

基礎数理Ⅱ（問題）

問題1. 次の(1)から(14)までの各問について、それぞれの選択肢の中から正しい解答を選んで、指定の解答用紙の所定欄にその記号[(2)および(12)については問に記載のとおり、(3)については(ア)から(カ)のうちいずれか1つ、それ以外は(ア)から(ク)のうちいずれか1つ]を記入しなさい。(84点)

(1) 被保険者の生死に関係なく次の給付を行う、期間 $(2m+n-1)$ 年、年金年度末支払の年金保険の一時払純保険料を表す算式は次のうちどれか。ただし、 $m < n < 2m$ とする。

【給付内容】

- ・第1年度の年金額は1、第2年度の年金額は2、以降毎年1ずつ年金額が増加し、第 m 年度の年金額は m
- ・第 $(m+1)$ 年度から第 $(m+n)$ 年度の年金額は m
- ・第 $(m+n+1)$ 年度の年金額は $(m-1)$ 、第 $(m+n+2)$ 年度の年金額は $(m-2)$ 、以降毎年1ずつ年金額が減少し、第 $(2m+n-1)$ 年度の年金額は1

- (ア) $\ddot{a}_{\overline{m}|} \times a_{\overline{m+n}|}$ (イ) $\ddot{a}_{\overline{n}|} \times a_{\overline{m+n}|}$ (ウ) $\ddot{a}_{\overline{m+1}|} \times a_{\overline{m+n-1}|}$ (エ) $\ddot{a}_{\overline{n+1}|} \times a_{\overline{m+n-1}|}$
- (オ) $\ddot{a}_{\overline{2m}|} \times a_{\overline{n}|}$ (カ) $\ddot{a}_{\overline{2n}|} \times a_{\overline{m}|}$ (キ) $\ddot{a}_{\overline{m-1}|} \times a_{\overline{m+n+1}|}$ (ク) $\ddot{a}_{\overline{n-1}|} \times a_{\overline{m+n+1}|}$

(2) 次の(ア)から(カ)のうち、年2回転化の名称割引率 $d^{(2)}$ に常に等しい算式をすべて選びなさい。なお、常に等しい算式が1つもないときは×を記入しなさい。ただし、 $n > 1$ とし、

$\ddot{s}_{\overline{n}|}^{(2)}$ 、 $s_{\overline{n}|}$ 、 $\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(2)}$ 、 $\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(4)}$ 、 $a_{\overline{n}|}$ 、 $\ddot{a}_{\infty}^{(2)}$ の予定利率はすべて同じで実利率 i とする。

- (ア) $2 \times \left\{ 1 - (1+i)^{-\frac{1}{2}} \right\}$ (イ) $\frac{i^{(2)}}{i^{(2)} + 2}$ (ウ) $2 \times i^{(2)} \times (1+i)^{-\frac{1}{2}}$
- (エ) $\frac{i \times a_{\overline{n}|}}{2 \times \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(4)} - \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(2)}} \times (1+i)^{-\frac{1}{4}}$ (オ) $\frac{1}{\ddot{a}_{\infty}^{(2)}}$ (カ) $\frac{s_{\overline{n}|}}{\ddot{s}_{\overline{n}|}^{(2)}} \times i$

(3) $l_x = 10,000 - 100 \times x$ ($0 \leq x \leq 100$)であるとき、次の(ア)から(カ)のうちその値が最大となるものはどれか。

(ア) $\frac{{}_3q_{40}}{{}_3P_{40}}$	(イ) $3 \times \mu_{40}$	(ウ) $3 \times m_{40}$	(エ) ${}_3 _3q_{40}$
(オ) $\frac{1}{\overset{\circ}{e}_{40}}$	(カ) $\frac{1}{{}_3 \overset{\circ}{e}_{40}}$		

(4) ある集団が原因A、Bによって減少していく2重脱退残存表を考える。ここで、各脱退はそれぞれ独立に、かつ1年を通じて一様に発生するものとする。いま、 $q_x^{A*} = 0.040$ 、 $q_x^{B*} = 0.080$ のとき、 $(x+0.75)$ 歳における全体の脱退力 $\mu_{x+0.75}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。

