平成 27 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
A	C	A	D	B	D	D	E
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
D	A	A	E	B	A	C	

問題 16

①	②	③	④
$\dfrac{x_r - x}{x_r - x_e}$	D_y	$\displaystyle\sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x}$	$\displaystyle\frac{v}{d}\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}$
⑤	⑥	⑦	⑧
D_x	D_{x_e}	x_e	y
⑨	⑩		
v^{y-x}	$l_y^{(T)}$		

※⑦⑧⑨については、(x_e, y, v^{x-x_e}), $(0, y-x_e, v^x)$等も正解とする。

問題 17

①	②	③	④
35	41.2	6.0	2.7
⑤	⑥	⑦	⑧
5.0	3.0	0	5.0
⑨	⑩		
25.0	9.1		

問題 18

①	②	③	④
15.6	20.9	945	16.3
⑤	⑥	⑦	⑧
24.3	13,501	2.8	20.4

平成 27 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

年度末の年齢がx歳$(x_e < x \le x_r - 1)$の加入者責任準備金をV_xと置く。

$V_x = \frac{D_{x_r}}{D_x}\ddot{a}_{x_r} - {}^{E}P \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x}$ ただし、${}^{E}P$は加入年齢方式の標準保険料で、${}^{E}P = \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y}$

$D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} = {}^{E}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y$ を責任準備金の式に代入すると、

$$V_x = {}^{E}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x} - {}^{E}P \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} \frac{D_y}{D_x}$$

$$= {}^{E}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} \frac{D_y}{D_x}$$

$$= {}^{E}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} \frac{l_y^{(T)}}{l_x^{(T)}}(1+i)^{x-y} \ge \sum_{y=x_e}^{x-1} {}^{E}P \cdot (1+i)^{x-y} \qquad \left(x > y より l_x^{(T)} \le l_y^{(T)}\right)$$

これにより題意が示される。なお、等号が成立するのはすべての年齢で脱退率が 0 の場合である。

（注）裏面には記載しないこと

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20　←問題番号を記入すること。

(1) 予定利率iのときの$\bar{a}_{x:\overline{n|}}, \bar{a}_x$をそれぞれ$\bar{a}_{x:\overline{n|}}(i), \bar{a}_x(i)$と書くことにする。$i < i'$とするとき、

$$\frac{\bar{a}_{x:\overline{n|}}(i')}{\bar{a}_x(i')} - \frac{\bar{a}_{x:\overline{n|}}(i)}{\bar{a}_x(i)} = \frac{\int_0^n (1+i')^{-t}\ {}_tp_x dt \cdot \int_0^{\omega-x} (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt - \int_0^n (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt \cdot \int_0^{\omega-x} (1+i')^{-t}\ {}_tp_x dt}{\bar{a}_x(i')\bar{a}_x(i)}$$

$$= \frac{\int_0^n (1+i')^{-t}\ {}_tp_x dt \cdot \int_n^{\omega-x} (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt - \int_0^n (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt \cdot \int_n^{\omega-x} (1+i')^{-t}\ {}_tp_x dt}{\bar{a}_x(i')\bar{a}_x(i)}$$

$$= \frac{\int_0^n ds \int_n^{\omega-x} \{(1+i')^{-s}(1+i)^{-t} - (1+i)^{-s}(1+i')^{-t}\}\ {}_sp_x\ {}_tp_x dt}{\bar{a}_x(i')\bar{a}_x(i)}$$

である。ここで、$i < i'$、$s \le n \le t$より$(1+i')^{-s}(1+i)^{-t} \ge (1+i)^{-s}(1+i')^{-t}$なので上式は正であり、

$\dfrac{\bar{a}_{x:\overline{n|}}(i')}{\bar{a}_x(i')} \ge \dfrac{\bar{a}_{x:\overline{n|}}(i)}{\bar{a}_x(i)}$となる。

または、$\dfrac{d}{di}\left(\dfrac{\bar{a}_{x:\overline{n|}}(i)}{\bar{a}_x(i)}\right)$を計算すると、

$$\text{分子} = \int_0^n (-t)(1+i)^{-t-1}\ {}_tp_x dt \cdot \int_0^{\omega-x} (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt - \int_0^n (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt \cdot \int_0^{\omega-x} (-t)(1+i)^{-t-1}\ {}_tp_x dt$$

$$= \int_0^n (-t)(1+i)^{-t-1}\ {}_tp_x dt \cdot \int_n^{\omega-x} (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt - \int_0^n (1+i)^{-t}\ {}_tp_x dt \cdot \int_n^{\omega-x} (-t)(1+i)^{-t-1}\ {}_tp_x dt$$

$$= \int_0^n dt \int_n^{\omega-x} (s-t)(1+i)^{-t-s-1}\ {}_tp_x\ {}_sp_x ds$$

$t \le n \le s$より、上式は正となり題意が満たされる。

(2) ①②の年金額はそれぞれ

$\dfrac{A}{\bar{a}_{x:\overline{20|}}(5.5\%)}$および$\dfrac{A}{\bar{a}_x(5.5\%)}$であり、これらの現価はそれぞれ

$\dfrac{A\bar{a}_{x:\overline{20|}}(1.5\%)}{\bar{a}_{x:\overline{20|}}(5.5\%)}$および$\dfrac{A\bar{a}_x(1.5\%)}{\bar{a}_x(5.5\%)}$である。

(1) より、

$$\frac{\bar{a}_{x:\overline{20|}}(5.5\%)}{\bar{a}_x(5.5\%)} \ge \frac{\bar{a}_{x:\overline{20|}}(1.5\%)}{\bar{a}_x(1.5\%)}$$

であるから、「①の現価≤②の現価」である。

（注）裏面には記載しないこと