

## 基礎数理Ⅱ（問題）

問題1. 次の(1)から(14)までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号を記入しなさい。(84点)

(1) 年度末支払で初年度年金額が100、以後毎年3だけ増加する永久年金の現価が、年度末支払で初年度年金額が100、以後の年金額が前年度の $r$ 倍となる永久年金の現価と等しいとき、 $r$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、両永久年金の予定利率 $i=1.0\%$ で、 $1 < r < 1+i$ とする。

- |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| (ア) 1.0040 | (イ) 1.0045 | (ウ) 1.0050 | (エ) 1.0055 |
| (オ) 1.0060 | (カ) 1.0065 | (キ) 1.0070 | (ク) 1.0075 |

(2) 被保険者の生死に関係なく保険料の払込み及び給付を行う次の年金保険の保険料年額が $\bar{P}$ であるとする。

### 【年金保険】

保険期間 $n$ 年、保険料連続払全期払込、  
連続払の $n$ 年累加確定年金を保険料払込開始直後より支払う。

### 【連続払の $n$ 年累加確定年金】

被保険者の生死に関係なく年に $k$ 回、 $n$ 年支払われる期始払年金で、経過 $\frac{t}{k}$ （ただし、 $t$ は $0 \leq t \leq n \times k - 1$ を満たす整数とする。）における年金額が $\frac{t+1}{k}$ となるものを、年 $k$ 回支払いの期始払 $n$ 年累加確定年金という。

この年 $k$ 回支払いの期始払 $n$ 年累加確定年金の極限の場合、すなわち $k \rightarrow \infty$ とする場合を、連続払の $n$ 年累加確定年金という。

経過 $s$ において、この年金保険の責任準備金 ${}_s\bar{V}_n$ が最大であるとする、 $s$ を表す式は次のうちどれか。ただし、利力は $\delta$  ( $\delta > 0$ )とする。

- (ア)  $-\bar{P} \times \log(1-\delta)$       (イ)  $-\delta \times \bar{P} \times \log(1-\delta)$       (ウ)  $-\frac{\bar{P}}{\delta} \times \log(1-\delta)$   
 (エ)  $\log\left(\frac{1-\delta \times \bar{P}}{\delta}\right)$       (オ)  $\delta \times \log\left(\frac{1-\delta \times \bar{P}}{\delta}\right)$       (カ)  $\delta \times \bar{P} \times \log\left(\frac{1-\delta \times \bar{P}}{\delta}\right)$   
 (キ)  $-\log(1-\delta \times \bar{P})$       (ク)  $-\delta \times \log(1-\delta \times \bar{P})$       (ケ)  $-\frac{1}{\delta} \times \log(1-\delta \times \bar{P})$

(3) 定常人口の社会で、現在 20 歳以上の人の平均年齢が 53 歳であるとき、現在 20 歳以上の人の死亡時年齢の平均の値に最も近いのは次のうちどれか。

- (ア) 80 歳      (イ) 81 歳      (ウ) 82 歳      (エ) 83 歳  
 (オ) 84 歳      (カ) 85 歳      (キ) 86 歳      (ク) 87 歳

(4) 死亡解約脱退残存表において、 $x$  歳の中央死亡率  $m_x^d = 0.003$ 、中央解約率  $m_x^w = 0.09$  であるとき、

$x$  歳から 1 年間死亡も解約もなく存続する確率  $p_x^*$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、死亡および解約はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。

- (ア) 0.901      (イ) 0.906      (ウ) 0.911      (エ) 0.916  
 (オ) 0.921      (カ) 0.926      (キ) 0.931      (ク) 0.936

(5) 予定利率  $i = 1.0\%$ 、 $l_x = 100 - x$  ( $0 \leq x \leq 100$ ) のとき、 $P_{40:\overline{10}|}$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

- (ア) 0.0979      (イ) 0.0989      (ウ) 0.0999      (エ) 0.1009  
 (オ) 0.1019      (カ) 0.1029      (キ) 0.1039      (ク) 0.1049

(6)  $P_x = \frac{1}{52}$ 、 $p_x \times \ddot{a}_{x+1} = \frac{158}{5}$  のとき、予定利率  $i$  ( $i > 0$ ) の値に最も近いのは次のうちどれか。

- (ア) 1.0%      (イ) 1.1%      (ウ) 1.2%      (エ) 1.3%  
 (オ) 1.4%      (カ) 1.5%      (キ) 1.6%      (ク) 1.7%