(ア) 0.1227	(イ) 0.1236	(ウ) 0.1245	(エ) 0.1254
(オ) 0.1263	(カ) 0.1272	(キ) 0.1281	(ク) 0.1290

(5) $A_{x:\overline{10}|}^1 = 0.06243$ 、 $A_{x:\overline{10}|} = 0.84524$ 、 $(IA)_{x:\overline{10}|}^1 = 0.37786$ のとき、 $(Ia)_{x:\overline{10}|}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、予定利率 $i = 1.0\%$ とする。

(ア) 46.94679	(イ) 47.38326	(ウ) 47.81973	(エ) 48.25620
(オ) 48.69267	(カ) 49.12914	(キ) 49.56561	(ク) 50.00208

(6) 予定利率 $i = 0.0\%$ であるとき、 $(I\bar{A})_x$ を表す算式は次のうちどれか。

(ア) e_x	(イ) e_{x+1}	(ウ) $1 + e_x$	(エ) $1 + e_{x+1}$
(オ) $\overset{\circ}{e}_x$	(カ) $\overset{\circ}{e}_{x+1}$	(キ) $1 + \overset{\circ}{e}_x$	(ク) $1 + \overset{\circ}{e}_{x+1}$

(7) 80歳加入、保険期間6年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払で、第 t 年度($1 \leq t \leq 6$)の保険金額が $1 + 0.1 \times (t - 1)$ の逓増定期保険を考える。予定利率0.75%のとき、この保険の純保険料が0.097836、第1年度の危険保険料が0.057505、第2年度の危険保険料が0.068768であるとする。第3年度の危険保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、 $q_{82} = 0.07500$ とする。

- (ア) 0.079947 (イ) 0.080947 (ウ) 0.081947 (エ) 0.082947
 (オ) 0.083947 (カ) 0.084947 (キ) 0.085947 (ク) 0.086947

(8) x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払で、ある給付を行う保険を考える。いま、この保険の純保険料 P 、第 t 年度末の純保険料式責任準備金 ${}_tV$ および予定利率 i の間に以下の関係があるとき、 P を表す算式は次のうちどれか。ただし、 $1 \leq t \leq n$ 、 ${}_0V = 0$ 、 ${}_nV = 1$ とする。

$$({}_{t-1}V + P) \times (1+i) - \sum_{r=1}^t P \times (1+i)^r \times q_{x+t-1} = p_{x+t-1} \times {}_tV$$

- (ア) $\frac{1}{\ddot{a}_{x:n}}$ (イ) $\frac{v^n}{\ddot{a}_{x:n}}$ (ウ) $\frac{1}{\ddot{a}_n}$ (エ) $\frac{v^n}{\ddot{a}_n}$
 (オ) $\frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}}$ (カ) $\frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}}$ (キ) $\frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_n}$ (ク) $\frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_n}$

(9) 次の (I) から (V) の条件を満たす終身保険を考える。

- (I) 本人 (男性)、配偶者 (女性)、子 (女性) の 3 人を被保険者とする。
- (II) 本人が配偶者および子よりも先に死亡した場合は、死亡保険金 1 を即時に支払うとともに、以後は保険料の払込を免除し、年額 0.1 の年金を子が生存する限り連続して支払う。
- (III) 配偶者が本人および子よりも先に死亡した場合は、死亡保険金 0.5 を即時に支払うとともに、以後は年額 0.1 の年金を子が生存する限り連続して支払う。その後、本人が子よりも先に死亡した場合は、死亡保険金 0.5 を即時に支払い、以後は保険料の払込を免除する。
- (IV) 子が死亡した場合は、その時点で契約は消滅する。
- (V) 利力は 0.01、死力は年齢に関係なく男性 0.02、女性 0.01 とする。

この保険の連続払純保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (ア) 0.140 | (イ) 0.142 | (ウ) 0.144 | (エ) 0.146 |
| (オ) 0.148 | (カ) 0.150 | (キ) 0.152 | (ク) 0.154 |

