平成 28 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
E	A	B	B	E	B	A	D
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
B	C	E	D	C	C	D	

問題16	①	②	③	④
	5.73	142	7.76	226
	⑤	⑥	⑦	⑧
	20	116	6.12	104

問題17	①	②	③
	$b_x\alpha(1+j)^{x_r-x}$	$\left(\frac{1+j}{1+i}\right)^{x_r-x}$	$b_x\alpha$
	④	⑤	⑥
	$b_x\alpha(1+i)^{x_r-x}$	10	$b_x\alpha(1+i)^{y-x}$
	⑦	⑧	
	$\ddot{a}_{\overline{x_r+10-y}\vert}(i)$	年金受給者の給付現価	

問題18	①	②
	脱退（加入者の減少）による相対的な増加	昇給による相対的な減少
	③	
	${}_{t_2}V_x \exp\left(-\int_0^{t_2}(\delta+\mu_{x+s}-\lambda_{x+s})ds\right) - {}_{t_1}V_x \exp\left(-\int_0^{t_1}(\delta+\mu_{x+s}-\lambda_{x+s})ds\right)$	
	④	⑤
	0	$-\int_T^t(\delta+\mu_{x+s}-\lambda_{x+s})ds$
	⑥	⑦
	$s_t^{(x)}\mu_{x+t}-P_t$	$\int_t^T(\delta+\mu_{x+s}-\lambda_{x+s})ds$
	⑧	
	$P_t - \quad s_t^{(x)}\mu_{x+t}$	

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

(1) ${}^{U}P_x = \dfrac{1}{x_r - x_e}\dfrac{D_{x_r}}{D_x}\ddot{a}_{x_r}$から、$D_x\,{}^{U}P_x = \dfrac{1}{x_r - x_e}D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}$なので、$\displaystyle\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\,{}^{U}P_y = \frac{x_r - x}{x_r - x_r}D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}$。

これより、${}^{A}P_x = \dfrac{x_r - x}{x_r - x_e}\dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y} = \dfrac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\,{}^{U}P_y}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}$となり、${}^{A}P_x$は${}^{U}P_y(y \geq x)$の加重平均となる。

${}^{U}P_x$はxの単調増加関数なので、${}^{A}P_x > \dfrac{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\,{}^{U}P_x}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y} = {}^{U}P_x$

(2) $${}^{A}P_{x+1} - {}^{A}P_x = \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e}\left(\frac{x_r - x - 1}{\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y} - \frac{x_r - x}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}\right) = \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \times \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1}\left(D_x - D_y\right)}{\left(\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D_y\right)\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)} > 0$$

より${}^{A}P_x$はxの単調増加関数。

$${}^{OAN}P = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{x_r - x}{x_r - x_e}\frac{D_{x_r}}{D_x}\ddot{a}_{x_r} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \frac{D_{x_r}}{D_{x_e}}\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}}$$ である。

$\dfrac{x_r - x}{x_r - x_e}D_{x_r}\ddot{a}_{x_r} = {}^{A}P_x \displaystyle\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \quad \left(D_{x_r}\ddot{a}_{x_r} = {}^{A}P_{x_e} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y\right)$を${}^{OAN}P$の分子に代入すると、

$${}^{OAN}P = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x}\right){}^{A}P_x + \left(\frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}\right){}^{A}P_{x_e}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}}$$

$$> \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x}\right){}^{A}P_{x_e} + \left(\frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}\right){}^{A}P_{x_e}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \sum_{y=x}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_x} + \frac{v}{d} l_{x_e}^{(T)} \sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}} = {}^{A}P_{x_e} = {}^{E}P$$

平成 28 年 10 月 5 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20 ←問題番号を記入すること。

(1) 積立金および保険料は、$F_{n-1} > {}^E V$である限り、

$$F_n = (F_{n-1} + P_{n-1}L - B)(1+i), \quad P_{n-1} = {}^E P - \frac{F_{n-1} - {}^E V}{G^a}$$

となる（ただし$F_0 = F > {}^E V$）。これらから、

$$F_n - {}^E V = \left\{F_{n-1} + \left({}^E P - \frac{F_{n-1} - {}^E V}{G^a}\right)L - B\right\}(1+i) - {}^E V$$

$$= \left\{F_{n-1} + \left({}^E P - \frac{F_{n-1} - {}^E V}{G^a}\right)L - B - \left({}^E V + {}^E PL - B\right)\right\}(1+i)$$

$$= \left(1 - \frac{L}{G^a}\right)(1+i)\left(F_{n-1} - {}^E V\right)$$となる。

$G^a > L$であり、また$\left(1 - \frac{L}{G^a}\right)(1+i) = \frac{G^a - d\left(G^a + G^f\right)}{vG^a} = 1 - \frac{dG^f}{vG^a}$なので、

$0 < \left(1 - \frac{L}{G^a}\right)(1+i) < 1$ となり、$\left(F_n - {}^E V\right)$は単調減少で 0 に収束する。

つまりF_nは単調減少で${}^E V$に収束する。P_nの定義より、P_nが単調増加であることは明らか。その収束値は${}^E P$である。

【参考】: $P_n = {}^E P - \frac{F_n - {}^E V}{G^a} = {}^E P - \frac{F_n - (S^p + S^a - {}^E PG^a)}{G^a} = \frac{S^p + S^a - F_n}{G^a}$より、

①の財政方式は閉鎖型総合保険料方式に他ならない。閉鎖型総合保険料方式の積立金および保険料が加入年齢方式の責任準備金および標準保険料に収束することは教科書記載のとおりである。

(2) 引き下げ後の保険料は

$${}^E P - \frac{F - {}^E V}{G^a + G^f} = \frac{S^f}{G^f} - \frac{F - (S^p + S^a - {}^E PG^a)}{G^a + G^f}$$

$$= \frac{S^f\left(G^a + G^f\right) + (S^p + S^a - {}^E PG^a)G^f - FG^f}{G^f(G^a + G^f)} = \frac{S^p + S^a + S^f - F}{G^a + G^f}$$

であり、②の財政方式は開放型総合保険料方式である。一年後の積立金は

$$\left(F + \frac{S^p + S^a + S^f - F}{G^a + G^f}L - B\right)(1+i) = \left(F + \frac{B/d - F}{L/d}L - B\right)(1+i) = (1-d)F(1+i) = F$$

となり、変化しない。したがって 1 年後の保険料も変化しない。これが毎年継続するため、一定値となる。

（注）裏面には記載しないこと