(7)  $P_{x:\overline{n}|} = 0.02861$ 、 $P_{x:\overline{n-1}|}^1 = 0.00140$ 、 $P_{x:\overline{n-1}|}^{\frac{1}{2}} = 0.02833$  のとき、予定利率  $i$  ( $i > 0$ ) の値に最も近いのは次のうちどれか。

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| (ア) 1.0% | (イ) 1.1% | (ウ) 1.2% | (エ) 1.3% |
| (オ) 1.4% | (カ) 1.5% | (キ) 1.6% | (ク) 1.7% |

(8)  $x$  歳加入、保険期間 10 年、保険料年払全期払込で、次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

- ・満期までに死亡した場合は、死亡した年度末に、保険金額として 1 と死亡した年度末の純保険料式責任準備金の合計額を支払う
- ・満期まで生存した場合は、満期時に保険金額 2 を支払う

予定利率  $i = 1.0\%$ 、 $q_{x+t} = 0.001 \times (1+i)^t$  ( $t \geq 0$ ) のとき、この保険の純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

- |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| (ア) 0.1903 | (イ) 0.1913 | (ウ) 0.1923 | (エ) 0.1933 |
| (オ) 0.1943 | (カ) 0.1953 | (キ) 0.1963 | (ク) 0.1973 |

(9) 予定利率  $i = 1.5\%$ 、 $p_x = 0.997$ 、 ${}_{n-1}V_{x:\overline{n}|} = 0.90$  のとき、 ${}_1V_{x:\overline{n}|}$  の値に最も近いのは次のうちどれか。

- |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (ア) 0.076 | (イ) 0.078 | (ウ) 0.080 | (エ) 0.082 |
| (オ) 0.084 | (カ) 0.086 | (キ) 0.088 | (ク) 0.090 |

(10) 現在、夫 40 歳、妻 30 歳で、即時開始、年度始支払、年金額 1 の 10 年保証期間付最終生存者終身年金（開始から 10 年間は確定年金で、それ以降は夫または妻が生きている限り支払い続ける年金）の現価の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、夫と妻は同じ生命表に従い、その死亡はお互いに独立に発生するものとする。また、 $v = 0.9852$ 、 $D_{30} = 627,968$ 、 $D_{40} = 535,372$ 、 $D_{50} = 450,176$ 、 $N_{30} = 21,429,511$ 、

$N_{40} = 15,575,468$ 、 $N_{50} = 10,608,609$ 、 $\ddot{a}_{50,40} = 21.7$  とする。

- (ア) 34.7                      (イ) 35.1                      (ウ) 35.5                      (エ) 35.9  
 (オ) 36.3                      (カ) 36.7                      (キ) 37.1                      (ク) 37.5

(1 1) 3人の被保険者(x)、(y)、(z)の死亡はそれぞれお互いに独立に発生し、各々の死力が $\mu_{x+t} = c$ 、 $\mu_{y+t} = 2 \times c$ 、 $\mu_{z+t} = 3 \times c$  ( $c$ は定数、 $c > 0$ 、 $t \geq 0$ )に従うとき、 ${}_tq_{xyz}^3$ を表す式は次のうちどれか。

- (ア)  $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \times e^{-3ct} + \frac{4}{5} \times e^{-5ct} - \frac{2}{3} \times e^{-6ct}$                       (イ)  $\frac{1}{5} - \frac{1}{2} \times e^{-3ct} + \frac{4}{5} \times e^{-5ct} - \frac{1}{2} \times e^{-6ct}$   
 (ウ)  $\frac{1}{10} - \frac{1}{6} \times e^{-3ct} + \frac{2}{5} \times e^{-5ct} - \frac{1}{3} \times e^{-6ct}$                       (エ)  $\frac{1}{10} - \frac{1}{3} \times e^{-3ct} + \frac{2}{5} \times e^{-5ct} - \frac{1}{6} \times e^{-6ct}$   
 (オ)  $\frac{1}{15} - \frac{1}{3} \times e^{-3ct} + \frac{3}{5} \times e^{-5ct} - \frac{1}{3} \times e^{-6ct}$                       (カ)  $\frac{1}{15} - \frac{1}{2} \times e^{-3ct} + \frac{3}{5} \times e^{-5ct} - \frac{1}{6} \times e^{-6ct}$   
 (キ)  $\frac{1}{30} - \frac{1}{6} \times e^{-3ct} + \frac{4}{5} \times e^{-5ct} - \frac{2}{3} \times e^{-6ct}$                       (ク)  $\frac{1}{30} - \frac{1}{3} \times e^{-3ct} + \frac{4}{5} \times e^{-5ct} - \frac{1}{2} \times e^{-6ct}$