(10) 2 人の被保険者 (x) 、 (y) の死亡はお互いに独立に発生し、各々の死力が $\mu_{x+t} = 0.03$ 、

$\mu_{y+t} = 0.02$ ($t \geq 0$) に従うとき、 \bar{A}_{xy} の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、利力 $\delta = 0.05$ とする。

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (ア) 0.126 | (イ) 0.131 | (ウ) 0.136 | (エ) 0.141 |
| (オ) 0.146 | (カ) 0.151 | (キ) 0.156 | (ク) 0.161 |

(11) 以下のような死亡・就業不能脱退残存表がある。

- ・主集団として就業者の集団をとり、それからの脱退原因には死亡と就業不能の2つがある(2重脱退残存表)
- ・副集団として就業不能者の集団をとり、その副集団からの脱退原因は死亡のみとする
- ・ $(x+t)$ 歳($t \geq 0$)の就業者の瞬間死亡率を μ_{x+t}^{ad} 、瞬間就業不能発生率を μ_{x+t}^{ai} 、 $(x+t)$ 歳の就業不能者の瞬間死亡率を μ_{x+t}^{id} とする
- ・就業不能者が就業不能から回復して就業者に復帰することはない

このとき、以下の算式の空欄①～③に当てはまる組み合わせ{①、②、③}として正しいのは次のうちどれか。

$$-\frac{1}{{}_tP_x^{ai}} \times \frac{d{}_tP_x^{ai}}{dt} = \boxed{\text{①}} - \frac{\boxed{\text{②}}}{{}_tP_x^{ai}} \times \boxed{\text{③}}$$

(ア) $\{ \mu_{x+t}^{ad}, {}_tP_x^{aa}, \mu_{x+t}^{ai} \}$

(イ) $\{ \mu_{x+t}^{ad}, {}_tP_x^a, \mu_{x+t}^{ai} \}$

(ウ) $\{ \mu_{x+t}^{ai}, {}_tP_x^{aa}, \mu_{x+t}^{ad} \}$

(エ) $\{ \mu_{x+t}^{ai}, {}_tP_x^a, \mu_{x+t}^{ad} \}$

(オ) $\{ \mu_{x+t}^{id}, {}_tP_x^{aa}, \mu_{x+t}^{ad} \}$

(カ) $\{ \mu_{x+t}^{id}, {}_tP_x^a, \mu_{x+t}^{ad} \}$

(キ) $\{ \mu_{x+t}^{id}, {}_tP_x^{aa}, \mu_{x+t}^{ai} \}$

(ク) $\{ \mu_{x+t}^{id}, {}_tP_x^a, \mu_{x+t}^{ai} \}$

(12) 次の(ア)から(ク)のうち、 $a_{x:n}^{ai}$ に常に等しい算式をすべて選びなさい。なお、常に等しい

算式が1つもないときは×を記入しなさい。ただし、就業不能者でない者は就業者であり、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

(ア) $a_{x:n}^a - a_{x:n}^{aa}$

(イ) $\ddot{a}_{x:n}^a - \ddot{a}_{x:n}^{aa} + v^n \times_n p_x^{ai}$

(ウ) $\frac{l_x \times a_{x:n} - l_x^{ii} \times a_{x:n}^i}{l_x^{aa}} - a_{x:n}^{aa}$

(エ) $\frac{l_x \times \ddot{a}_{x:n+1} - l_x^{ii} \times \ddot{a}_{x:n+1}^i}{l_x^{aa}} - \ddot{a}_{x:n+1}^{aa}$

(オ) $v \times p_x^{ai} \times (1 + a_{x+1:n-1}^{ai})$

(カ) $v \times \{ p_x^{aa} \times a_{x+1:n-1}^{ai} + p_x^{ai} \times (1 + a_{x+1:n-1}^i) \}$

(キ) $\frac{N_{x+1}^{ii} - N_{x+n+1}^{ii} - D_x^{ii} \times a_{x:n}^i}{D_x^{aa}}$

(ク) $\frac{N_{x+1}^i - N_{x+n+1}^i - D_x^i \times a_{x:n}^i}{D_x^{aa}}$

(13) 30歳加入、保険料年払30年払込で次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

- ・年金開始年齢は60歳
- ・年金開始年齢に到達する前に死亡した場合は、死亡した年度末に既払込営業保険料の元利合計額(利率は予定利率*i*=1.0%と同じ)を支払う
- ・年金開始年齢まで生存した場合は、年金開始年齢到達時を第1回目として、年度始に年金額1万円を生存する限り支払う

