平成 30 年 10 月 3 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
C	B	C	E	B	E	C	D
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
E	D	A	C	D	A	D	

問題16	①	②	③	④
	500	200	2.5	250
	⑤	⑥	⑦	⑧
	△100	800	927	△811

問題17	①	②	③	④
	$(V - F_{n-1}^{1}) \times d$	$\frac{1+j}{1+i}$	0	0
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$B \times \frac{F_{n-1}^{2}}{V}$	$1 - \frac{B}{V}$	$\frac{C}{v \times V}$	2.50%

問題18	①	②	③	④
	$\sum_{z=x_e}^{y} b_z$	D'_{y+1}	$\sum_{z=x_e}^{x-1} b_z$	b_x
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$\frac{l_{x+1}}{l_x}$	$vq_x^{(w)}$	この一年間に退職	単位積立方式

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

(1)　$^{U}P_x = \dfrac{1}{x_r - x_e} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}$　、　$^{OAN}P = \dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x} l_x + \frac{v}{d} \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}} l_{x_e}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{N_x - N_{x_r}}{D_x} l_x + \frac{v}{d} \frac{N_{x_e} - N_{x_r}}{D_{x_e}} l_{x_e}}$

(2) $^{A}P_x$**を以下のように定義する（年齢別将来期間対応保険料）**

$$^{A}P_x = \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_x - N_{x_r}} \quad ・・・①$$

単位積立方式の保険料の定義より、

$$\sum_{y=x}^{x_r-1} {}^{U}P_y D_y = \frac{x_r - x}{x_r - x_e} D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}$$　が成り立つため、

$$^{A}P_x = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} {}^{U}P_y D_y}{N_x - N_{x_r}} \quad ・・・②$$　と表すことができる。

また、開放基金方式の保険料の分子は①および②を用いて、

$$\sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x} l_x + \frac{v}{d} \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}} l_{x_e} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^{A}P_x \frac{N_x - N_{x_r}}{D_x} l_x + \frac{v}{d} {}^{A}P_{x_e} \frac{N_{x_e} - N_{x_r}}{D_{x_e}} l_{x_e}$$

$$= \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} {}^{U}P_y D_y}{D_x} l_x + \frac{v}{d} \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y D_y}{D_{x_e}} l_{x_e} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \sum_{y=x}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y v^{y-x} + \frac{v}{d} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y v^{y-x_e}$$

$$= \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y \sum_{x=x_e}^{y} v^{y-x} + \frac{v}{d} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y v^{y-x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y \frac{1 - v^{y-x_e+1}}{d} + \frac{v}{d} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y v^{y-x_e}$$

$$= \frac{1}{d} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y$$

一方、開放基金方式の保険料の分母は$G^a + G^f = L/d$なので、開放基金方式の保険料は

$$^{OAN}P = \left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y\right) \Big/ \left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} l_y\right)$$

となり、単位積立方式の保険料の加重平均で表すことができる。

（注）裏面には記載しないこと

平成 30 年 10 月 3 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20　←問題番号を記入すること。

(1) $f_t(x) = \dfrac{1}{(1+x)^t}$ と置くと、平均値の定理により$i(t)$とjに対して、

$$\frac{f_t\big(i(t)\big) - f_t(j)}{i(t) - j} = f_t'\big(\xi(t)\big)$$

となるような$\xi(t)$が存在するので、

$$\frac{1}{(1+i(t))^t} - \frac{1}{(1+j)^t} = -(i(t) - j)\frac{t}{\big(1+\xi(t)\big)^{t+1}}$$

となる。$i(t)$とjとの関係式によって、

$$0 = \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+i(t))^t} - \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+j)^t} = \sum_{t=1}^{T}\left\{\frac{1}{(1+i(t))^t} - \frac{1}{(1+j)^t}\right\}$$

$$= -\sum_{t=1}^{T}(i(t) - j)\frac{t}{\big(1+\xi(t)\big)^{t+1}}$$

となり、与式が示される。

(2) jは$i(x)$の加重平均で表されるので、$0 \le j \le 0.3\% \times 5$ したがって $0 \le \xi(t) \le 0.3\% \times 5$ でもある。

$\big(1+\xi(t)\big)^{t+1} \le (1+0.3\% \times 5)^{5+1} = 1.093\cdots$ となり、$(2 \le t \le 5)$において$\big(1+\xi(t)\big)^{t+1} < \dfrac{t}{t-1}$。

$w_t = t(1+\xi(t))^{-t-1}$ と置く。$\xi(t) > 0$なので、

$w_{t-1} = (t-1)(1+\xi(t-1))^{-t} < t-1 < t\big(1+\xi(t)\big)^{-t-1} = w_t$となり、$w_t$は$t$の増加関数である。

$i(x)$、w_tが増加関数であるため、定理より$j = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} w_t i(t)}{\sum_{t=1}^{T} w_t} > \dfrac{\sum_{t=1}^{T} i(t)}{T}$となる$\big(h_t = 1$ とする$\big)$。

（注）裏面には記載しないこと