(1 2) 就業不能者の死力が就業者の死力の2倍で、 ${}_t p_x^{aa} = e^{-0.005t}$ 、 ${}_t p_x^i = e^{-0.004t}$ のとき、 ${}_t p_x^{ai}$ を表す式は次のうちどれか。

ただし、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

- (ア)  $\frac{1}{2} \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$                       (イ)  ${}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa}$                       (ウ)  $\frac{3}{2} \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$   
 (エ)  $2 \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$                       (オ)  $\frac{5}{2} \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$                       (カ)  $3 \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$   
 (キ)  $\frac{7}{2} \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$                       (ク)  $4 \times ({}_t p_x^i - {}_t p_x^{aa})$

(13) 次の(ア)から(オ)のうち、常に正しいものをすべて選びなさい。なお、常に正しいものが1つもないときは×を記入しなさい。ただし、 $m < n$  とする。

$$(ア) a_{x:n}^{aa} = \frac{N_{x+1}^{aa} - N_{x+n+1}^{aa}}{D_x^{aa}}$$

$$(イ) a_{x:n}^a = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x^{aa}} - \frac{N_{x+1}^i - N_{x+n+1}^i}{D_x^{aa}}$$

$$(ウ) a_{x:n}^i = \frac{N_{x+1}^i - N_{x+n+1}^i}{D_x^i}$$

$$(エ) a_{x:n}^{ai} = \frac{N_{x+1}^{ii} - N_{x+n+1}^{ii}}{D_x^{aa}} - \frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}} \times \frac{N_{x+1}^i - N_{x+n+1}^i}{D_x^i}$$

$$(オ) a_{x:n}^{a(i:m)} = \frac{N_{x+1}^{ii} - N_{x+n+1}^{ii}}{D_x^{aa}} - \frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}} \times \frac{N_{x+1}^i - N_{x+n+1}^i}{D_x^i} + \frac{D_{x+m}^{ii}}{D_x^{aa}} \times \frac{N_{x+m+1}^i - N_{x+n+1}^i}{D_{x+m}^i}$$

(14) 30歳加入、保険期間30年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額1の養老保険において、20年経過後に延長保険に変更した。

予定利率 $i = 1.0\%$ 、 $P_{30:30} = 0.029396$ 、 $A_{50:10}^1 = 0.050932$ 、 ${}_{20}V_{30:30} = 0.631798$ のとき、変更

後の延長保険の生存保険金額の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、生存保険金額を計算する際に用いる解約返戻金は変更時点の純保険料式責任準備金と同額とし、延長保険の予定事業費は考慮しないものとする。また、変更時点で貸付金はないものとする。

(ア) 0.6713

(イ) 0.6723

(ウ) 0.6733

(エ) 0.6743

(オ) 0.6753

(カ) 0.6763

(キ) 0.6773

(ク) 0.6783

問題2. 次の(1)については、空欄にあてはまる最も適切な1つの記号を指定の解答用紙の所定欄に記入し、次の(2)については、空欄にあてはまる最も適切なものを選択肢の中から1つ選んで指定の解答用紙の所定欄に記入しなさい。なお、同じ記号、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

1つの記号とは、 $q_{x+t}$ 、 $\ddot{a}_{x:n}$ 、 $D_x^{aa}$  等をいい、 $\frac{l_{x+t}}{l_x}$ 、 ${}_t p_x \times \mu_{x+t}$ 、 $\sum_{t=0}^{\infty} v^t \times {}_t | q_x$ 、 $N_x - N_{x+1}$  等は不可とする。(16点)

(1)  $x$ 歳加入、保険料年払  $f$  年払込で、以下の給付内容の年金保険を考える。

【給付内容】

(a) 被保険者が  $(x+f)$  歳までに死亡した場合

何も支払わない。

(b) 被保険者が  $(x+f)$  歳まで生存していた場合

- ・  $(x+f)$  歳から、年度始支払、年金額 1、年金支払期間  $n$  年の有期生命年金を支払う。
- ・  $(x+f)$  歳から  $n$  年の間に被保険者が死亡した場合、その翌年度から被保険者の遺族に、年度始支払、年金額  $\frac{1}{2}$ 、年金支払期間を有期生命年金の残りの期間 (=  $(n - \text{被保険者が生存中の支払回数})$  年) とする確定年金を支払う。