いま、予定事業費が、保険料払込のつど営業保険料1に対し0.05であるとき、この保険の営業保険料の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、 $D_{30} = 73,031$ 、 $D_{60} = 49,560$ 、 $M_{30} = 44,905$ 、 $M_{60} = 39,835$ とする。

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| (ア) 5,899円 | (イ) 5,919円 | (ウ) 5,939円 | (エ) 5,959円 |
| (オ) 5,979円 | (カ) 5,999円 | (キ) 6,019円 | (ク) 6,039円 |

(14) $(x+1)$ 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険の t 年経過後の純保険料式責任準備金が、 x 歳加入、保険期間 $(n+1)$ 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険の $(t+1)$ 年経過後の全期チルメル式責任準備金と等しいとする。

この全期チルメル式責任準備金におけるチルメル割合を表す算式は次のうちどれか。ただし、 $0 \leq t \leq n$ とする。

(ア) $P_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{1}|}^1$ (イ) $P_{x+1:\overline{n}|} - P_{x:\overline{1}|}^1$ (ウ) $P_{x:\overline{n}|} - P_{x+1:\overline{1}|}^1$

(エ) $P_{x+1:\overline{n}|} - P_{x+1:\overline{1}|}^1$ (オ) $P_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{1}|}^1$ (カ) $P_{x+1:\overline{n}|} - P_{x:\overline{1}|}^1$

(キ) $P_{x:\overline{n}|} - P_{x+1:\overline{1}|}^1$ (ク) $P_{x+1:\overline{n}|} - P_{x+1:\overline{1}|}^1$

問題 2. 次の (1) から (2) までの各問について、空欄にあてはまる適切な 1 つの記号を、指定の解答用紙の所定欄に記入しなさい。なお、同じ記号を複数回用いてもよい。

1 つの記号とは、 q_{x+t} 、 $\ddot{a}_{x:n}$ 、 D_x^{aa} 等をいい、 $\frac{l_{x+t}}{l_x}$ 、 ${}_t p_x \times \mu_{x+t}$ 、 $\sum_{t=0}^{\infty} v^t \times {}_t|q_x$ 、 $N_x - N_{x+1}$ 等は不可とする。(16 点)

(1) 就業者である x 歳の被保険者が、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険に加入し、保険料一時払の次の 2 つの特約を付加した。

特約名	給付内容
保険料払込免除特約	被保険者が就業不能になれば、それ以後の主契約の保険料払込を免除する。
保険金分割前払特約	被保険者が就業不能になれば、その年度末から死亡保険金の $\frac{1}{h}$ を h 年間支払う ($h \geq 2$)。その後の死亡時に未払いの保険金があれば、その年度末に残額を一時に支払う。

ただし、・就業不能者でない者は就業者であり、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

・主契約、特約ともに予定事業費率は考慮しないものとする。

ここで、 $(x+t)$ 歳 ($t \geq 0$) で就業不能となった者に対する、その直後の年度末における純保険料式責任準備金 ${}_t V$ を考える。ただし、主契約の責任準備金は、就業者と就業不能者を区別せずに計算するのが一般的な方法であるが、ここでは、両者を区別して考えるものとする。また、保険料払込免除特約の責任準備金は $(x+t+1)$ 歳における払込免除を行う直前の値とし、保険金分割前払特約の責任準備金は $(x+t+1)$ 歳における分割前払を行う直前の値とする。

