平成 26 年 10 月 1 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
E	A	D	C	D	B	B	E
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
D	B	C	C	A	D	B	

問題16	①	②	③	④
	10.5	14.6	10.6	14.5
	⑤	⑥	⑦	⑧
	△56,000	13,720	9.1	15.8

問題17	①	②	③	④
	$0.5\cdot(V_t-F_t)$	B	$(1+k)\cdot V_t-F_t$	$B\cdot\ddot{a}_{\overline{20}\rvert}$
	⑤	⑥	⑦	
	V_t-F_t	$P\cdot B\cdot\ddot{a}_{\overline{20}\rvert}+V_t$	$0.5\cdot\ddot{a}_{\overline{20}\rvert}$	
	⑧	⑨		
	$P\cdot B\cdot\ddot{a}_{\overline{20}\rvert}+V_t$	$1-0.5\cdot\ddot{a}_{\overline{20}\rvert}$		

問題18	①	②	③	
	$\frac{v}{1-v}(S_{x_e}-PG_{x_e})+\sum_{x=x_e}^{\omega}(S_x-PG_x)$	$(S_x-PG_x)\frac{l'_x}{l_x}$	(S_x-PG_x)	
	④	⑤	⑥	⑦
	0	$(S_x-PG_x)\frac{l''_x}{l_x}$	$S_{x_e}-PG_{x_e}$	$(S_x-PG_x)\frac{l'_{x-1}}{l_{x-1}}$
	⑧	⑨	⑩	
	0	$\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1}Pl'_x-\sum_{x=x_r}^{\omega}l'_x\right)(1+i)$	Fi	

公益社団法人日本年金数理人会　試験委員会

平成 26 年 10 月 1 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

（1）54 歳の生存退職率をkとした場合の標準保険料をP_kと置くと、

$$P_k=\frac{5C_{54}^{(w)}+10D_{60}}{\sum_{50}^{59}D_x}=\frac{5kv^5+10(1-k)v^{10}}{\sum_{50}^{54}v^{x-50}+\sum_{55}^{59}(1-k)v^{x-50}}=\frac{5v^5}{\ddot{a}_{\overline{5|}}}\cdot\frac{k+2(1-k)v^5}{1+(1-k)v^5}$$

となる。

$$\frac{d}{dk}\left(\frac{k+2(1-k)v^5}{1+(1-k)v^5}\right)=\frac{(1-2v^5)\{1+(1-k)v^5\}-\{k+2(1-k)v^5\}(-v^5)}{\{1+(1-k)v^5\}^2}$$

$$=\frac{1-v^5}{\{1+(1-k)v^5\}^2}>0$$

より、標準保険料はkの増加関数となる。

（2）x歳の加入者の再計算前の責任準備金をV_x^kとおく。

$$V_{54}^k=\frac{5C_{54}^{(w)}+10D_{60}-P_k\sum_{54}^{59}D_x}{D_{54}}$$

標準保険料の定義より、$P_k\sum_{50}^{59}D_x=5C_{54}^{(w)}+10D_{60}$となるため、

$$V_{54}^k=\frac{P_k\sum_{50}^{53}D_x}{D_{54}}$$

$x\leqq 54$において${}^{D_x}/_{D_{54}}$は54歳の脱退率に依存しないため、V_{54}^kはkの増加関数である。つまり$V_{54}^{k'}>V_{54}^k$ 。

一方、

$$V_{55}^k=\frac{10D_{60}-P_k\sum_{55}^{59}D_x}{D_{55}}$$

であり、$x\geqq 55$においても${}^{D_x}/_{D_{55}}$は54歳の脱退率に依存しないため、V_{55}^kはkの減少関数である。

つまり$V_{55}^{k'}>V_{55}^k$ 。

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20 ←問題番号を記入すること。

この年金制度において、給与指数がb_xである場合の標準保険料率は

$$P_{x_e}=\frac{b_{x_r}D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_xD_x}$$

である。

(1)

$$\frac{b_x^BD_x}{b_x^AD_x}=\frac{b_x^B}{b_x^A}=e^{(\beta-\alpha)(x-x_e)}$$

はxについて狭義単調増加であるから、

$$\frac{b_{x_r}^B}{b_{x_r}^A}>\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^BD_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^AD_x}$$

となる。 したがって、

$$\frac{P_{x_e}^B}{P_{x_e}^A}=\frac{b_{x_r}^B}{b_{x_r}^A}\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^AD_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^BD_x}>1$$

であり、$P_{x_e}^A<P_{x_e}^B$であることが証明された。

(2) $b_{x_e}^C$は直線、$b_{x_e}^D$は対数関数で上に凸、$b_{x_e}^C=b_{x_e}^D$、$b_{x_r}^C=b_{x_r}^D$なので、$b_x^C<b_x^D(x_e<x<x_r)$である。

したがって、

$$\frac{P_{x_e}^D}{P_{x_e}^C}=\frac{b_{x_r}^D}{b_{x_r}^C}\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^CD_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^DD_x}=\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^CD_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x^DD_x}<1$$

であり、$P_{x_e}^C>P_{x_e}^D$であることが証明された。