まず、この年金保険の純保険料  $P$  を求める。 $x$  歳の被保険者が  $(x+f)$  歳まで生存していた場合に被保険者の遺族に支払われる確定年金について考えると、被保険者が  $(x+f)$  歳時点で生存していた場合のその時点での現価は

$$\frac{1}{2} \times (\text{①} - \text{②})$$

となる。これを契約時点における現価にし、さらに有期生命年金の契約時点での現価を加えて、収支相等の原則を適用すれば、

$$P \times \text{③} = \text{④} + \frac{1}{2} \times (\text{①} - \text{②}) \times \text{⑤}$$

が成り立つ。よって、

$$P = \frac{\text{①} \times \text{⑥} + \text{⑦}}{2 \times \text{③}}$$

となる。

次に、第 $t$ 年度末純保険料式責任準備金 ${}_tV$ を、(a)  $1 \leq t \leq f$  と (b)  $f+1 \leq t \leq f+n$  の場合に分けて求める。

(a)  $1 \leq t \leq f$  の場合

$${}_tV = \boxed{\text{⑧}} + \frac{1}{2} \times (\boxed{\text{①}} - \boxed{\text{②}}) \times \boxed{\text{⑨}} - P \times \boxed{\text{⑩}}$$

(b)  $f+1 \leq t \leq f+n$  の場合

この場合は、更に、被保険者が生存している場合と被保険者が死亡している場合に分けて求める。

(i) 被保険者が生存している場合

$${}_tV = \frac{1}{2} \times (\boxed{\text{⑪}} + \boxed{\text{⑫}})$$

(ii) 被保険者が死亡している場合

$${}_tV = \frac{1}{2} \times \boxed{\text{⑬}}$$

となる。

(2) 30歳加入、保険期間10年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額1の養老保険において、責任準備金をチルメル割合0.01、チルメル期間5年のチルメル式で積むこととしたとき、第1保険年度、第3保険年度、第7保険年度における危険保険料、貯蓄保険料、付加保険料を以下の表1にまとめた。この表1の空欄①～⑨の値に最も近いのは次のうちどれか。

ただし、純保険料は0.09250、予定利率は1.5%、予定新契約費は新契約時にのみ保険金額1に対し0.015、予定集金費は保険料払込のつど営業保険料1に対し0.03、予定維持費は毎年度始に保険金額1に対し0.0015とする。また、 $q_{30+t}$ 、 $\ddot{a}_{30+t:\overline{10-t}|}$ 、 $\ddot{a}_{30+t:\overline{5-t}|}$ は表2のとおりとする。

【表1】

保険年度	危険保険料	貯蓄保険料	付加保険料
第1保険年度	①	②	③
第3保険年度	④	⑤	⑥
第7保険年度	⑦	⑧	⑨

【表2】

$t$	$q_{30+t}$	$\ddot{a}_{30+t:\overline{10-t} }$	$\ddot{a}_{30+t:\overline{5-t} }$
0	0.00086	9.32128	4.84587
1	0.00089	8.45337	3.90692
2	0.00092	7.57191	2.95315
3	0.00096	6.67663	1.98428
4	0.00100	5.76732	1.00000
5	0.00105	4.84367	0.00000
6	0.00112	3.90543	—
7	0.00119	2.95231	—
8	0.00128	1.98396	—
9	0.00137	1.00000	—

【選択肢】

- (ア) 0.00025    (イ) 0.00035    (ウ) 0.00045    (エ) 0.00055    (オ) 0.00065  
(カ) 0.00070    (キ) 0.00078    (ク) 0.00086    (ケ) 0.00094    (コ) 0.00102  
(サ) 0.00195    (シ) 0.00298    (ス) 0.00401    (セ) 0.00504    (ソ) 0.00607  
(タ) 0.01401    (チ) 0.01504    (ツ) 0.01607    (テ) 0.01710    (ト) 0.01823  
(ナ) 0.07953    (ニ) 0.07997    (ヌ) 0.08041    (ネ) 0.08085    (ノ) 0.08128  
(ハ) 0.08334    (ヒ) 0.08378    (フ) 0.08422    (ヘ) 0.08466    (ホ) 0.08510  
(マ) 0.09215    (ミ) 0.09259    (ム) 0.09303    (メ) 0.09347    (モ) 0.09391