保険金分割前払特約の責任準備金は次のように考えることができる。

$(x+t+1)$ 歳における第 1 回の支払額については、本来ならば死亡の時点で支払われる額の現価

$\frac{\text{①}}{h}$ を、 $(x+t+1)$ 歳の時点で $\frac{1}{h}$ にして支払うから、その時点における両者の差

$1 - \frac{\text{①}}{h} = \frac{\text{②}}{h} \times \text{③}$ の損失があることになる。

第2回から第 h 回までの支払いについても、それを早めに支払ったための損失額は同様に計算されるので、それらを全部 $(x+t+1)$ 歳の時点の値にして加えた額がこの特約の責任準備金であるから、

$$\frac{\boxed{\textcircled{2}}}{h} \times \sum_{s=1}^h \boxed{\textcircled{4}} \quad \text{となる。}$$

これに主契約の責任準備金と保険料払込免除特約の責任準備金を加えれば、求める責任準備金 ${}_tV$ となるので、

$$\begin{aligned} {}_tV &= 1 - \frac{\boxed{\textcircled{2}}}{h} \times \left(h \times \boxed{\textcircled{3}} - \sum_{s=1}^h \boxed{\textcircled{4}} \right) \\ &= 1 - \frac{\boxed{\textcircled{2}}}{h} \times \sum_{s=1}^{h-1} \boxed{\textcircled{5}} = \frac{1}{h} \times \left(1 + \sum_{s=1}^{h-1} \boxed{\textcircled{6}} \right) \end{aligned}$$

となることがわかる。

(2) x 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険において、 t 年 ($0 < t < n$) 経過後に、新たな保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 3 の養老保険に転換する際、転換後契約の保険料につき、次の 2 通りの方式があるものとする。

(a) 転換前契約の純保険料式責任準備金 ${}_tV_{x:n}$ を用いて新しい契約と同一の保険期間の払済保険を購入し、転換後契約の保険料は、新保険金額から払済保険金額を差し引いた金額に対して計算する。

(b) 転換後契約の保険料は、新保険金額に対して計算する。ただし、転換後契約開始から期間 k 年 ($0 < k < n$) の間は、転換前契約の純保険料式責任準備金 ${}_tV_{x:n}$ を用いて、転換後契約の保険料の一部に毎年同額を充当することにより保険料を減少させる。

いま、 $y = x + t$ とし、転換時から s 年 ($0 < s < n$) 経過後の純保険料式責任準備金を (a) 方式の場合には ${}_s^aV_{y:n}$ 、(b) 方式の場合には ${}_s^bV_{y:n}$ とする。このとき、 ${}_s^aV_{y:n} > {}_s^bV_{y:n}$ であることを示したい。ただし、予定死亡率および予定利率は転換前後で同一とし、予定事業費率や解約控除は考えないものとする。

まず、 ${}_s^aV_{y:n} = 3 \times {}_sV_{y:n} + \frac{\boxed{\text{②}} \times \boxed{\text{③}}}{\boxed{\text{①}}}$ となる。

ただし、 ${}_sV_{y:n}$ は、 y 歳加入、保険期間 n 年、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の養老保険の s 年経過後の純保険料式責任準備金である。

次に、 ${}_s^bV_{y:n}$ は、

$0 < s \leq k$ のとき、 ${}_s^bV_{y:n} = 3 \times {}_sV_{y:n} + \frac{\boxed{\text{②}} \times \boxed{\text{⑤}}}{\boxed{\text{④}}}$

$k < s < n$ のとき、 ${}_s^bV_{y:n} = 3 \times {}_sV_{y:n}$

となる。

従って、 ${}_s^aV_{y:n} - {}_s^bV_{y:n}$ は、

$$0 < s \leq k \text{ のとき、 } {}_s^a V_{y:\overline{n}} - {}_s^b V_{y:\overline{n}} = \frac{\boxed{\textcircled{2}} \times \boxed{\textcircled{6}} \times \boxed{\textcircled{7}}}{\boxed{\textcircled{1}} \times \boxed{\textcircled{4}}} > 0$$

$$k < s < n \text{ のとき、 } {}_s^a V_{y:\overline{n}} - {}_s^b V_{y:\overline{n}} = \frac{\boxed{\textcircled{2}} \times \boxed{\textcircled{3}}}{\boxed{\textcircled{1}}} > 0$$

となる。

これにより、 ${}_s^a V_{y:\overline{n}} > {}_s^b V_{y:\overline{n}}$ であることが示された。