保険者または年金受給者の人数が  $l_x$  人であったところ、 $l'_x$  人となったとする。1年度の期初の責任準備金  $V$  と積立金  $F$  は共に、

$$F = V = \boxed{\text{①}} \quad \left( v = \frac{1}{1+i} \right)$$

であるが、この年度は翌期初にかけての責任準備金と積立金の変動が同額ではなく、損益が発生する。それぞれの変動額は、

$$\text{責任準備金変動} = \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{②}} - \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{③}}$$

$$\text{積立金変動} = \boxed{\text{④}}$$

となる。

(2) 2年度の翌期初、被保険者または年金受給者の人数が  $l''_x$  人となったとする。この年度の損益は、前年度の損益の利息及び、この年度の責任準備金と積立金の変動の実績と予定の差に分解される。このうち、責任準備金と積立金の変動の予定と実績の差は、

責任準備金変動の実績と予定の差

$$= \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{⑤}} - \left\{ \boxed{\text{⑥}} \right\} + \sum_{x=x_e+1}^{\omega} \boxed{\text{⑦}} \}$$

$$\text{積立金変動の実績と予定の差} = \boxed{\text{⑧}}$$

となる。なお、予定の変動とは、年度の人数の変動が $l_x$ によって算出される残存率によって推移することをいう。

- (3) 2年度の翌期初の未積立債務額は、(1)の損益と(2)の損益の合計に等しくなるが、これが、1年度と2年度2年間の責任準備金と積立金の変動の差に等しいことが次の通り確認される。まず、

$$\begin{aligned} & \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{②}} (1+i) \\ &= - \boxed{\text{⑨}} + \sum_{x=x_e+1}^{\omega} \boxed{\text{⑦}} \\ & \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{③}} (1+i) + \left( \boxed{\text{⑥}} \right) = \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{③}} + \boxed{\text{⑩}} \end{aligned}$$

であることを踏まえると、

(1)の損益と(2)の損益の合計

$$\begin{aligned} &= \left\{ \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{②}} - \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{③}} - \boxed{\text{④}} \right\} (1+i) \\ &+ \left\{ \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{⑤}} - \left( \boxed{\text{⑥}} \right) + \sum_{x=x_e+1}^{\omega} \boxed{\text{⑦}} \right\} \\ &- \boxed{\text{⑧}} \\ &= \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{⑤}} - \sum_{x=x_e}^{\omega} \boxed{\text{③}} \\ &- \left\{ \boxed{\text{⑩}} + \boxed{\text{⑨}} \right\} \end{aligned}$$

となる。これは、定常状態が崩れた後2年間の責任準備金と積立金の変動の差に等しい。

問題19. 加入期間1年あたり1の一時金を脱退年度末に支払う制度が、加入年齢方式で運営されている。保険料は年1回期初払い、特定年齢は50歳、定年年齢は60歳で、生存脱退率 $q_x^{(w)}$ および死亡脱退率 $q_x^{(d)}$ が次の通り与えられているとき、以下の問いに答えよ。(12点)

$$q_x^{(w)} = \begin{cases} k & (x = 54, 0 \leq k \leq 1) \\ 0 & (x \neq 54) \end{cases}, \quad q_x^{(d)} = 0$$

- (1) 標準保険料の算式を $i$ 、 $v$ 、 $\ddot{a}_{\overline{1}|}$ などを使用して( $D_x$ など基数は使用せずに)表し、標準保険料が $k$ の増加関数であることを示せ。
- (2) 財政再計算によって54歳の生存脱退率が $k'$ ( $k' > k$ )となった場合、財政再計算前後の54歳の一人当たり責任準備金の大小関係を示せ。また、55歳の責任準備金の大小関係はどうか。54歳以外の生存脱退率および死亡脱退率に変更はない。

問題20. 定年退職者のみに退職時給与を年金額とする終身年金を支給する年金制度を考え、財政方式は加入年齢方式、保険料および年金は年1回期初払いとする。保険料は、給与の一定割合とする。このとき、以下の問いに答えよ。(13点)

- (1)  $b_x^A = e^{\alpha(x-x_e)}$ および $b_x^B = e^{\beta(x-x_e)}$ で与えられる2つの給与指数 $b_x^A$ 、 $b_x^B$ を考える。なお $e$ は自然対数の底とし、 $0 < \alpha < \beta$ とする。これらの給与指数を用いた場合の標準保険料率 $P_{x_e}^A$ と $P_{x_e}^B$ の大小関係を、算出過程を明らかにして示せ。
- (2)  $b_x^C = \frac{\log(x_r - x_e + 1)}{x_r - x_e}(x - x_e) + 1$ および $b_x^D = \log(x - x_e + 1) + 1$ で与えられる2つの給与指数 $b_x^C$ 、 $b_x^D$ を考える。なお $\log$ は自然対数とする。これらの給与指数を用いた場合の標準保険料率 $P_{x_e}^C$ と $P_{x_e}^D$ の大小関係を、算出過程を明らかにして示せ。

以上